

신뢰도기반 하중-저항계수

부록 증보판

이 해 성

이 문서는 2022 년 11 월 30 일 발행된 “신뢰도기반 하중-저항계수 부록증보판”에 수록된 부록을 발췌한 것입니다. 초판과는 달리 부록증보판은 비매품으로 발행되어 일반 서점을 통하여는 배포되지 않기 때문에 초판을 소지하고 계신 독자께서 새로 발간된 부록증보판의 내용을 접할 수 있도록 부록 부분을 전자 문서로 배포합니다. 부록증보판 부록에 새로이 포함된 내용은 저자의 홈페이지를 통하여 보조자료로서 이미 공개된 내용을 보완 정리한 것입니다. 이 문서는 저작권이 설정된 문서의 일부이므로 저작권자(서울대학교 산학협력단)의 사전 동의 없이 전재 및 복사를 할 수 없습니다. 이 문서에 포함된 내용을 인용하실 경우에는 “신뢰도기반 하중-저항계수 부록증보판, 2022, 기문당”으로 해주시고, ISBN 은 978-896225-954-4 입니다.

부록 증보판 머리말

이 책의 초판이 출판된 이후 독자 여러분께 죄송하게도 몇 군데 오, 탈자를 발견하여 수정하고 저자의 홈페이지를 통하여 공지하였습니다. 또한 초판에는 담지 못하였던 추가의 내용과 상세한 수치적 접근법 역시 홈페이지를 통하여 추가자료(supplemental materials) 형태로 제공하여 왔습니다. 이 증보판에서는 지금까지 발견된 오, 탈자와 부정확하거나 부자연스러운 표현을 수정하였고 지금까지 공지하였던 추가자료 들을 부록으로 포함시켰습니다. 추가된 부록들은 본문에 삽입시킬 수도 있겠으나, 이렇게 되면 본문의 논리 전개를 방해할 염려가 있어 부록으로서 게재하고 본문에서 필요한 부록을 적절히 인용하였습니다. 이 증보판에는 총 13개의 부록이 있는데 그 중 3개는 초판에 포함되었던 내용이고 10개의 부록이 추가되었습니다. 추가된 부록과 관련된 본문 내용은 다음과 같습니다.

부록 A 안전도와 신뢰도지수:	2.1절
부록 B 콘크리트 부재의 저항강도 및 고정하중 통계특성치:	2.3절
부록 C 재료계수:	3.1절
부록 D 신뢰도해석을 위한 반복계산:	3.2절, 3.3절, 3.4절
부록 E 중력방향하중지배 한계상태의 목표신뢰도:	3.4절
부록 F 비통계적 하중성분의 하중계수:	3.4절
부록 G 저항강도의 중첩과 신뢰도 지수:	3.4절
부록 H 수치적분:	3.6절, 3.8절
부록 K 사장케이블의 통계특성:	4.2절
부록 M 연속분포철근단면에 의한 PMID:	5.1절

더불어 이 책의 내용을 설계기준 형식으로 작성한 “한국 도로교설계기준(한계상태설계법)을 위한 통합 하중-저항계수”가 저자의 홈페이지 게시되어 있으니 참고하시기 바랍니다.

2022. 9

이해성

부록 A 안전도와 신뢰도 지수

이 부록에서는 본문 13 페이지에 기술되어 있는 신뢰도 지수의 공학적 의미를 선형한계상태식에 대하여 추가로 기술한다. 편의상 저항강도 및 하중효과 변수는 정규분포를 따른다고 가정한다. 일부 변수가 비정규분포를 따를 경우에는 3 장에서 기술한 R-F변환을 적용하여 계산할 수 있는 등가정규분포를 고려하여 동일한 논리를 적용할 수 있다.

어떤 설계기준에서 추구하는 안전도(degree of safety; DOS)는 여러 가지 방법으로 정의할 수 있지만 가장 직관적이면서 오래 사용되어 오고 있는 척도는 안전율(safety factor)이다. 안전율은 허용응력설계법에서 기본이 되는 개념으로서 적용되어 왔으며 공칭하중효과에 의하여 발생하는 공칭응력에 대한 허용응력의 비로 정의된다.

$$S.F. = \sigma_{all} / \sum_i (\sigma_0)_i \quad (A.1)$$

위 식에서 σ_{all} 와 $(\sigma_0)_i$ 는 각각 주어진 재료의 허용응력과 i -번째 공칭하중효과에 의하여 발생하는 공칭응력을 의미한다. 식 (A.1)에서 정의된 안전율 개념은 매우 간단하고 직관적이어서 설계기준이 체계화되기 시작하는 20세기 초반부터 널리 사용되어 왔으며 아직도 일부 규정에서 준용되고 있다. 식 (A.1)의 기본 개념은 강도기반 설계법에서도 적용할 수 있으며 이 경우 분모를 공칭하중효과 그리고 분자를 공칭강도로 치환하여 강도기반 안전율을 정의할 수 있다. 그러나 저항강도 및 하중효과가 확정값이 아니고 확률변수일 경우에는 각 변수의 변동성이 안전도에 영향을 미치기 때문에 식 (A.1)에서 정의된 안전율에 의하여 설계기준이 추구하는 안전도를 완전히 나타낼 수 없다. 이는 그림 A.1에서 하중효과의 표준편차가 커지는 경우(적색 점선)에 대하여 보이듯이 하중효과와 저항강도가 동일한 공칭값을 가지더라도 각 변수의 표준편차가 커질수록 하중효과가 저항강도보다 커질 확률이 커지기 때문이다.

모든 확률변수가 정규분포이고 통계적으로 독립이면 선형한계식 (2.9)의 분포는 정규분포가 되고 평균과 표준편차는 다음과 같이 간단히 표시된다.

$$\mu_G = \mu_s - \sum_i \mu_{Q_i}, \quad \sigma_G = \sqrt{(\sigma_s)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i})^2} \quad (A.2)$$

여기서 μ_G 와 σ_G 는 각각 한계상태식 (2.9)의 평균과 표준편차이다. 그림 A.2에 한계상태식의 확

를밀도함수를 도시하였다. 그림에서 한계상태함수가 음수가 되는 부분 (빛금으로 표시된 부분)의 면적은 구조물의 안전이 확보되지 않는 상태 즉 구조물이 파괴상태에 있을 확률을 나타낸다. 그림에서 보인 바와 같은 한계상태함수가 확보하는 안전도는 한계상태함수의 평균이 원점으로부터 이격된 거리로 표시할 수 있고, 이 거리를 한계상태함수의 표준편차로 표시하면 다음과 같다.

$$\mu_s - \sum_i \mu_{Q_i} = \beta \sigma_G = \beta \sqrt{(\sigma_s)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i})^2} \quad (\text{A.3})$$

위 식을 β 에 대하여 풀면 식 (2.10)과 동일한 식을 구할 수 있다. 식 (2.10)에서 정의된 신뢰도지수는 한계상태의 평균을 표준편차에 대하여 표시하는 무차원 계수이며, 이 지수가 커질수록 한계상태함수의 평균이 원점에서 멀어지면서 구조물이 파괴상태에 있을 확률이 감소하므로 주어진 한계상태식의 안전도를 나타내는 지표(measure)로서 사용할 수 있다.

한계상태함수를 표준정규변수로 나타내면 다음과 같다.

$$G = \tilde{G} \sigma_G + \mu_G \quad (\text{A.4})$$

구조물이 파괴될 확률은 식 (A.4)가 음수가 되는 영역이므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$P_f(G \leq 0) = P_f(\tilde{G} \leq -\frac{\mu_G}{\sigma_G}) = P_f(\tilde{G} \leq -\beta) = \Phi(-\beta) = 1 - \Phi(\beta) \quad \text{혹은} \quad P_s(G \geq 0) = \Phi(\beta) \quad (\text{A.5})$$

위 식에서 P_f 와 P_s 는 각각 구조물의 파괴확률과 안전확률이고, Φ 는 표준정규분포의 누적분포함수이다. 식 (A.5)는 한계상태함수가 정규분포이기 때문에 성립한다. 식 (A.5)에서 알 수 있듯이 신뢰도지수 β 는 한계상태함수가 양수가 될 확률 즉 구조물이 안전한 상태에 있을 확률을 표시하는 지표가 되기 때문에 신뢰도기반 설계기준에서 확보하고자 하는 안전도를 신뢰도지수로서 정의할 수 있다. 신뢰도기반 설계기준에서 추구하는 안전도는 각 한계상태에 대한 목표신뢰도지수에 의하여 정의할 수 있다.

어떤 한계상태에 대하여 목표신뢰도지수가 β_T 로 주어졌다면 저항강도의 평균은 식 (A.3)을 이용하여 계산할 수 있다.

$$\mu_s = \sum_i \mu_{Q_i} + \beta \sigma_G = \sum_i \mu_{Q_i} + \beta_T \sqrt{(\sigma_s)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i})^2} \quad (\text{A.6})$$

식 (2.13)과 (2.32)에서 정의한 변동계수와 편심계수를 이용하여 위 식을 표시할 수 있다.

$$S_0 = \frac{1}{\lambda_s} \left(\sum_i \lambda_{Q_i} (Q_0)_i + \beta_T \sqrt{(\delta_s \lambda_s S_0)^2 + \sum_i (\delta_{Q_i} \lambda_{Q_i} (Q_0)_i)^2} \right) \quad (\text{A.7})$$

주어진 공칭하중효과와 통계특성치에 대하여 목표신뢰도지수를 정확히 만족하는 공칭저항강도를 위 식에 의하여 계산할 수 있다. 그러나 식 (A.7)은 무리방정식으로서 직접 풀기 위하여는 2차 방정식을 풀거나 혹은 적절한 반복계산법을 사용하여야 한다. 이러한 과정은 어렵지는 않지만 꽤 복잡한 과정이 필요하게 되므로 보다 단순화된 개념으로서 하중-저항계수를 이용하여 선형화된 설계식을 신뢰도기반 설계기준에서 채택하게 된다.

$$\phi S_0 \approx \sum_i \gamma_i (Q_0)_i \quad (\text{A.8})$$

위 식에서 하중-저항계수는 목표신뢰도지수에 의하여 결정되는 값이다. 비정규분포 변수가 한계상태식에 포함될 경우에는 R-F변환에 의하여 구할 수 있는 등가정규분포를 사용한다.

한계상태식 식 (2.9)를 표준정규변수에 대하여 표시하면 표준정규변수 공간에서 신뢰도지수의 기하학적 의미를 쉽게 파악할 수 있다.

$$G = S - \sum_i Q_i = \sigma_s \tilde{S} - \sum_i \sigma_{Q_i} \tilde{Q}_i + (\mu_s - \sum_i \mu_{Q_i}) = 0 \quad (\text{A.9})$$

위 식은 표준정규변수 공간에서 평면을 나타내게 되며, 본문 그림 2.3에서 한계상태식이 직선일 경우에 해당한다. 표준정규변수 공간에서 원점부터 식 (A.9)의 한계상태 평면까지 최단 거리는 다음과 같다.

$$d_G = \frac{\mu_s - \sum_i \mu_{Q_i}}{\sqrt{(\sigma_s)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i})^2}} = \beta \quad (\text{A.10})$$

식 (A.10)은 식 (A.3)에서 정의된 신뢰도지수와 같다. 직교좌표계에서 원점과 어떤 평면상의 한 점을 연결하는 직선의 길이는 그 직선이 평면과 직교하는 경우가 최소가 되기 때문에 신뢰도지수는 표준정규변수 공간의 원점으로부터 한계상태식까지의 최단거리로 정의할 수 있다. 따라서 한계상태 평면상의 모든 점 중에서 표준정규변수 공간의 원점으로부터 거리가 신뢰도지수와 같아지는 점이 파괴점이 되고, 파괴점의 각 좌표축 방향 성분은 한계상태 평면의 음단위법선벡터에 의하여 표시할 수 있다.

$$\tilde{S}^* = \beta \alpha_{\tilde{S}}, \quad \tilde{Q}_i^* = \beta \alpha_{\tilde{Q}_i} \quad (\text{A.11})$$

위 식은 본문 식 (3.14)와 같고, $\alpha_{\tilde{S}}$ 와 $\alpha_{\tilde{Q}_i}$ 는 각각 저항과 i 번째 하중효과 방향에 대한 한계상태 식의 음단위법선벡터 성분이며 다음과 같다.

$$\alpha_{\tilde{S}} = -\frac{\sigma_S}{\sqrt{(\sigma_S)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i})^2}}, \quad \alpha_{\tilde{Q}_i} = \frac{\sigma_{Q_i}}{\sqrt{(\sigma_S)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i})^2}} \quad (\text{A.12})$$

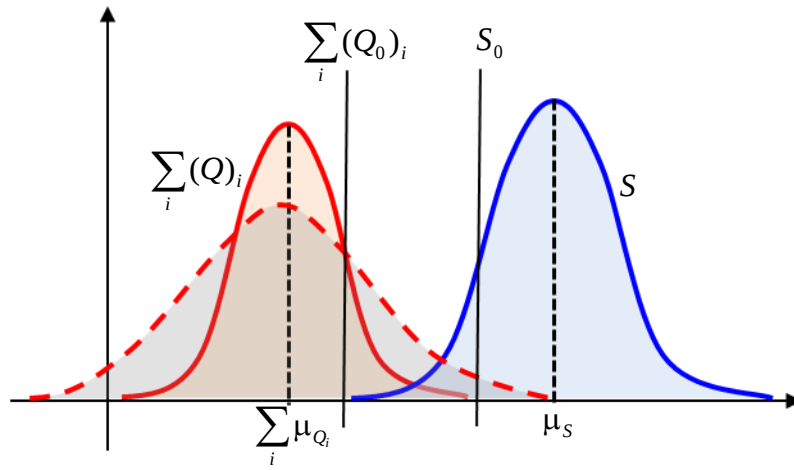


그림 A.1 저항 및 하중효과의 확률 분포 및 공칭값

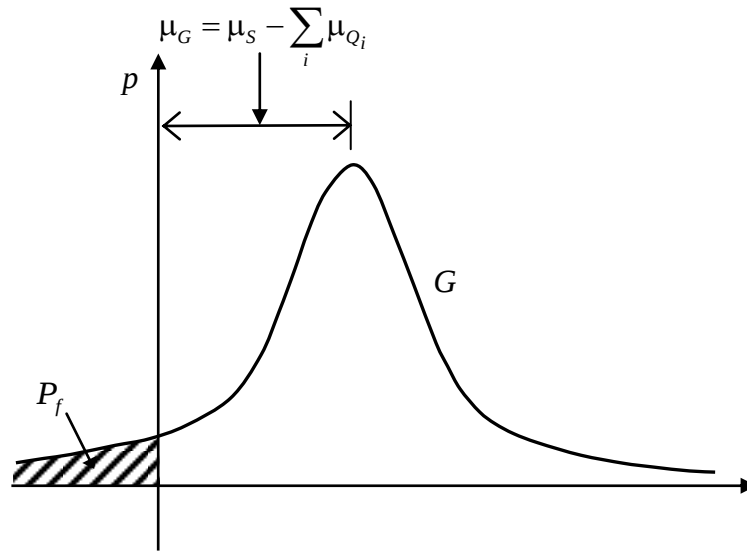


그림 A.2 한계상태함수의 확률밀도함수

부록 B 콘크리트부재 저항강도 및 고정하중 통계특성치

본문 표 2.1에서 정의된 콘크리트부재 저항강도의 통계특성은 Paik(2009)이 제시한 값을 인용하여 사용하였고 고정하중효과에 대한 통계특성치는 기존의 연구(Nowak 1999, 이승한 2014)에서 제시된 값이다. 표 2.1에 주어진 값보다 더 정확한 값이라고 생각되는 자료도 구하기 어렵기 때문에 이러한 값을 사용하는 것이 현재로서는 적절한 것으로 생각된다. 이 부록에서는 식 (2.58)과 식 (2.30)에서 정의된 불확실성 성분에 대한 보다 합리적인 값이 제시될 경우 콘크리트 부재의 저항강도와 고정하중효과의 통계특성치를 수정할 수 있는 접근법을 제시한다.

B.1 콘크리트부재 저항강도 통계특성

본문 2.4 절에서 기술한 바와 같이 저항강도의 변동성을 정의할 경우 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$S = S_0 \cdot P \cdot M \cdot F \quad (B.1)$$

여기서 S_0 는 주어진 부재의 공칭저항이고 P , M 그리고 F 는 각각 전문성계수, 재료강도 그리고 제작오차의 변동성을 나타내는 표준화된 확률변수이다. P 와 F 의 공칭값은 1이고 평균은 각 변수의 편심계수로 정의할 수 있다. 콘크리트 부재에 대한 전문성계수와 제작오차에 대한 변동성은 Nowak(2003)이 제시한 값을 사용하였으며 표 B.1에 주어져 있다. 이 표에서 정의된 휨 및 전단강도의 통계 특성값은 본문 표 2.1에서 주어진 값과는 약간 다르기는 하지만 큰 차이는 없다. 기둥으로 대표되는 RC 압축부재는 대부분의 구조물에서 매우 중요한 역할을 하는 부재이지만 압축강도에 대한 통계특성은 거의 보고된 바 없고 따라서 현재 사용하고 있는 압축부재의 저항계수의 정당성을 확인할 수 없다. 이 부록에서는 식 (B.1)에 포함된 불확실성을 적절히 가정하거나 혹은 기존 연구에서 제시된 값을 이용하여 RC 압축부재의 압축강도에 대한 통계특성치를 추정하여 제안한다.

Nowak(2003)의 연구에서는 띠철근과 나선철근으로 횡보강된 압축부재 전문성계수의 변동계수를 각각 0.08과 0.06으로 설정하고 편심계수는 각각 1.00과 1.05로 제시하였다. 그러나 연성파괴를 유도하도록 설계되는 휨 부재의 전문성계수의 변동계수를 0.06으로 설정한 것을 고려하면, 압축에 의하여 취성파괴가 발생할 수 있는 기둥부재(나선철근 보강 기둥의 경우)에서 휨과 동일한 값으로

전문성계수의 변동계수를 설정하는 것은 불합리한 것으로 판단된다. 기둥부재의 취성파괴에 대한 위험성을 고려하기 위하여 Nowak(2003)이 제시한 띠철근 보강 압축부재에 대한 전문성계수의 변동계수 값을 50% 할증한 0.12를 띠철근/나선철근 보강 기둥의 전문성계수로 설정하였다. 또한 전문성계수의 편심계수로는 Nowak이 제시한 값 중에서 보다 불리한 값인 1.00을 선택하였다. 제작 오차의 경우 Nowak의 연구(2003)에서는 각 부재의 폭이나 깊이 같은 길이 단위에 대한 변동성을 제시하였다. 실제 부재의 저항강도는 각 부재의 단면적에 비례한다고 가정하는 것이 보다 합리적일 것이므로 제작오차에 의한 저항강도의 변동성은 면적 단위에 대한 변동성으로 고려한다. 각 부재에 대하여 Nowak이 제시한 길이 방향의 변동성에 식 (2.58)을 적용하여 계산한 면적 단위 변동성을 표 B.1에 제시하였다.

표 B.1에 제시한 재료강도 변동성은 철근이나 콘크리트의 강도에 대한 변동성이 아니고 각 재료강도의 변동성에 의하여 발생하는 부재의 저항강도의 변동성을 의미한다. 철근의 항복강도와 콘크리트의 압축강도의 변동성에 대한 연구는 많이 발표되어 있으나 (Nowak 2003, Paik 2009, 윤재웅 2011) 대부분의 연구에서 항복강도 혹은 압축강도에 따른 변동성을 제시하고 있고, 설계기준에서 적용할 수 있는 대푯값을 제시한 연구는 발견하지 못하였다. 설계기준에서 콘크리트부재에 대한 하중-저항계수를 철근과 콘크리트의 재료강도에 따라 독립적으로 정의할 수는 없기 때문에 재료강도에 따라 통계특성을 제시한 연구 결과는 하중-저항계수 결정에 직접적으로 적용될 수 없다. 이러한 문제점은 강부재 저항강도에 대한 연구에서도 빈번히 발견된다. 부재 강도 연구자들은 각 재료를 대표할 수 있는 재료강도에 대한 통계특성치를 합리적으로 제시해야 할 것이다. 여기서는 여러 선행 연구들을 검토하여 철근의 항복강도와 콘크리트의 압축강도의 편심계수/변동계수의 대푯값으로 각각 1.20/0.10과 1.15/0.08을 선택하였다. PSC긴장재의 인장강도에 대한 편심계수/변동계수는 Paik(2009)가 제시한 값을 그대로 사용하였으며 1.04/0.02이다.

단철근 직사각형 콘크리트 들보의 휨강도 산정식은 다음과 같다.

$$S_M = \rho_f f_y b d^2 (1 - a \rho_f \frac{f_y}{f_{ck}}) \quad (B.2)$$

위 식에서 S_M 은 휨강도이고 $\rho_f = A_s / bd$ 는 휨에 대한 철근비를 의미하며, A_s 는 철근의 단면적, b 는 단면의 폭, d 는 단면의 유효깊이를 나타낸다. f_{ck} 는 콘크리트의 압축강도이고 f_y 는 철근의 항복응력이다. 위 식에서 a 는 콘크리트 응력 분포에 따라 결정되는 값으로 단면의 압축영역에서 등가직사각형 응력분포를 선택하는 경우는 $1/1.7 = 0.5882$ 이며, 포물선형 변형도-응력곡선을

사용할 경우에는 $a = \chi / (0.85\alpha)$ 로 정의되고 0.61 부근의 값을 가진다. 여기서 χ 와 α 는 변형도-응력곡선에 의하여 결정되는 상수이다. 어떤 응력 분포를 사용하든 간에 큰 차이가 없고 부재 저항강도의 변동성에는 거의 영향이 없으므로 여기서는 등가직사각형 응력분포에 대한 값을 사용한다.

철근 및 콘크리트의 재료강도 변동성이 부재 휨강도에 미치는 영향을 고려하기 위하여 식 (B.2)에서 부재의 치수와 관련된 항은 모두 변동성이 없는 것으로 가정한다. 철근 및 콘크리트의 재료강도를 다음과 같이 표준화한다.

$$x = f_{ck} / (f_{ck})_0, \quad y = f_y / (f_y)_0 \quad (B.3)$$

x, y 의 평균은 각각 f_{ck} 와 f_y 의 편심계수와 같다. 위 식에서 정의된 표준화된 변수를 이용하여 식 (B.2)를 정리한다.

$$S_M = \rho_f f_y b d^2 (1 - a \rho_f \frac{f_y}{f_{ck}}) = \tilde{M} (1 - a \tilde{\rho}_f \frac{y}{x}) y \quad (B.4)$$

위 식에서 $\tilde{M} = \rho_f (f_y)_0 b d^2$ 이고 $\tilde{\rho}_f = \rho_f (f_y)_0 / (f_{ck})_0$ 로서 강도철근비로 정의한다. 위 식을 평균 주위에서 Taylor 전개를 수행하고 일차항만 포함시키면 다음과 같다.

$$S_M \approx \tilde{M} (1 - a \tilde{\rho}_f \frac{\lambda_{f_y}}{\lambda_{f_{ck}}}) \lambda_{f_y} + \tilde{M} a \tilde{\rho}_f \frac{(\lambda_{f_y})^2}{(\lambda_{f_{ck}})^2} (x - \lambda_{f_{ck}}) + \tilde{M} (1 - 2a \tilde{\rho}_f \frac{\lambda_{f_y}}{\lambda_{f_{ck}}}) (y - \lambda_{f_y}) \quad (B.5)$$

위 식의 평균과 표준편차는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_{S_M} &\approx \tilde{M} (1 - a \tilde{\rho}_f \frac{\lambda_{f_y}}{\lambda_{f_{ck}}}) \lambda_{f_y} \\ \sigma_{S_M} &\approx \tilde{M} \sqrt{(a \tilde{\rho}_f \frac{\lambda_{f_y}}{\lambda_{f_{ck}}} \frac{\delta_{f_{ck}}}{\delta_{f_y}})^2 + (1 - 2a \tilde{\rho}_f \frac{\lambda_{f_y}}{\lambda_{f_{ck}}})^2 \lambda_{f_y} \delta_{f_y}} \end{aligned} \quad (B.6)$$

정의에 따라 위 식에 대응하는 편심계수와 변동계수를 구하면 다음과 같다.

$$\lambda_{S_M} = \mu_{S_M} / (S_M)_0 = \frac{1 - a\tilde{\rho}_{fl} \lambda_{f_y} / \lambda_{f_{ck}}}{1 - a\tilde{\rho}_{fl}} \lambda_{f_y}$$

$$\delta_{S_M} = \frac{\sigma_{S_M}}{\mu_{S_M}} = \sqrt{\left(a\tilde{\rho}_{fl} \frac{\lambda_{f_y}}{\lambda_{f_{ck}}} \frac{\delta_{f_{ck}}}{\delta_{f_y}}\right)^2 + (1 - 2a\tilde{\rho}_{fl} \frac{\lambda_{f_y}}{\lambda_{f_{ck}}})^2} \frac{\delta_{f_y}}{1 - a\tilde{\rho}_{fl} \lambda_{f_y} / \lambda_{f_{ck}}} \quad (B.7)$$

위 식에 포함된 각 변수의 대푯값을 다음과 같이 설정하여 휨강도의 편심계수와 변동계수의 대푯값을 계산할 수 있다.

$$a = 1/1.7 = 0.5882, \tilde{\rho}_{fl} = 0.01 \times 10 = 0.1, \frac{\lambda_{f_y}}{\lambda_{f_{ck}}} = 1.0435 \quad (B.8)$$

$$\lambda_{S_M} = 0.9973 \lambda_{f_y} \approx \lambda_{f_y}$$

$$\delta_{S_M} \approx 1.0654 \delta_{f_y} \sqrt{0.0024 + 0.7695} \approx 0.9360 \delta_{f_y} \quad (B.9)$$

위 식에 철근과 PC 긴장재의 항복강도에 대한 통계특성치를 대입하면 표 B.1에서 재료강도 행에 주어진 값을 구할 수 있으며, 이 값과 전문성계수 그리고 제작오차의 변동성을 식 (2.58)에 대입하면 최종적으로 부재저항강도의 통계특성을 계산할 수 있다.

MCS에 의하여도 단철근 들보의 휨강도에 대한 통계 특성값을 계산할 수 있다. 이 경우 전문성계수와 제작오차에 대한 변동성은 표 B.1에 주어진 값을 사용하고 철근과 콘크리트의 재료강도 변동성은 전술한 값을 사용한다. 재료강도의 변동에 의한 부재 휨강도의 변동은 식 (B.2)를 직접 적용하여 계산한다. 10만회의 MCS를 수행하면 부재 휨강도의 편심계수와 변동계수는 각각 1.218과 0.123으로 계산되어 표 B.1에서 주어진 값과 거의 같다.

기둥 부재에서 재료강도 변동성에 의한 압축강도 변동성도 동일한 방법으로 계산할 수 있다. 압축을 받는 기둥의 압축강도는 다음과 같이 정의된다.

$$S_p = (0.85A_g f_{ck}(1 - \rho_{cp}) + A_s f_s \rho_{cp})$$

$$= A_g (f_{ck})_0 (0.85(1 - \rho_{cp})x + \rho_{cp} \frac{(f_s)_0}{(f_{ck})_0} y)$$

$$= \tilde{P}(0.85(1 - \rho_{cp})x + \tilde{\rho}_{cp} y) \quad (B.10)$$

위 식에서 $\tilde{P} = A_g (f_{ck})_0$ 이고 $\tilde{\rho}_{cp} = \rho_{cp} (f_y)_0 / (f_{ck})_0$ 로서 기둥에서 압축에 대한 강도철근비로 정의한다. 압축에 대한 철근비 ρ_{cp} 는 종단면적 A_g 에 대한 철근 면적으로 정의된다. 식 (B.10)에 대

한 평균과 표준편차는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\mu_{s_p} &= 0.85(1-\rho_{cp})\lambda_{f_{ck}}(1+1.18\frac{\tilde{\rho}_{cp}\lambda_{f_y}}{(1-\rho_{cp})\lambda_{f_{ck}}})\tilde{P} \\ \sigma_{s_p} &= 0.85(1-\rho_{cp})\lambda_{f_{ck}}\delta_{f_{ck}}\tilde{P}\sqrt{1+(1.18\frac{\tilde{\rho}_{cp}\lambda_{f_y}\delta_{f_y}}{(1-\rho_{cp})\lambda_{f_{ck}}\delta_{f_{ck}}})^2}\end{aligned}\quad (B.11)$$

각 변수들의 대푯값을 대입하여 재료강도 변동성에 의한 기동 부재압축강도의 변동성을 계산할 수 있다. 강도철근비와 철근비의 대푯값으로 각각 0.1과 0.01을 적용하여 압축강도의 편심계수와 변동계수를 계산하면 다음과 같다.

$$\lambda_{s_p} \approx \lambda_{f_{ck}} = 1.15, \delta_{s_p} \approx 0.9\delta_{f_{ck}} = 0.072 \quad (B.12)$$

위의 값을 적용한 기동부재의 최종변동성은 표 B.1에 주어져 있다.

본문 표 2.1과 표 B.1에 주어진 부재강도의 변동성을 비교해 보면 조금씩 다르기는 하지만 거의 일치하고 있다. 단지 압축 부재에 대한 통계특성은 본문에는 주어지지 않으나, 이해성 등(2019)의 연구에서는 목표신뢰도지수 3.72에서 저항계수 0.75에 대응하는 편심/변동계수를 1.229/0.183로 추정하였다. 표 B.1에서 주어진 압축강도의 편심계수와 변동계수는 이해성 등(2019)이 제시한 값에 비하여 5.5%와 17.5% 정도 작은 값이다. 저항강도의 편심계수가 감소하면 공칭강도가 커진다는 의미이므로 저항계수가 작아지는 반면 변동계수가 감소하면 저항강도의 불확실성이 작아지기 때문에 저항계수는 커지게 된다. 표 B.1에서 주어진 통계특성치는 이해성 등(2019)의 연구에서 제시한 통계특성치에 비하여 저항계수를 증가시키는 효과가 더 크기 때문에 목표신뢰도지수 3.72에 대한 저항계수가 0.75 보다 약간 커질 것으로 추측할 수 있다. 그림 B.1에는 LS-1에 대하여 본문 표 3.5에서 정의된 하중계수를 적용하였을 때의 압축부재의 신뢰도지수를 휨 부재의 신뢰도지수와 비교하여 보이고 있다. 예상한 바와 같이 압축부재에서 저항계수 0.75를 적용하면 신뢰도지수가 4.0 부근에서 형성되고, 저항계수 0.9를 사용하는 RC 휨부재와 비슷한 수준의 신뢰도 지수는 압축부재 저항계수로서 0.79를 적용하였을 때 확보된다. 본문에서도 기술한 바와 같이 현재 사용되고 있는 신뢰도기반 설계기준은 여러 면에서 불완전하기 때문에 심도 깊은 연구를 통하여 수정되어야 하지만 특히 모든 구조물에서 매우 중요한 역할을 하는 압축부재의 저항강도에 대한 정확한 통계특성치가 없는 상태에서 정의된 저항계수는 공학적으로 의미가 없는 값으로서

설계기준에서 추구하는 안전도를 확보하는지 보장할 수 없다. 빠른 시간 내에 통계적 분석을 동반한 실험적 연구가 수행되어 RC 압축부재의 저항강도에 대한 신뢰도 높은 통계자료가 확보되어야 할 것이다.

전단강도는 전단보강철근의 항복강도에 직접적으로 비례하기 때문에(Paik 2009) 재료강도 변동성에 따른 부재 강도변동성은 철근 항복강도의 변동성과 동일한 값으로 고려할 수 있다. PC 부재에서 프리스트레스는 일반적으로 휨에 대하여 저항하기 때문에 전단저항강도에 영향을 미치지 못하고 전단보강철근이 전단력에 저항하게 된다. 따라서 PC나 RC나 전단저항강도의 변동성은 동일하다. 단지 Paik(2009) 등은 프리스트레스가 유발하는 상방향력을 고려하여 본문 표 2.1에서 보인 바와 같이 PC에서 전단 저항강도의 변동성을 RC 부재에 비하여 약간 감소시켰으나, 이에 대한 정확한 근거를 제시하지는 못하였다.

B.2 고정하중 통계특성

본문 2.3 절에서 정의한 바와 같이 고정하중 효과의 변동성은 다음과 같이 정의된다.

$$Q_i = (Q_i)_0 \cdot C \cdot B_i \cdot q_i \quad (\text{B.13})$$

여기서 $(Q_i)_0$ 는 i 고정하중에 대한 공칭 하중효과이고 C , B_i 그리고 q_i 는 각각 영향계수, 모델링변수 그리고 외부하중변수를 나타내는 표준화된 확률변수이다. 식 (B.13)에 포함된 각 변수의 공칭값은 1 이고 평균값은 각 변수의 편심계수와 같다. Nowak(1999)은 활하중효과에 대하여 영향계수와 모델링변수의 변동계수를 각각 0.06과 0.12로 제안하였으며, 편심계수로서 두 변수에 대하여 1.0을 적용하였다. 영향계수는 구조 해석 자체의 불확실성을 고려하는 변수이기 때문에 고정하중 효과에 대하여도 동일하게 적용할 수 있다.

식 (B.13)에 포함된 모델링변수는 실제 하중을 설계기준에서 사용하는 하중으로 변환하면서 발생하는 변동성이다. 실제 교량상에서 차량활하중은 단속적으로 분포하는 비균일 집중하중으로 작용하지만 설계기준에서는 설계 차량하중을 등분포 하중으로 모사하면서 매우 큰 변동성이 발생하기 때문에 차량활하중의 경우 이 변수의 변동계수를 비교적 큰 값인 0.12(2.3.2 목 참조)로 설정한 것으로 판단된다. 그러나 고정하중의 경우 대부분 분포하중으로 작용하고 실제 하중효과도 분포하중을 재하하여 계산하기 때문에 모델링 변수의 변동성은 매우 작을 것이다. 따라서 일반적 구조부재(DC)와 케이블 부재(CB)의 자중에 대한 하중효과의 변동성에서는 모델링변수의 변동성을

무시한다. *DC*와 *CB*에서 하중변수의 변동성은 차량활하중의 하중변수 변동성에 비하여 상당히 작을 것으로 추측할 수 있다. 부재의 제작환경을 고려하여 공장제작/현장제작 부재의 *DC* 성분의 변동계수를 각각 0.05와 0.08로 설정하였다. 영향계수의 편심계수가 1.0이므로 *DC* 하중 모델링변수의 편심계수는 하중효과의 편심계수와 같은 1.03(공장제작부재) 그리고 1.05(현장제작부재)를 사용하였다. 케이블 부재의 경우 매우 엄격한 공정 관리가 제작공장 내에서 이루어지기 때문에 케이블 자중에 대한 변동성은 무시하였다. 전술한 변수를 적용하면 표 B.2와 같이 본문 표 2.1에 있는 값과 동일한 값이 계산된다. 최근에는 시공 기술이 매우 정밀해지고 있기 때문에 *DC* 하중에 대한 변동성을 0.03/0.05 정도로 감소시키는 것도 고려할 만 할 것으로 생각된다.

본문 표 2.1에서 보이듯이 *DW* 하중효과에 대한 변동계수가 0.25로 설정되어 있는데, 이는 활하중효과의 변동계수가 0.2 인 것을 감안하면 매우 큰 값일 것이다. *DW*에 대한 영향계수는 다른 고정하중과 다를 것이 없고, 모델링 오차는 차량활하중에 비하여 훨씬 작을 것이다. *DW* 하중에 대한 모델링 오차를 0.05(이 값도 매우 큰 값일 것으로 추측된다) 정도로 고려하여 현재 하중효과 변동계수에 대응하는 외부하중변수의 변동성을 역산해 보면 $\sqrt{0.25^2 - 0.06^2 - 0.05^2} = 0.238$ 정도가 되는데 이 값은 차량활하중의 변동계수인 0.097 보다 훨씬 큰 값으로서 교량의 유지 보수 과정에서 발생하는 불확실성을 고려하더라도 비합리적으로 큰 값으로 판단된다. 현장제작 부재 *DC* 하중 변동성의 50%를 할증한 값인 0.12 정도가 *DW* 하중의 변동성으로 적절한 것으로 추정할 수 있을 것이다. 이 경우 *DW* 하중효과의 변동계수가 0.143 정도로 감소하기 때문에 하중계수가 현 수준보다 상당히 작아질 것이다.

전술한 논의를 바탕으로 고정하중효과 및 변동성 성분의 통계 특성치를 표 B.2에 제시하였다. 본문에서 제시된 하중-저항계수는 기존에 사용하던 통계치를 적용하여 계산하였으나, 향후 설계기준 개정 시에는 고정하중의 통계특성치를 조정하고 하중계수를 재 산정할 필요가 있을 것이다.

표 B.1 콘크리트부재 저항강도 변동성 통계특성

부재	전문성계수 (P)		제작오차 (F)		재료강도 (M)		부재저항강도 (S)		분포
	편심	변동	편심	변동	편심	변동	편심	변동	
휨-RC	1.020	0.060	1.000	0.057	1.200	0.094	1.224	0.125	대수정규
휨-PC	1.020	0.060	1.000	0.047	1.040	0.019	1.061	0.079	대수정규
압축*	1.000	0.120	1.010	0.057	1.150	0.072	1.162	0.151	대수정규
전단-PC/RC	1.075	0.100	1.000	0.057	1.200	0.100	1.290	0.153	대수정규

*: 락철근과 나선철근으로 보강된 경우

표 B.2 고정하중 변동성 통계특성

하중	영향계수 (C)		모델링변수 (B)		하중변수* (q)		하중효과* (Q)		분포
	편심	변동	편심	변동	편심	변동	편심	변동	
DC*	1.000	0.060	1.000	—	1.03/1.05	0.05/0.08	1.03/1.05	0.08/0.10	정규
DW	1.000	0.060	1.000	0.050	1.000	0.120	1.000	0.143	정규
CB	1.000	0.060	1.000	—	1.000	—	1.000	0.060	정규

*: 공장제작/현장제작

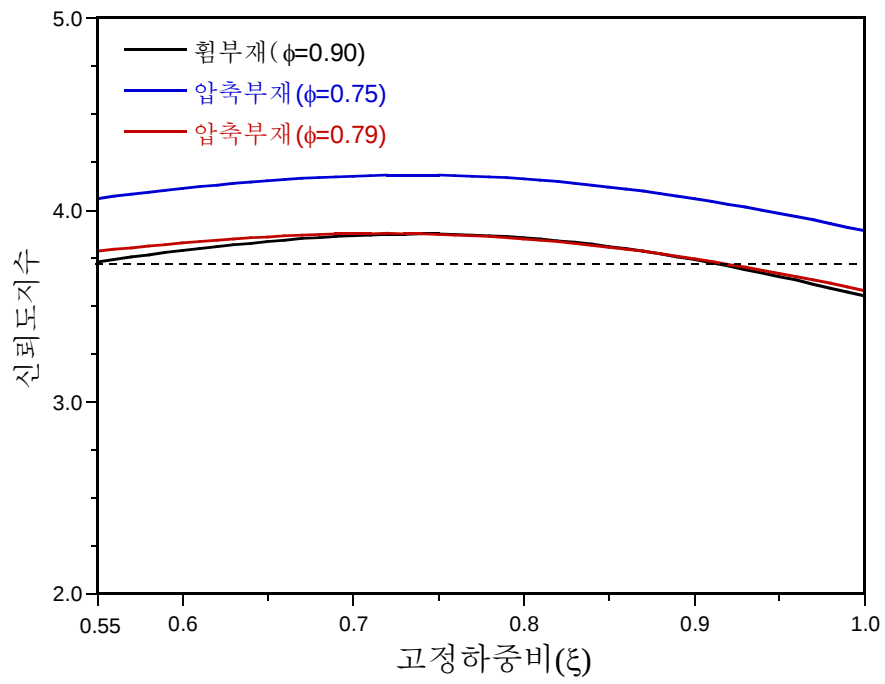


그림 B.1 휨부재와 압축부재의 신뢰도지수 비교

부록 C 재료계수

본문 3.1 절에서 기술한 바와 같이 KHBDC와 유로코드에서는 콘크리트부재에 대해 저항계수 대신 재료계수를 채택하고 있다. 재료계수는 한계상태식 (3.4)의 저항강도의 파괴점을 식 (3.16)과 같이 전체 공칭저항강도에 대하여 정의하지 않고 철근의 항복강도와 콘크리트의 압축강도에 대하여 독립적으로 정의한다. 본문에서도 기술한 바와 같이 재료계수는 신뢰도기반 설계라는 근본적인 원칙에서 판단할 때 여러 가지 문제가 있는 것으로 보고된 바 있다(이해성 2019). 이 부록에서는 이해성 등(2019)의 연구에서 제시한 KHBDC 재료계수의 문제점을 요약하였으며, 유로코드 재료계수 문제점을 자세히 기술하였다. 이 부록에서 참고하는 유로코드내용은 Eurocode 2 Commentary(유로코드 2 해설서, European concrete platform 2008)에 제시되어 있으며, 별도의 인용 없이 이 부록에서 참조한다. KHBDC 재료계수에 대한 신뢰도 분석 결과는 이해성 등(2019)의 연구에서 자세히 제시하고 있다.

C.1 재료계수에 의한 파괴점 정의

일반적으로 콘크리트 부재의 공칭 저항강도는 다음과 같이 기하변수, 철근의 항복강도 그리고 콘크리트의 압축강도의 함수로 표시된다.

$$S_0 = S(\mathbf{G}_0, (f_y)_0, (f_{ck})_0) \quad (\text{C.1})$$

위 식에서 S 는 콘크리트 부재의 강도식을 의미하고 f_{ck} 는 콘크리트의 압축강도, f_y 는 철근의 항복응력 그리고 $\mathbf{G}$ 는 철근비를 포함한 단면의 기하변수를 나타내며 아래 첨자 0는 공칭값을 표시한다. 철근콘크리트 단철근 들보와 순수 압축을 받는 기둥의 저항강도는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} M &= \rho_{fl} f_y b d^2 (1 - a \rho_{fl} \frac{f_y}{f_{ck}}) \\ P &= A_g (0.85 f_{ck} (1 - \rho_{cp}) + f_s \rho_{cp}) \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

여기서 M 은 휨강도, P 는 압축강도를 의미하고 각각의 공칭강도는 각 변수의 공칭값을 사용하여 산정한다. ρ 는 철근비를 의미하며 각 변수의 아래첨자 fl 및 cp 는 각각 휨 및 압축부재에 해당하는 값을 지칭하기 위하여 사용된다. 휨 부재의 철근비는 $\rho_{fl} = A_s / bd$ 로 계산되며 압축부재의 철근비는 $\rho_{cp} = A_s / A_g$ 로 결정된다. 여기서 A_s 는 철근의 단면적, A_g 는 전체단면적, b 는 단면의 폭,

d 는 단면의 유효깊이 그리고 f_s 는 철근의 응력을 의미한다. a 는 콘크리트 응력 분포에 따라 결정되는 값으로 단면의 압축영역에서 응력분포로서 등가직사각형 분포를 적용하면 1/1.7이며, 콘크리트의 해석적 응력-변형도 곡선을 사용하는 경우에는 $a = \chi / (0.85\alpha)$ 이다. 여기서 α 는 콘크리트에 작용하는 압축력 크기 계수이며 χ 는 압축력 작용점 위치 계수이다. 일반적으로 χ 는 콘크리트 분야에서 β 로 정의되는 변수이지만 신뢰도지수와 구분을 위하여 여기서는 χ 를 사용한다. 식 (C.2)에서 정의된 기둥의 공칭압축강도에서 철근이 부담하는 압축력은 콘크리트의 응력이 $0.85f_{ck}$ 에 도달하였을 때 철근의 응력으로 계산하여야 하지만 여기서는 콘크리트 응력이 $0.85f_{ck}$ 에 도달하면 철근의 응력도 항상 f_y 에 도달한다고 가정한다.

2.4절에서 기술한 바와 같이 식 (C.1)에서 정의된 저항강도의 불확실성은 전문성계수, 재료강도 그리고 제작/시공오차의 곱으로 표시할 수 있으며 일반적으로 사용되는 저항강도의 통계특성은 위의 세가지 불확실성을 모두 포함한 값이다. 저항계수를 사용하는 경우에는 저항강도 자체를 하나의 확률 변수로 취급하기 때문에 한계상태식 (3.4)가 선형관계식이 되고 하중비 개념을 포함하여 3장에서 제시한 여러 가지 접근법을 적용할 수 있다. 이 경우 저항강도의 파괴점은 저항계수에 의하여 정의된다.

$$S^* = \phi S_0 = \phi S(G_0, (f_y)_0, (f_{ck})_0) \quad (C.3)$$

재료계수를 사용하는 경우에는 콘크리트 부재의 파괴점은 다음과 같이 정의된다.

$$S^* = S(G_0, f_y^*, f_{ck}^*) = S(G_0, \theta_s(f_y)_0, \theta_c(f_{ck})_0) \quad (C.4)$$

여기서 θ_s 및 θ_c 는 각각 철근과 콘크리트의 재료계수이고, 아래 첨자 c 와 s 는 콘크리트와 철근을 지칭하기 위하여 사용된다. 재료계수는 RC 부재와 PC 부재에서 공통적으로 적용되므로 위 식에서 θ_s 는 철근 혹은 PC 긴장재의 재료계수로 표현해야 하지만 편의상 철근재료계수로 지칭한다. 저항강도의 파괴점을 식 (C.4)와 같이 표현한다는 것은 한계상태식에서 독립적인 확률변수가 저항강도가 아니고 철근과 콘크리트의 재료강도라는 것을 의미한다. 식 (C.2)에서 휨에 대하여 보인 바와 같이 콘크리트 부재의 저항강도는 재료강도에 대하여 비선형식으로 표시되는 경우가 있기 때문에 재료강도가 독립적인 확률변수인 경우에는 일반적으로 선형한계상태식에 대하여 3장에서 제시한 접근법을 사용할 수가 없다.

재료계수를 사용할 경우에는 전술한 바와 같이 3가지 불확실성의 곱으로 표시되는 저항강도

의 불확실성을 재료강도의 불확실성으로만 모사하게 된다. 그러나 재료강도와는 통계적으로 독립적인 변수인 전문성계수와 제작/시공오차를 어떤 과정을 거쳐 재료저항의 불확실성에 포함시켜 부재 저항강도의 불확실성을 모사하게 되는지에 대한 명확한 이론적 근거를 찾을 수 없다. 유로코드 2 해설서에서도 이러한 과정을 언급하고 있기는 하지만 명확한 유도 과정을 제시하지 못하고 있다. 유로코드의 접근법에 대한 자세한 논의는 C.3 절에 기술하였다. 이에 더하여 재료강도의 변동성이 부재저항강도의 변동성에 미치는 영향에 대한 실측 통계자료를 구축하기가 매우 어렵다. 저항계수를 사용하는 경우 실제 부재에 대한 파괴실험을 통하여 저항강도에 대한 통계특성을 쉽게 구축할 수 있다. 철근과 콘크리트에 대한 재료저항 자체에 대한 통계특성은 실험에 의하여 쉽게 구축할 수 있으나, 일단 콘크리트 부재를 제작하면 그 부재에는 전술한 3가지 불확실성이 모두 포함되어 있기 때문에 순수히 재료저항의 변동성이 부재저항강도에 미치는 영향을 실측하는 것은 거의 불가능할 것이다.

재료계수에 의한 저항강도의 파괴점은 식 (C.4)의 정의에 따라 다음과 같이 표시된다.

$$M^* = \theta_s \rho_f f_y b d^2 (1 - a \rho_f \frac{\theta_s f_y}{\theta_c f_{ck}})$$

$$P^* = \theta_c A_g f_{ck} (0.85(1 - \rho_{cp}) + \rho_{cp} \frac{\theta_s f_y}{\theta_c f_{ck}})$$
(C.5)

위 식에서 재료계수를 제외한 모든 변수는 공칭값을 사용한다. KHBDC와 유로코드에서는 모두 재료계수를 적용하고 있으나, 그 유도과정과 공학적 의미는 완전히 다르다. KHBDC에서 사용되는 재료계수는 강도설계법에서의 저항계수를 근사하도록(김재홍 2000, 이재훈 2015) 설정되었으며 신뢰도 개념이 도입되어 있지 않다. 유로코드의 경우에는 유로코드 2 해설서에 신뢰도개념에 근거한 유도과정이 기술되어 있으나, 논리적 문제점이 다수 발견된다. 재료계수를 신뢰도기반 설계기준에 도입하기 위하여는 아직도 많은 연구가 필요할 것으로 판단되고, 다음 두 절에서 이해성 등의 연구(2019)에서 지적한 문제점을 요약, 보완하여 기술한다.

C.2 KHBDC에서의 재료계수

KHBDC에서 사용되고 있는 재료계수는 엄밀한 의미에서 신뢰도기반 설계기준을 위한 재료계수가 아니며, 실제로는 부재저항계수를 재료계수의 형태로 표현한 것이라고 이해성 등(2019)의 연구에서 지적하였다. 한계상태식 (3.4)에 기초한 신뢰도기반 설계기준에서 하중계수가 같다면 재료

계수에 의하여 정의되는 식 (C.4)의 저항강도 파괴점과 식 (3.16)에서 정의되는 파괴점은 동일한 값을 가져야지만 동일한 신뢰도 지수를 확보할 수 있다.

$$\phi S(\mathbf{G}_0, (f_s)_0, (f_{ck})_0) = S(\mathbf{G}_G, \theta_s (f_s)_0, \theta_c (f_{ck})_0) \quad (\text{C.6})$$

위 식을 식 (C.2)에 적용하면 주어진 재료계수에 대한 등가저항계수를 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \psi_{fl}(\theta_s, \theta_c) &= \theta_s \frac{1 - a\tilde{\rho}_{fl}(\theta_s/\theta_c)}{1 - a\tilde{\rho}_{fl}} = \theta_s \frac{1 - a\tilde{\rho}_{fl}r_\theta}{1 - a\tilde{\rho}_{fl}} \\ \psi_{cp}(\theta_s, \theta_c) &= \theta_c \frac{0.85(1 - \rho_{cp}) + \tilde{\rho}_{cp}(\theta_s/\theta_c)}{0.85(1 - \rho_{cp}) + \tilde{\rho}_{cp}} \approx \theta_c \frac{0.85 + \tilde{\rho}_{cp}r_\theta}{0.85 + \tilde{\rho}_{cp}} \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

여기서 ψ 는 재료계수에 의하여 정의되는 등가저항계수이며 $r_\theta = \theta_s/\theta_c$ 이다. $\tilde{\rho}$ 는 강도철근비로서 휨부재와 압축부재에서 각각 $\tilde{\rho}_{fl} = \rho_{fl}(f_y)_0/(f_{ck})_0$ 와 $\tilde{\rho}_{cp} = \rho_{cp}(f_y)_0/(f_{ck})_0$ 이다. 그림 C.1 에는 KHBDC에서 사용하고 있는 재료계수 $\theta_s = 0.9$ 와 $\theta_c = 0.65$ 를 적용하였을 때 강도철근비에 따른 휨 및 압축 부재의 등가저항계수의 변화를 보이고 있다. 식 (C.7)에서 알 수 있듯이 $r_\theta > 1$ 일 경우 등가저항계수는 휨부재에 대하여는 강도철근비가 증가할수록 감소하고, 압축부재에서는 그 반대가 된다. 신뢰도 이론 관점에서 판단하면 이러한 현상은 철근량(혹은 공칭 저항강도에 철근이 기여하는 비율)이 증가할수록 휨 저항강도의 신뢰도는 감소하고, 압축 저항강도의 신뢰도는 증가한다는 것을 의미한다. 일반적으로 재료강도의 불확실성이 철근보다 콘크리트가 크기 때문에 콘크리트의 취성파괴가 발생하지 않는 한도 내에서는 철근이 저항강도에 기여하는 비율이 증가할수록 구조부재의 공칭 저항강도의 신뢰도는 높아져야 하지만 재료계수를 적용하면 휨강도에서 그 반대가 되어 논리적인 모순이 발생한다.

김재홍 등(2000)의 연구에서는 강도설계법(한국콘크리트학회 1999)에서 정의된 휨 부재와 압축부재의 저항계수인 0.85와 0.70을 식 (C.7)이 각각 가장 잘 근사할 수 있도록 다음과 같은 두 개의 목적함수를 독립적으로 최적화하여 계산하였다.

$$\Pi_{fl}(\theta_s, \theta_c) = 0.85 - \psi_{fl}, \quad \Pi_{cp}(\theta_s, \theta_c) = 0.70 - \psi_{cp} \quad (\text{C.8})$$

주어진 하나의 단면에 대하여 식 (C.8)에 의하여 정의되는 각 부재의 목적함수를 독립적으로 최적화할 수 없다. 이는 식 (C.8)에 정의된 각각의 목적함수가 2개의 미지수를 포함하고 있으나, 주어지는 조건식은 하나 밖에 없어 해의 유일성이 보장되지 않는 부정방정식이 유도되기 때문이다.

만일 서로 다른 물성치와 형상을 가지는 여러 단면을 동시에 고려하고 휨과 압축에 대하여 독립적으로 최적화를 수행하면 휨과 압축부재에 대한 절대 최적해는 $\theta_c = \theta_s = 0.85$ 와 $\theta_c = \theta_s = 0.70$ 이 되며 그때의 휨과 압축부재에 대한 목적함수는 각각 영이 되고 휨 부재와 압축 부재의 저항계수와 철근과 콘크리트의 재료계수가 각각 같아 진다. 따라서 김재홍 등(2000)이 제시한 접근법으로는 휨과 압축부재에 동시에 적용할 수 있는 재료계수가 존재할 수 없고 재료계수에 의한 파괴점 식 (C.5)와 저항계수에 의한 파괴점은 같아진다. 한 쌍의 재료계수가 주어지면 그에 상응하는 등가저항계수를 식 (C.7)에 의하여 결정할 수 있지만, 그 반대의 경우 즉 휨과 압축에 대한 저항계수가 주어졌을 경우 식 (C.8)을 동시에 최적화할 수 있는 한 쌍의 재료계수는 일반적으로 존재하지 않는다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 이해성 등(2019)은 식 (C.8)에서 정의한 두 개의 목적함수를 동시에 최적화하는 기법을 제시하고, AASHTO 설계기준에서 사용하고 있는 휨 및 압축 부재의 저항계수인 0.9와 0.75에 대한 재료계수로서 $\theta_s = 0.93$ 와 $\theta_c = 0.73$ 를 제시하였다.

김재홍 등(2000)의 연구에서 제시한 재료계수 결정 개념과 과정이 불명확하긴 하지만 그 값을 인정한다 하더라도 그 값이 저항계수에 근거하여 결정되었기 때문에 현 KHBDC에서 사용하는 재료계수는 저항계수와 독립적인 개념에 의하여 정의되는 계수가 아니고 저항계수를 다른 형태로 표시한 것이다. 이러한 사실에 의하여 현재 KHBDC에서 콘크리트 부재의 파괴점을 모사하기 위하여 재료계수를 도입하여야 할 공학적 당위성과 타당성을 인정할 수 없다.

현재 KHBDC에서는 서로 다른 하중효과에 대한 저항강도에 대하여 동일한 재료계수를 적용하고 있다. 그러나 각 하중효과에 대한 공칭 저항강도를 정의하는 식은 재료강도에 대하여 다른 형태의 함수로 표시되기 때문에 휨과 압축에 대하여 결정된 재료계수를 여타의 하중효과에 대한 저항강도에 적용할 수 없지만, 현재에는 수학적, 물리적 검증과정 없이 동일한 재료계수를 다른 종류의 저항강도에 적용하고 있어 문제점으로 지적하지 않을 수 없다. 이에 더하여 이 책에서는 RC 휨부재에 대한 저항계수를 0.9로 고정시키고 있지만 PC 부재의 경우 한계상태에 따라 저항계수가 달라지기 때문에 김재홍 등(2000)이 제시한 개념을 따른다면 PC부재의 재료계수는 각 한계상태에서 독립적으로 정의되어야 한다.

김재홍 등(2000)의 연구에서 제시한 재료계수는 국내의 강도설계법 설계기준(건설교통부 2005)과 한계상태설계법 설계기준(국토교통부 2016)에서 동일하게 적용되고 있는데, 서로 다른 설계개념과 하중계수를 사용하고 있는 설계기준에서 동일한 저항계수(혹은 재료계수)를 사용할 수는 없다. 신뢰도기반 설계기준에서 사용하는 모든 하중-저항계수는 반드시 목표신뢰도를 만족시키도록 계수조정과정(code calibration)을 거쳐 결정되어야 하기 때문에 목표신뢰도개념이 도입되어 있지 않

은 강도설계법 부재저항계수에 의하여 결정된 재료계수는 신뢰도기반 설계기준에 적용할 수 없는 무의미한 계수이다. 김재홍 등(2000)이 제안한 접근법으로는 유일한 재료계수를 결정할 수도 없고, 저항계수를 재료계수로 변환하여 사용하여야 하는 논리적 당위성과 정당성을 설명할 수도 없다. 그럼에도 불구하고 어떤 이유로 반드시 재료계수를 사용하여야 한다면 이 책 본문에서 제시한 접근법을 통하여 목표신뢰도지수를 만족시키도록 하중-저항계수를 조정한 후 해당 저항계수에 상응하는 재료계수를 결정하여야 할 것이다.

재료계수에 의하여 계산되는 등가 저항계수가 원 저항계수와 비슷하게 되는 강도철근비 0.2에서의 휨부재의 신뢰도 지수를 고정하중비에 따라 계산하여 그림 C.2에 도시하였다. DC하중비는 0.8을 적용하였고, 표 C.1에 강도설계법과 한계상태설계법에서 적용하는 하중계수를 보였다. 그림에서 실선은 부재저항계수를 적용하였을 때의 값이며, 원형 도형은 재료계수에 의하여 결정되는 등가저항계수식 (C.7)을 이용하여 계산되는 값이다. 부재저항강도의 통계특성은 표 2.1에서 주어진 RC 부재에 대한 값을 적용하였다. 목표신뢰도인 3.72는 그림에서 빨간색 실선으로 표시되어 있다. 그림에서 보이듯이 고정하중비가 0.9보다 작은 영역에서 강도설계법에 비하여 한계상태설계법이 확보하는 신뢰도지수가 작아지기는 하지만 목표신뢰도 보다는 큰 값을 유도하고 있어 KHBDC의 하중-저항계수가 적절히 조정되지 않은 것으로 판단된다. 현재 KHBDC에서 중력방향 하중조합에서의 신뢰도지수는 평균적으로 4.5정도인 것으로 판단되며, 목표신뢰도지수인 3.72 보다 약 21% 정도 큰 값이다. 이는 KHBDC 재료계수의 근간이 되는 부재저항계수 0.85가 이 책에서 사용한 부재저항계수인 0.9 보다 작고 또 KHBDC의 활하중계수가 이 책에서 제안한 값 보다 커서 발생하는 현상이다.

C.3 유로코드에서의 재료계수

본문 2.4 절에서 기술한 바와 같이 부재 저항강도의 변동성을 정의할 경우 저항강도는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$S = S_0 \cdot P \cdot M \cdot F \quad (C.9)$$

여기서 S_0 는 주어진 부재의 공칭저항이고 P , M 그리고 F 는 각각 전문성계수, 재료강도 그리고 제작/시공오차의 변동성을 나타내는 표준화된 확률변수이다. P , M 및 F 의 공칭값은 1이고 평균은 각 변수의 편심계수로 정의할 수 있다. 위 식에서 M 은 부재를 구성하고 있는 재료강도 변화에 의

하여 발생하는 부재저항강도의 변동성을 나타내는 확률변수이다. 유로코드에서의 재료계수에 대한 개념은 식 (C.9)를 다음과 같이 표시하는 과정에서 도입된다.

$$S = S_0 \cdot P \cdot M \cdot F = P \cdot F \cdot \hat{S}(\mathbf{G}_0, \mathbf{X}) \quad (\text{C.10})$$

위에서 $\mathbf{X} = (X_s, X_c) = (f_y, f_{ck})$ 로서 콘크리트와 철근의 재료강도벡터이다. $\hat{S}$ 는 식 (C.2)와 같은 콘크리트 부재의 저항강도이며, 식 (C.9)에서 정의된 공칭부재저항강도 $S_0 = \hat{S}(\mathbf{G}_0, \mathbf{X}_0)$ 이다. 유로코드에서는 확률변수의 공칭값을 특성값(characteristic value)으로 지칭하며, 재료강도의 경우 비초과확률 5%에 대응하는 값을 사용한다. 표준정규분포 상에서 주어진 비초과확률에 대응하는 표준정규변수의 값을 분위계수로 정의하며, 재료강도의 특성값에 대한 분위계수는 -1.64이다. 식 (2.20)과 (2.21)에 의하여 대수정규분포를 따르는 재료강도의 특성값은 다음과 같다.

$$(X_0)_k = \exp(-1.64\delta_{X_k} - 0.5(\delta_{X_k})^2)\mu_{X_k}, \quad k = s, c \quad (\text{C.11})$$

유로코드에서는 재료강도의 변동성에 의한 부재저항의 변동성을 식 (C.9)와 같이 공칭부재저항강도에 곱해지는 확률변수를 도입하지 않고 재료강도의 변동성에 의하여 직접 모사한다.

$$S = P \cdot F \cdot \hat{S}(M_k(X_0)_k), \quad k = s, c \quad (\text{C.12})$$

M_k 는 k 재료강도의 변동성을 나타내는 표준화된 확률 변수로서 공칭값은 1이고 평균은 대응하는 재료강도의 편심계수와 같다. 부재의 저항강도를 정의하기 위하여 식 (C.9)와 식 (C.12) 중에서 어떤 것을 선택하더라도 개념적으로는 문제가 없지만 실제 계산에서는 큰 차이가 있다. 식 (C.9)에서 세 개의 확률변수의 곱($P \cdot M \cdot F$)을 하나의 확률변수로 치환하면 식 (C.9)은 하나의 확률변수에 의하여 정의되고 또 식 (C.9)에 의하여 정의되는 한계상태식은 선형으로 표시되게 되어 신뢰도/역신뢰도해석을 쉽게 수행할 수 있다. 반면 식 (C.12)에는 부재저항식 자체와 각 재료강도의 변동성을 모사하는 확률변수가 포함되어 있기 때문에 부재저항식의 변동성을 재료강도의 변동성에 포함시킬 수 있다 하더라도 최소한 철근 및 콘크리트 재료강도를 확률변수로 정의하여야 한다. 이에 더하여 부재강도가 재료강도에 대하여 비선형이면 한계상태식 역시 비선형이 되어 복잡한 비선형 신뢰도/역신뢰도 해석을 수행하여야 한다.

식 (C.12)에 대한 파괴점은 각 확률변수의 파괴점을 이용하여 표시할 수 있다.

$$S^* = P^* \cdot F^* \cdot \hat{S}(M_k^*(X_0)_k) = \phi \hat{S}(\theta_k(X_0)_k) \quad (C.13)$$

여기서 $\phi = P^* \cdot F^*$ 로서 부재저항식 전체에 곱해지고, $\theta_k = M_k^*$ 는 재료계수로서 각 재료저항에 곱해진다. 유로코드 2 해설서에서는 식 (C.13)의 재료계수에 크기효과 등을 고려하기 위하여 η 라는 변수를 도입하여 식 (C.13)에 있는 재료계수를 나누어 주고 있으나, 이 변수의 정의를 정확히 하고 있지 않기 때문에 여기서는 고려하지 않는다. 반드시 이 계수를 고려해야 한다면 식 (C.13)에서 정의된 재료계수 내에 포함되어 있는 것으로 취급하면 될 것이다.

유로코드에서는 저항계수 통합(integration)과정을 식 (C.13)에 적용하여 최종적인 재료계수를 유도하게 되는데, 이 과정에 유로코드 2 해설서에서 유도한 재료계수의 가장 심각한 오류가 포함되어 있다. 모델링 오차와 제작오차 확률변수의 파괴점에 의하여 결정되는 부재저항계수 ϕ 를 $\hat{S}$ 내부로 도입하여 재료강도의 파괴점을 나타내는 재료계수와 통합하는 과정을 거치면서 최종적인 통합재료계수를 다음과 같이 정의한다.

$$S^* = \phi \hat{S}(\theta_k(X_0)_k) = \hat{S}(\theta_{M,k}(X_0)_k) \quad (C.14)$$

여기서 $\theta_{M,k}$ 는 유로코드에서 사용하는 최종적인 통합된 재료계수로서, 유로코드 2 해설서에서는 단순히 $\theta_{M,k} = f(\phi, \theta_k)$ 로 정의하고 있으며 함수 f 가 구체적으로 어떻게 표시되는 지에 대한 언급이 전혀 없다. 콘크리트 부재의 저항강도가 순수 압축력을 받는 기둥에서와 같이 각 재료강도에 대하여 선형적으로 표시되지 않는다면, 적절한 함수 f 를 반드시 명시적으로 정의하여야 만이 공학적으로 의미있는 재료계수를 계산할 수 있다.

콘크리트 부재의 부재강도가 각 재료강도의 선형조합으로 정의된다면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{S} = a_0 + a_s f_y + a_c f_{ck} = a_0 + \sum_k a_k X_k \quad (C.15)$$

위 식에서 a_i 는 부재 저항강도를 정의하기 위한 선형조합의 계수로서 일반적으로 기하변수와 같이 재료강도와 무관한 변수에 대한 함수이다. 재료강도가 모두 0일 경우 부재저항강도도 역시 0이 되어야 하기 때문에 $a_0 = 0$ 이 되어야 하지만 비선형 부재저항강도에 대한 일반적인 논의를 위하여 식 (C.15)에 포함시켜 두었다. 식 (C.13)과 같이 식 (C.15)의 파괴점을 정의하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
S^* &= P^* \cdot F^*(a_0 + \sum_k a_k X_k^*) = \phi a_0 + \sum_k a_k \phi \frac{X_k^*}{(X_0)_k} (X_0)_k \\
&= \phi a_0 + \sum_k a_k \phi \theta_k (X_0)_k = \phi a_0 + \sum_k a_k \theta_{M,k} (X_0)_k
\end{aligned} \tag{C.16}$$

위 식에서 보듯이 상수항이 없는 경우에는 유로코드 2 해설서에서 정의한 재료계수 통합과정을 적용하여 부재저항강도의 파괴점을 재료계수를 적용하여 정의할 수 있으나, 상수항이 포함되는 경우에는 부재저항강도의 파괴점을 재료계수만으로 정의할 수 없다. 식 (C.15)에서 파괴점을 재료계수에 의하여 정의하면 다음과 같이 식 (C.16)과는 다른 파괴점을 유도하게 된다.

$$S^* = a_0 + \sum_k a_k \theta_{M,k} (X_0)_k \tag{C.17}$$

콘크리트 부재의 저항강도가 각 재료강도에 대하여 비선형적으로 표시되는 경우는 유로코드 2 해설서에서 정의된 저항계수 통합과정이 어렵거나 근본적으로 불가능할 수 있다. 재료계수를 도입하는 경우 재료강도가 신뢰도해석에서 독립변수가 되기 때문에 부재저항강도가 재료강도에 대하여 비선형인 경우에는 한계상태식이 비선형이 되고 따라서 비선형신뢰도/역신뢰도 해석이 필요하게 된다. 비선형 해석에서는 일반적으로 비선형 거동을 하는 변수를 선형화하여 문제를 해석하고, 이 과정을 해가 수렴할 때까지 반복 수행하는 반복 계산법을 적용하는 것이 일반적이다. 부재저항강도가 비선형일 경우 각 재료강도의 평균 주위에서 Taylor 전개를 하고 일차항만 포함시키면 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned}
\hat{S} &= \hat{S}(\mu_{X_k}) + \sum_k \left. \frac{\partial \hat{S}}{\partial X_k} \right|_{X_k = \mu_{X_k}} (X_k - \mu_{X_k}) \\
&= \hat{S}(\mu_{X_k}) - \sum_k \left. \frac{\partial \hat{S}}{\partial X_k} \right|_{X_k = \mu_{X_k}} \mu_{X_k} + \sum_k \left. \frac{\partial \hat{S}}{\partial X_k} \right|_{X_k = \mu_{X_k}} X_k
\end{aligned} \tag{C.18}$$

위 식은 부재저항강도에 대한 일차 근사식으로서 첫 번째 항과 두 번째 항은 미지수를 포함하지 않는 상수항이다. 식 (C.18)을 적용하여 근사적인 한계상태식을 구성할 경우 식 (C.16)과 식 (C.17)에서 보인 바와 같이 단순히 재료계수 만에 의하여 선형화된 부재저항강도의 파괴점을 정의할 수 없게 된다. 이러한 이유에서 유로코드 2 해설서에서 기술한 계수 통합과정은 비선형 저항강도식에는 적용할 수 없다.

전술한 문제점에 대한 자세한 설명 없이 유로코드 2 해설서에는 철근과 콘크리트의 재료계수

를 유도과정 없이 다음과 같이 제시하고 있다.

$$\theta_{M,k} = \exp(-3.04\delta_{S_k} + 1.64\delta_{X_k}) = \exp(\alpha_S\beta\delta_{S_k} - u_{X_k}\delta_{X_k}) \quad (C.19)$$

위 식에서 $\delta_{S_k} = (\delta_{P_k}^2 + \delta_{F_k}^2 + \delta_{X_k}^2)^{0.5}$ 이고 철근과 콘크리트 재료에 대하여 적용한 변동계수는 표 C.2 에 주어져 있으며 유로코드 2 해설서에서 사용한 값이다. 각 확률변수의 편심계수는 유로코드 2 해설서에서 정의된 값이 아니고 일반적으로 국내에서 주로 사용되는 값을 인용한 것이다. 위 식의 정확한 근거는 알 수 없으나 일단 적용된 계수 중에서 -1.64 는 비초과확률 5%에 대응하는 재료강도의 분위계수로 판단되고, -3.04은 단위법선벡터 성분을 -0.8로 가정하고 목표신뢰도지수 3.8에 곱하여 구한 값으로 추측된다. 식 (C.19)의 두 번째 식에 대수정규분포에서 분위계수의 정의를 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\theta_{M,k} = \exp(\alpha_S\beta\delta_{S_k} - \frac{1}{2}\delta_{X_k}^2 + \ln \lambda_{X_k}) \approx \exp(\alpha_S\beta\delta_{S_k} + \ln \lambda_{X_k}) = \exp(\alpha_S\beta\delta_{S_k}) \frac{\mu_{X_k}}{(X_k)_0} \quad (C.20)$$

위의 재료계수를 이용하여 각 재료강도의 파괴점을 표시하면 다음과 같다.

$$X_k^* = \theta_{M,k}(X_k)_0 = \exp(\alpha_S\delta_{S_k}\beta)\mu_{X_k} \quad (C.21)$$

위 식은 표준편차가 작을 경우 본문 식 (3.20)에서 표준편차 자승 항을 무시한 부재강도의 파괴점 함수와 정확히 일치한다. 따라서 유로코드에서 정의하고 있는 재료계수는 결국 대수정규분포를 따르는 철근과 콘크리트의 재료강도의 어떤 선형조합에 의하여 부재강도가 발현된다고 가정하여 유도한 것으로 추정되지만 유로코드 2 해설서에 그러한 선형조합이 정의되어 있지 않다. 설사 어떤 논리적인 선형조합이 존재한다 하더라도 본문 식 (3.20)과는 달리 식 (C.21)의 지수함수 내에 포함된 인수가 재료강도가 아니라 부재강도에 대한 값들로 표시되어 있기 때문에 재료강도에 대한 파괴점함수로 인정할 수 없다. 더욱이 실제 콘크리트 부재의 부재강도는 휨강도와 같이 재료강도에 대하여 비선형으로 표시되는 경우가 있기 때문에 모든 하중효과에 대한 부재강도에 대하여 식 (C.21)를 적용하는 것은 불가능하며, 부재강도가 비선형일 경우에는 반복계산이 필요하기 때문에 식 (C.21)과 같이 해석적인 표현식을 제시하는 것은 불가능하다. 식 (C.21)을 유도하기 위하여 식 (C.18)에서 제시된 선형화된 식을 적용하였다고 생각할 수도 있지만 식 (C.18)에 대한 설명에서 기술한 바와 같이 이 역시 불가능한 접근법이다.

유로코드 2 해설서에서는 표 C.2에서 제시한 바와 같이 철근과 콘크리트에 대한 모델오차의 변동계수에 다른 값을 적용하고 있는데 이는 잘못된 생각으로 판단된다. 식 (C.13)에서 정의하였듯이 모델오차는 부재저항강도 식 자체에 대한 변동성을 고려하기 위하여 도입된 것으로서 재료강도와는 무관하므로 두 재료에 대하여 동일한 값을 적용하여야 한다. 이와는 반대로 재료계수를 계산하기 위한 단위법선벡터 성분은 철근과 콘크리트에 대하여 서로 다른 값을 적용하여야 한다. 전술한 바와 같이 재료계수를 적용하기 위하여는 각 재료저항을 독립적인 확률변수로 취급해야 하며, 이에 따라 파괴점에서의 각 재료강도 확률변수 방향으로의 단위법선 벡터 성분은 각 확률변수의 표준편차의 함수로 표시된다. 표 C.2에서 보이듯이 철근과 콘크리트의 재료저항의 변동계수는 차이가 크기 때문에 파괴점에서의 단위법선벡터 성분이 같을 수 없다. 따라서 유로코드 2 해설서에서와 같이 철근과 콘크리트의 재료계수를 동일한 단위법선벡터 성분에 의하여 계산할 수 없고, 반드시 적절한 신뢰도해석을 통하여 결정한 대표 단위법선벡터 성분을 결정하여 적용하여야 한다. 현재와 같이 철근과 콘크리트 재료저항 방향으로의 단위법선벡터 성분을 모두 0.8 로 적용하게 되면 재료방향으로의 단위법선벡터 성분의 크기가 $(0.8^2 + 0.8^2)^{0.5} = 1.13$ 이 되어 단위법선벡터의 크기가 1 보다 커지게 되는데 이는 수학적으로 불가능하다. 유로코드에서 각 재료저항을 독립적인 변수로 취급하지 않고 하나의 변수로 설정하였다면 이러한 모순을 설명할 수 있기는 하지만, 철근과 콘크리트에 독립적인 재료계수를 적용하기 위하여 두 재료강도를 반드시 독립적인 확률변수로 고려하여야 한다는 기본 개념을 만족시킬 수 없게 된다. 따라서 현재 유로코드에서 제시된 재료계수는 유도 과정에 수 많은 오류와 비합리적 가정이 포함되어 있어 신뢰도기반 설계기준에서 부재저항계수의 대안으로 도입될 수 없다.

식 (C.19)에 표 (C.2)에 주어진 값을 대입하여 계산하면 철근과 콘크리트에 대한 재료계수로서 각각 0.87 및 0.77이 계산된다. 콘크리트의 경우에는 공시체 강도와 실제 부재에서의 강도 차이에 의한 변동성을 고려하기 위하여 식 (C.19)에 의하여 계산된 값에 1.15를 나눈 값인 0.67을 콘크리트의 재료계수로 정의한다고 유로코드 2 해설서에 기술되어 있다. 여기서 도입한 계수는 식 (C.13)의 설명에서 제시한 η 변수로 판단되는데, 이 변수는 주로 크기효과를 고려하기 위하여 도입한다고 유로코드 2 해설서에 기술되어 있다. 그러나 이 변수를 1.15로 선택한 근거와 이 변수를 철근에는 적용하지 않는 이유에 대하여 정확히 기술하지 않고 있기 때문에 유로코드에서 제시한 재료계수의 정당성에 강한 의문점을 제기할 수 밖에 없다.

동의하기는 어렵지만 유로코드에서 채택한 개념을 도입한다면 또 다른 문제가 발생한다. 그림 3.13~3.15에서 보이듯이 파괴점에서 RC 부재의 저항방향으로 음단위법선벡터 성분이 한계상태

에 따라 상당히 다르게 계산되고 있다. 본문 3.4 절에서 논의한 바와 같이 어떤 한계상태의 파괴점에서 저항 방향으로 음단위법선벡터 성분의 크기는 지배하중의 통계적 특성에 영향을 받게 된다. 즉 지배하중의 변동성이나 비대칭성이 커지면 한계상태에 저항이 미치는 영향이 작아지게 되어 저항 방향으로의 음단위법선벡터 성분이 작아지게 된다. 그림 3.13~3.15에서 알 수 있듯이 LS-1, 2, 3, 4에서 RC부재 저항 방향으로의 음단위법선벡터 성분은 각각 평균적으로 -0.82, -0.60, -0.47, -0.16 정도가 된다. 따라서 유로코드의 접근법을 인정한다고 할지라도 콘크리트 부재의 재료계수를 계산하기 위한 음단위법선벡터 성분은 각 한계상태에서 모두 달라지게 되어 RC 부재의 재료계수가 각 한계상태에 따라 다르게 정의되어야 한다. 3장에서 정의한 저항강도 방향 대표 음단위법선벡터성분과 목표신뢰도를 적용하여 유로코드 2 해설서에서 제시한 재료계수식 (C.19)으로 계산한 한계상태별 재료계수를 표 C.3에 보이고 있다. 표에서 보인 바와 같이 지배하중의 변동성이 커질수록 재료계수는 증가하게 되는데, 이는 지배하중의 변동성이 커지면 저항에 관련된 변수가 평균에 접근하면서 저항계수가 편심계수에 접근하게 되는 것과 같은 이치이다. 현재 유로코드에서 사용하고 있는 음단위법선벡터 성분은 고정하중 지배 한계상태에 대한 값일 것으로 추정되기 때문에, 지금의 재료계수를 다른 한계상태에 적용할 수 없다. 또한 PC용 긴장재와 RC용 철근의 저항 통계특성이 다르기 때문에 모든 한계상태에서 PC 부재의 재료계수는 RC 부재와 다른 값을 가져야 한다.

현재 KHBDC에서나 유로코드에서 사용하고 있는 재료계수는 그 유도 과정에 많은 문제점이 있고, 수학적으로 명확히 설명되지 않는 과정에 근거하여 유도된 값이다. 더욱이 재료계수를 적용할 경우 한계상태식이 비선형이 되어 한계상태식을 표준화할 수 없기 때문에 매우 복잡한 하중-저항계수 조정과정이 필요할 것이다. 재료계수가 설계에 적용되어야 할 특별한 이유를 발견할 수 없으며 오히려 불확실한 계수를 적용하는 결과를 초래한다. 따라서 재료계수를 결정하는 보다 잘 정립된 방법이 제시되고 재료계수를 적용하여야 하는 명백한 공학적 근거가 제시되어야 만이 재료계수를 신뢰도기반 설계법에 도입할 수 있을 것이다.

표 C.1 고정하중 한계상태에서의 하중-저항계수

설계기준	한계상태	하중계수			저항계수		재료계수	
		γ_{DC}	γ_{DW}	γ_{LL}	ϕ_{fl}	ϕ_{cp}	θ_s	θ_c
USD (KHBDC 2005)	-	1.300	1.300	2.150	0.85	0.70	-	-
LSD (KHBDC 2016)	ULS 1	1.250	1.500	1.800	-	-	0.90	0.65
	ULS 4	1.500	1.500	-	-	-	-	-
이 책	LS-1	1.250	1.450	1.500	0.90	-	-	-

표 C.2 철근과 콘크리트의 저항에 관한 통계특성 (ECP, ASBL 2008))

재료	모델오차 (P)		제작/시공 오차(F)		재료강도(X)		저항강도(S)		분포
	λ_{P_k}	δ_{P_k}	λ_{F_k}	δ_{F_k}	λ_{X_k}	δ_{X_k}	λ_{S_k}	δ_{S_k}	
철근	1.000	0.025	1.000	0.050	1.070	0.040	1.070	0.069	대수정규
콘크리트	1.000	0.050	1.000	0.050	1.290	0.150	1.290	0.166	대수정규

표 C.3 유로코드 재료계수식으로 계산되는 한계상태별 재료계수

한계상태	β_T	대표 α_{RC}	$\alpha_{RC}\beta_T$	재료계수	
				철근	콘크리트
LS-1	3.72	-0.82	-3.05	0.8652	0.7708
LS-2	3.72	-0.60	-2.23	0.9155	0.8832
LS-3	2.00	-0.47	-0.95	0.9366	1.0923
LS-4	1.28	-0.16	-0.20	1.0561	1.2371

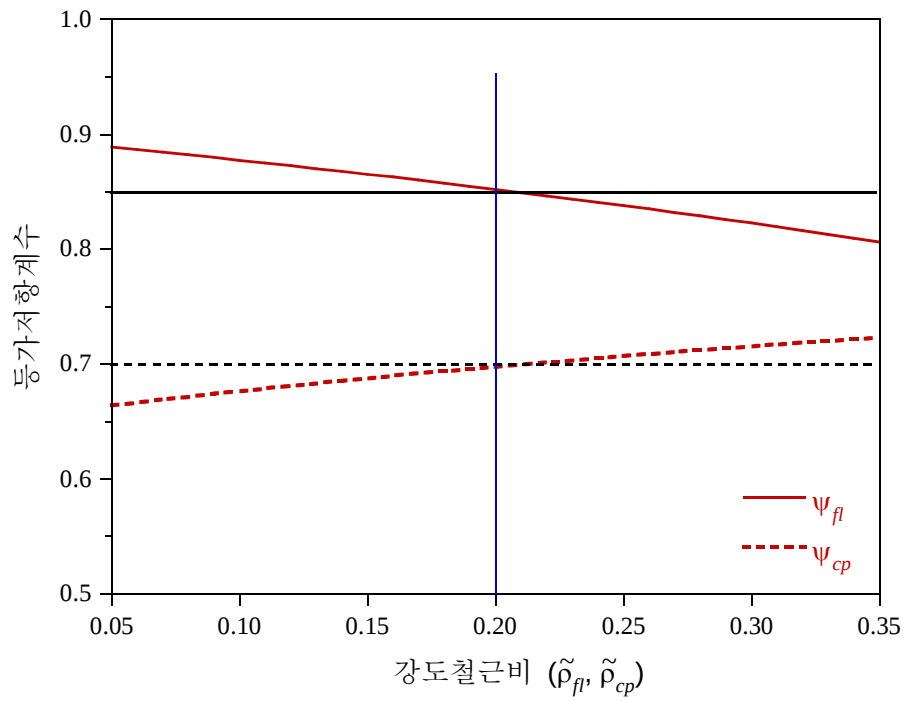


그림 C.1 철근비에 따른 휨 및 압축 부재의 등가저항계수

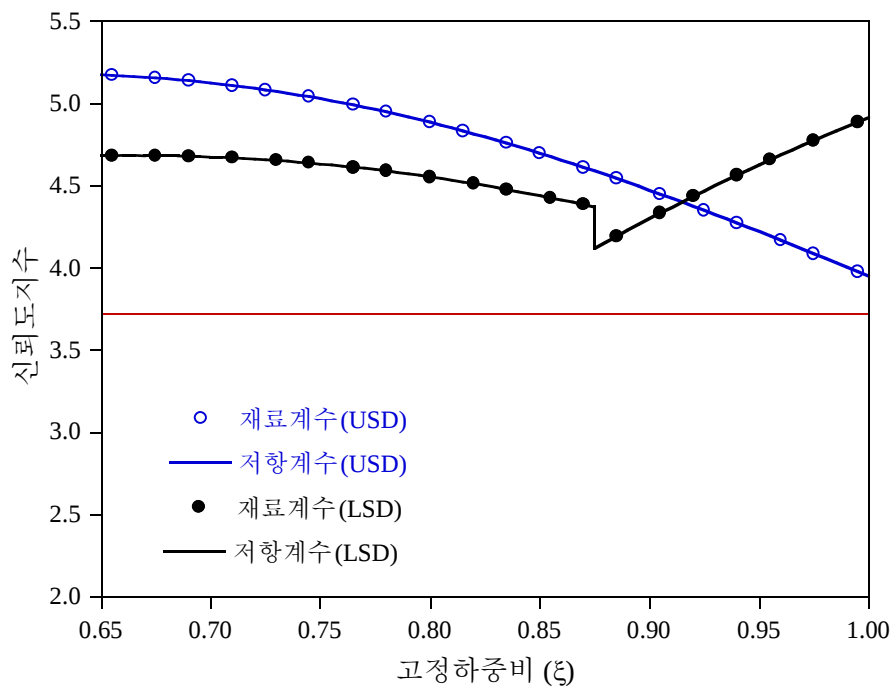


그림 C.2 강도철근비 0.2에서 등가 저항계수가 확보하는 휨 부재의 신뢰도 지수

부록 D 신뢰도해석을 위한 반복계산

D.1 신뢰도 해석을 위한 반복계산

본문 54 페이지에 기술한 신뢰도 해석을 위한 반복계산과정은 다음과 같다.

- i. 모든 확률변수를 정규분포로 가정하고 신뢰도지수와 음단위법선벡터 계산
- ii. 신뢰도지수와 음단위법선벡터를 이용하여 등가평균과 등가표준편차 계산
- iii. 등가평균과 등가표준편차를 이용하여 신뢰도지수와 음단위법선벡터 업데이트
- iv. ii ~ iii 단계를 해가 수렴할 때까지 반복계산

각 단계별로 필요한 수식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

i. 단계

$$(\beta_p)_0 = \frac{\mu_{S_p}^0 - \sum_i \mu_{Q_i}^0}{\sqrt{(\sigma_{S_p}^0)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i}^0)^2}} = \frac{\mu_{\bar{S}_p}^0 - \sum_i \mu_{\bar{Q}_i}^0}{\sqrt{(\sigma_{\bar{S}_p}^0)^2 + \sum_i (\sigma_{\bar{Q}_i}^0)^2}} \quad (D.1)$$

$$(\alpha_{\bar{S}_p})_0 = -\frac{\sigma_{S_p}^0}{\sqrt{(\sigma_{S_p}^0)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i}^0)^2}}, \quad (\alpha_{\bar{Q}_i})_0 = \frac{\sigma_{Q_i}^0}{\sqrt{(\sigma_{S_p}^0)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i}^0)^2}} \quad (D.2)$$

여기서 μ_X^0 와 σ_X^0 는 주어진 변수 X 의 원 평균과 표준편차를 의미하고, 아래 첨자 0 은 반복계산을 위한 초기 가정값이다.

ii. 단계

$$\begin{aligned} \mu_X^k &= ((\theta_{Z(X)})_{k-1} - (\alpha_X)_{k-1} \delta_X \beta_{k-1} (R_{Z(X)})_{k-1}) \mu_X^0 \\ \sigma_X^k &= (R_{Z(X)})_{k-1} \sigma_X^0 \end{aligned} \quad (D.3)$$

여기서 μ_X^k 는 σ_X^k 는 현재 반복계산 단계(k -번째 계산 단계)에서의 등가 평균과 표준편차이고, 아래 첨자 $k-1$ 은 전 단계 반복계산에서 계산된 값을 의미한다. 전 단계 반복계산에서 계산된 파괴 점함수와 등가표준편차함수는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned}(\theta_{Z(X)})_{k-1} &= \theta_{Z(X)}((\alpha_X)_{k-1}, \beta_{k-1}) \\ (R_{Z(X)})_{k-1} &= R_{Z(X)}((\alpha_X)_{k-1}, \beta_{k-1})\end{aligned}\tag{D.4}$$

iii 단계

식 (D.3)를 이용하여 현 반복계산단계에서의 신뢰도지수와 음단위법선벡터를 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$(\beta_p)_k = \frac{\mu_{S_p}^k - \sum_i \mu_{Q_i}^k}{\sqrt{(\sigma_{S_p}^k)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i}^k)^2}} = \frac{\mu_{\bar{S}_p}^k - \sum_i \mu_{\bar{Q}_i}^k}{\sqrt{(\sigma_{\bar{S}_p}^k)^2 + \sum_i (\sigma_{\bar{Q}_i}^k)^2}}\tag{D.5}$$

$$(\alpha_{\bar{S}_p})_k = -\frac{\sigma_{S_p}^k}{\sqrt{(\sigma_{S_p}^k)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i}^k)^2}}, \quad (\alpha_{\bar{Q}_i})_k = \frac{\sigma_{Q_i}^k}{\sqrt{(\sigma_{S_p}^k)^2 + \sum_i (\sigma_{Q_i}^k)^2}}\tag{D.6}$$

ii ~ iii 단계를 신뢰도지수가 수렴할 때까지 반복계산하면 신뢰도 지수와 파괴점을 계산할 수 있다.

D.2 역신뢰도해석을 위한 반복계산

식 (3.30)과 (3.31)의 반복계산을 위한 표현식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\sigma_{S_p}^k &= \delta_p \sum_i (\theta_{Z(i)})_{k-1} \lambda_i (\bar{Q}_i)_0 \\ \sigma_{\bar{Q}_i}^k &= (R_{Z(i)})_{k-1} \delta_i \lambda_i (\bar{Q}_i)_0\end{aligned}\tag{D.7}$$

위 식에서 표준화된 하중효과는 주어진 값이고, 전 반복계산 단계에서의 파괴점함수와 등가표준편차함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(\theta_{Z(X)})_{k-1} &= \theta_{Z(X)}((\alpha_X)_{k-1}, \beta_T) \\ (R_{Z(X)})_{k-1} &= R_{Z(X)}((\alpha_X)_{k-1}, \beta_T)\end{aligned}\tag{D.8}$$

위 식에서 목표신뢰도지수는 주어진 값으로서 고정된 값이다. 식 (D.8)에 대한 음단위법선벡터의 초기값은 식 (D.2)에 의하여 계산할 수 있다. 전 반복계산단계에서 계산된 음단위법선벡터에 의하여 식 (D.8)을 산정하고 이를 이용하여 각 변수의 등가표준편차를 식 (D.7)에 의하여 업데이트하여 새로운 음단위법선벡터를 식 (D.6)에 의하여 계산하는 과정을 음단위법선벡터가 수렴할 때까지 반

복한다. 해가 수렴하면 식 (3.32)에 의하여 하중-저항계수를 구할 수 있고, 이 값을 표준화된 설계 식 (3.7)에 대입하면 주어진 하중비에서 목표저항강도를 계산할 수 있다.

D.3 B_{WS} 와 B_{EQ} 를 계산하기 위한 반복계산

식 (3.37)에 대한 반복계산식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}(\alpha_{RC})_k &= -\frac{(\theta_{WS})_{k-1}\delta_{RC}}{\sqrt{((\theta_{WS})_{k-1}\delta_{RC})^2 + ((R_{WS})_{k-1}\delta_{WS})^2}} \\(\alpha_{WS})_k &= \frac{(R_{WS})_{k-1}\delta_{WS}}{\sqrt{((\theta_{WS})_{k-1}\delta_{RC})^2 + ((R_{WS})_{k-1}\delta_{WS})^2}}\end{aligned}\tag{D.9}$$

전 단계반복계산단계에서의 풍하중효과에 대한 검블분포의 파괴점함수와 등가표준편차함수는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned}(\theta_{WS})_{k-1} &= 1 - \frac{\sqrt{6}}{\pi} (\ln(-\ln \Phi((\alpha_{WS})_{k-1}\beta_T)) + \kappa)\delta_{WS} \\(R_{WS})_{k-1} &= -\frac{\sqrt{3}}{\pi\sqrt{\pi}} \frac{\exp(-0.5((\alpha_{WS})_{k-1}\beta_T)^2)}{\ln(\Phi((\alpha_{WS})_{k-1}\beta_T))\Phi((\alpha_{WS})_{k-1}\beta_T)}\end{aligned}\tag{D.10}$$

주어진 목표신뢰도지수에 대하여 식 (D.10)과 (D.9)를 반복적으로 풀면 식 (3.36)을 산정하기 위한 음단위법선벡터 성분을 계산할 수 있다. 반복계산을 위한 음단위법선벡터의 초기값은 식 (D.2)을 이용하여 계산한다.

본문 63 페이지에 있는 지진하중효과에 대한 음단위법선벡터는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(\alpha_{RC})_k &= -\frac{(\theta_{EQ})_{k-1}\delta_{RC}}{\sqrt{((\theta_{EQ})_{k-1}\delta_{RC})^2 + ((R_{EQ})_{k-1}\delta_{EQ})^2}} \\(\alpha_{EQ})_k &= \frac{(R_{EQ})_{k-1}\delta_{EQ}}{\sqrt{((\theta_{EQ})_{k-1}\delta_{RC})^2 + ((R_{EQ})_{k-1}\delta_{EQ})^2}}\end{aligned}\tag{D.11}$$

지진하중효과는 대수정규분포를 따르므로 식 (3.23)을 적용한다.

$$\begin{aligned}(\theta_{EQ})_{k-1} &= \exp((\alpha_{EQ})_{k-1}v_{EQ}\beta_T - 0.5v_{EQ}^2) \\(R_{EQ})_{k-1} &= (\theta_{EQ})_{k-1}v_{EQ}/\delta_{EQ}\end{aligned}\tag{D.12}$$

식 (D.12)를 식 (D.11)에 대입하고, 분모와 분자에 파괴점함수를 나누어 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(\alpha_{RC})_k &= -\frac{\delta_{RC}}{\sqrt{(\delta_{RC})^2 + (v_{EQ})^2}} \\(\alpha_{EQ})_k &= \frac{v_{EQ}}{\sqrt{(\delta_{RC})^2 + (v_{EQ})^2}}\end{aligned}\tag{D.13}$$

위 식에서 보이는 바와 같이 지진하중 한계상태의 경우 저항과 하중효과가 모두 대수정규분포이므로 반복계산 없이 직접 음단위법선벡터를 계산할 수 있다. 식 (D.13)에서 결정된 음단위법선벡터를 식 (3.40)에 대입하면 주어진 목표신뢰도에 대한 B_{EQ} 를 계산할 수 있다.

부록 E 중력방향하중지배 한계상태의 목표신뢰도

설계기준에서 정의된 각 한계상태에서 어느 정도의 목표신뢰도가 적절한가에 대하여는 여러 의견이 있을 수 있으나, 교량이 건설되는 지역의 특성과 사회-경제적 여건에 맞게 결정되어야 할 뿐만 아니라 설계기준 내에서 일관성 있게 정의되어야 한다. 각 한계상태에 대한 적절한 목표신뢰도는 신뢰도기반 설계법의 출발점이 되는 매우 중요한 지표이지만 아직 목표신뢰도 설정에 대한 연구는 그렇게 많이 수행되지는 않고 있다. 풍하중/지진하중지배 한계상태에 대한 목표신뢰도는 기존의 설계기준에서 사용하던 하중의 통계특성을 분석하여 본문에서 제시하였으나, 중력방향하중 지배 조합인 LS-1/2에서는 목표신뢰도에 대한 분석이 없이 현재 KHBDC에서 정의된 3.72를 사용하였다. 유로코드에서는 KHBDC와 동일한 목표신뢰도를 사용하고 있으며, AASHTO에서는 3.5를 목표신뢰도로 설정하고 있다.

목표신뢰도는 교량의 설계수명 동안의 파괴확률을 나타내므로 KHBDC에서는 설계수명 100년 동안 중력방향하중지배 한계상태의 파괴확률이 1/10,000 인 교량을 설계하도록 규정하고 있는 것이다. 이 파괴확률은 10,000개의 교량을 동시에 건설하였을 경우 100년 동안 한 개의 교량 정도가 파괴된다는 의미로 해석할 수 있다. 국토교통부 통계에 의하면 2019년 현재 우리나라의 교량의 수는 약 36,000개 정도이므로 100년 동안 3.6개 정도가 파괴되고, 이는 약 25년에 하나 정도의 교량이 파괴 상태에 도달한 다는 것을 의미한다. 이 파괴확률은 횡하중지배 한계상태에서의 파괴확률에 비하여 매우 작은 것으로 이에 대한 타당한 근거와 출처를 찾을 수 없으며 아마도 경험적으로 설정한 값으로 추정된다. 이 부록에서는 휨모멘트를 기준으로 중력방향하중지배 한계상태의 목표신뢰도의 타당성을 차량활하중의 재현주기를 이용하여 검토한다. 차량활하중의 재현주기에 대한 연구는 지금까지 거의 없는 것으로 파악되고 있으나, 교량에 재하되는 차량활하중의 크기도 확률적인 과정으로 생각할 수 있기 때문에 풍/지진하중과 같이 재현주기 개념을 도입하여 목표신뢰도를 결정할 수 있을 것이다.

본문 2장에서 기술한 바와 같이 Kim(2018b)의 연구에서 차량활하중의 분포는 검블분포를 따르는 것으로 조사되었기 때문에 설계수명 동안의 비초과확률과 베르누이 프로세스에 의한 비발생 확률은 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\exp(-\exp(-\frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{q_{LL} - \mu_{q_{LL}}}{\sigma_{q_{LL}}} - \kappa)) = (1 - \frac{1}{R_{LL}})^{t_d} \approx \exp(-\frac{1}{N_{LL}}) \quad (E.1)$$

위 식에서 $q_{LL}, \mu_{q_{LL}}, \sigma_{q_{LL}}$ 는 각각 차량활하중, 설계수명에 대한 차량활하중의 평균과 표준편차이고, t_d, R_{LL}, N_{LL} 는 각각 교량의 설계수명, 차량활하중의 재현주기, 차량활하중의 RRD 이다. 식 (E.1)을 차량활하중에 대하여 풀면 주어진 RRD에 대응하는 차량활하중을 계산할 수 있다.

$$\frac{q_{LL}}{\mu_{q_{LL}}} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_{q_{LL}} (\ln N_{LL} - \kappa) \quad (E.2)$$

여기서 $\delta_{q_{LL}}$ 는 설계수명 동안의 차량활하중의 변동계수이다.

본문 식 (2.30)에 지역변동성을 추가로 고려한 활하중효과는 다음과 같다.

$$Q_{LL} = L_{LL} \times B_{LL} \times C_{LL} \times q_{LL} \quad (E.3)$$

위 식에서 L_{LL} 은 활하중의 지역변동성 변수로서 황의승(2008)이 제시한 통계특성치를 따른다고 가정한다. 활하중효과의 표준화 과정은 풍/지진하중의 경우와 동일하다.

$$Q_{LL} = \mu_{L_{LL}} \mu_{B_{LL}} \mu_{C_{LL}} \mu_{q_{LL}} \frac{L_{LL}}{\mu_{L_{LL}}} \frac{B_{LL}}{\mu_{B_{LL}}} \frac{C_{LL}}{\mu_{C_{LL}}} \frac{q_{LL}}{\mu_{q_{LL}}} = \Omega_{LL} \bar{L}_{LL} \bar{B}_{LL} \bar{C}_{LL} \bar{q}_{LL} = \Omega_{LL} \hat{Q}_{LL} \quad (E.4)$$

여기서 $\bar{X}$ 는 각각 확률변수 X 의 평균에 대하여 표준화된 확률변수를 의미한다. 표준화된 활하중 효과 $\hat{Q}_{LL}$ 의 통계특성치는 MCS에 의하여 구할 수 있다. 식 (E.4)에 포함된 각 확률변수의 통계특성은 그 출처와 함께 표 E.1에 정리하여 제시하였다. 기존의 연구에서 제시된 활하중효과의 통계특성을 표 E.2에 보이고 있다. 김정곤 등(2022)의 연구에서는 식 (E.4)에 대하여 10만회의 MCS를 수행하고 분포함수는 Kolmogorov-Smirnov 적합도 검증법(Haldar 2000)에 의하여 결정하였다. 유의수준 0.05와 0.01에 대하여 모두 분포함수로서 대수정규분포가 가장 적합한 것으로 확인되었다. Kim(2018b) 연구에서는 지역변동성을 고려하지 않아 김정곤 등(2022)의 연구 결과에 비하여 변동계수가 약간 작게 평가되고 있으나 지역변동성을 식 (2.31)에 의하여 근사적으로 고려하면 변동계수가 0.1972 정도로 추정되어 김정곤 등(2022)의 연구 결과와 거의 같다. 이승한(2014)의 연구에서 제시한 값은 그 근거는 불분명하지만 김정곤 등(2022)의 연구에서 제시한 값과 사실상 같은 값이고, KHBDC의 하중-저항계수 계산에 적용된 값으로 알려져 있기 때문에 본문에서 활하중효과의 통계특성으로 선택하였다.

활하중효과의 공칭값은 식 (E.4)에 각 확률변수의 공칭값을 대입하여 계산한다.

$$(Q_{LL})_0 = \mu_{L_{LL}} \mu_{B_{LL}} \mu_C \mu_{q_{LL}} \frac{(L_{LL})_0}{\mu_{L_{LL}}} \frac{(B_{LL})_0}{\mu_{B_{LL}}} \frac{(C)_0}{\mu_C} \frac{(q_{LL})_0}{\mu_{q_{LL}}} = \frac{\Omega_{LL}}{\lambda_L \lambda_B \lambda_C \lambda_{q_{LL}}} = \frac{\Omega_{LL}}{\lambda_{q_{LL}}} \quad (E.5)$$

위 식에서 활하중을 제외한 확률변수의 편심계수는 표 E.1에서 모두 1이다. 하중계수의 정의에 의하여 활하중효과의 파괴점은 공칭값에 활하중계수를 곱하여 표시할 수 있다.

$$Q_{LL}^* = \gamma_{LL} (Q_{LL})_0 = \gamma_{LL} \frac{(q_{LL})_0}{\mu_{q_{LL}}} \Omega_{LL} = \frac{q_{LL}^*}{\mu_{q_{LL}}} \Omega_{LL} \quad (E.6)$$

여기서 γ_{LL} 은 활하중계수이고, q_{LL}^* 는 활하중효과 파괴점에 대응하는 활하중이다. 3.4 절에서 도입한 한계 RRD(limit RRD) 개념을 식 (E.2)와 식 (E.6)에 적용하여 활하중계수를 정의할 수 있다.

$$\gamma_{LL} \frac{(q_{LL})_0}{\mu_{q_{LL}}} = \frac{q_{LL}^*}{\mu_{q_{LL}}} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_{t_d} (\ln N_{LL}^L - \kappa) \quad (E.7)$$

위 식에서 N_{LL}^L 은 활하중의 한계 RRD이다. 공칭활하중을 평균값으로 설정하면 식 (E.7)은 활하중계수가 된다. 100년 수명 교량에서 활하중의 편심계수가 1일 경우 식 (E.7)의 한계 RRD-활하중계수 관계를 그림 E.1에 보이고 있다. 그림에서 보이듯이 본문에서 제시한 LS-1/2에서의 활하중계수 1.5와 1.8은 각각 한계 RRD 1,300과 69,900에 해당하는 파괴점을 나타내는데 이는 설계수명 100년에서 재현주기가 13만년과 699만년인 활하중을 의미하게 되어 공학적으로 무의미한 값이다. 이와 같이 현재 사용하고 있는 하중계수가 엄청나게 큰 재현주기에 해당하는 파괴점을 나타내게 되는 이유는 현재 중력방향하중지배 한계상태에 대한 목표신뢰도가 너무 크게 설정되어 있기 때문이다.

활하중효과의 편심계수는 식 (E.4)의 평균값에 식 (E.5)에서 정의한 공칭값을 나누어 구할 수 있다.

$$\lambda_{Q_{LL}} = \frac{\mu_{Q_{LL}}}{(Q_{LL})_0} = \frac{\Omega_{Q_{LL}} \mu_{\hat{Q}_{LL}}}{\Omega_{Q_{LL}} / \lambda_{q_{LL}}} = \mu_{\hat{Q}_{LL}} \lambda_{q_{LL}} \quad (E.8)$$

위 식에 포함되어 있는 차량활하중의 편심계수는 식 (E.2)의 역수와 같고 표준화된 활하중효과의 평균은 MCS에 의하여 1로 추정되었기 때문에(김정곤 2022) 활하중효과의 편심계수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\lambda_{Q_{LL}} = \frac{1}{1 + 0.7797\delta_{q_{LL}}(\ln(N_{LL})_0 - 0.5772)} \quad (E.9)$$

여기서 $(N_{LL})_0$ 는 공칭활하중에 상응하는 RRD이고 공칭활하중이 평균값일 경우 1.7810이고 이때 활하중효과의 편심계수는 1이 된다.

RC 부재의 저항계수를 0.9로 설정하기 위한 한계상태보정계수를 도입하여 중력방향하중지배 한계상태식을 쓰면 다음과 같다.

$$0.9(S_{RC})_0 = 0.9 \frac{\gamma_{DC}}{\phi_{RC}} (Q_{DC})_0 + 0.9 \frac{\gamma_{DW}}{\phi_{RC}} (Q_{DW})_0 + 0.9 \frac{\gamma_{LL}}{\phi_{RC}} (Q_{LL})_0 \quad (E.10)$$

위 식에서 최종적인 활하중계수는 식 (3.32)를 이용하여 파괴점함수에 대하여 표시된다.

$$\hat{\gamma}_{LL} = 0.9 \frac{\gamma_{LL}}{\phi_{RC}} = 0.9 \frac{\theta_{Q_{LL}} \lambda_{Q_{LL}}}{\theta_{RC} \lambda_{RC}} = \frac{0.9}{\lambda_{RC}} \frac{\exp(\alpha_{Q_{LL}} \beta_T \delta_{Q_{LL}} - 0.5(\delta_{Q_{LL}})^2)}{\exp(\alpha_{RC} \beta_T \delta_{RC} - 0.5(\delta_{RC})^2)} \lambda_{Q_{LL}} = B_{LL}(\alpha, \beta) \lambda_{Q_{LL}} \quad (E.11)$$

위 식에서 θ_X 와 β_T 는 각각 확률변수 X 에 대한 파괴점함수와 목표신뢰도지수이고, $\alpha_{Q_{LL}}$ 과 α_{RC} 는 각각 파괴점에서 활하중효과와 RC 부재 저항방향으로의 음단위법선벡터 성분이다. 만일 공칭 활하중을 평균값으로 설정한다면 활하중효과의 편심계수가 1이 되기 때문에 식 (E.11)에서 정의된 $B_{LL}(\alpha, \beta)$ 가 RC 부재의 저항계수 0.9에 상응하는 활하중계수가 된다. 앞으로 제시되는 모든 논의에서의 활하중계수는 활하중의 공칭값을 평균값으로 설정하였을 경우에 해당한다. 식 (E.11)에 포함되어 있는 음단위법선벡터 성분은 주어진 목표신뢰도와 하중비에 따라 변하는 값이기 때문에 역신뢰도 해석을 통하여 결정하여야 한다.

김정곤 등(2022)은 RC 부재에서 DC 하중비를 0.8로 고정시키고 목표신뢰도와 고정하중비 변화에 따른 역신뢰도해석을 수행하여 대표음단위법선벡터 성분을 결정하였다. LS-1/2 영역에서의 주어진 목표신뢰도지수에 대한 저항방향 음단위법선벡터 성분의 산술 평균을 계산하여 대푯값으로 설정하고, 이 값에 대응하는 활하중방향의 음단위법선벡터 성분을 대푯값으로 사용하였다. 이런 방법을 통하여 결정된 대표 음단위법선벡터 성분을 그림 E.2에 도시하였으며, 저항방향의 음단위법선벡터 성분은 음수이지만 편의상 그림에서는 절대값으로 표시하였다. 목표신뢰도지수 3.72에서 LS-1/2의 대표 음단위법선벡터 성분은 각각 $\alpha_{RC} = -0.85$ / $\alpha_{Q_{LL}} = 0.41$ 과 $\alpha_{RC} = -0.63$ / $\alpha_{Q_{LL}} = 0.77$ 이다. 이 값은 표 3.2의 값과 약간의 차이가 있으나 다음에서 계산하는 하중계수는 거의 동일하다. 이 값을 적용하여 식 (E.11)에서 정의된 하중계수를 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\text{LS-1: } \hat{\gamma}_{LL} &= \frac{0.9}{1.229} \frac{\exp(0.41 \times 3.72 \times 0.2 - 0.5(0.2)^2)}{\exp(-0.85 \times 3.72 \times 0.13 - 0.5(0.13)^2)} = 1.4814 \\
\text{LS-2: } \hat{\gamma}_{LL} &= \frac{0.9}{1.229} \frac{\exp(0.77 \times 3.72 \times 0.2 - 0.5(0.2)^2)}{\exp(-0.63 \times 3.72 \times 0.13 - 0.5(0.13)^2)} = 1.7409
\end{aligned} \tag{E.12}$$

위에서 계산된 하중계수는 최적화에 의하여 계산된 값(표 3.4)과 거의 같아서 계산에 사용된 대표 단위법선벡터성분은 적절하게 선택된 것으로 판단된다. 위에서 제시한 활하중계수를 100년 수명에 대한 식 (E.7)에 대입하여 LS-1/2에서의 활하중 한계 RRD를 계산하면 각각 1,035/32,000이다.

그림 E.2에서 주어진 음단위법선벡터 성분을 식 (E.11)에 대입하여 산정한 LS-1/2에서의 활하중계수를 그림 E.3에 표시하였다. 전술한 계산에서 보였듯이 현재의 LS-1/2에 대한 목표신뢰도는 너무 크게 설정된 것으로 판단되므로 적절하게 조정되어야 할 것이다. 활하중 RRD 를 풍하중/지진하중에 대한 RRD와 같이 12를 사용하면 그에 상응하는 활하중계수는 그림 E.1에서 보인 바와 같이 1.15 정도(정확히는 1.144)가 된다. 활하중효과가 포함되는 한계상태는 LS-1/2의 두 개가 있으므로 어떤 한계상태에 활하중계수 1.15를 적용할 지를 결정하여야 한다. 활하중계수 1.15를 적용하는 어떤 한계상태를 선택하면, 나머지 한계상태에서의 하중계수는 활하중계수 1.15를 적용한 한계상태의 목표신뢰도지수와 동일한 목표신뢰도를 가지도록 그림 E.3에서 결정할 수 있다. LS-1에서의 활하중계수를 1.15로 선택하였다면 그 때의 신뢰도지수는 그림 E.3에 표시된 바와 같이 2.5 정도가 되므로 이에 대응하는 LS-2에서의 활하중계수는 1.3정도가 된다. 반면 LS-2에서의 활하중계수를 1.15로 선택하면 목표신뢰도지수는 2.0 정도가 되고 LS-1에서의 활하중계수는 1.05 정도가 된다. 하중계수 1.05, 1.15 그리고 1.30에 대한 한계 RRD는 각각 3.5, 13 그리고 94 정도로 계산되고, 한계 RRD에 대하여 선형좌표축을 사용한 그림 E.4에 표시되어 있다. 목표신뢰도지수 2.5와 2.0에 대응하는 파괴확률은 각각 0.00621과 0.02275로서 이 파괴확률은 설계수명 100년 동안 100개의 교량 중에서 0.62 개와 2.3 개의 교량이 파괴되는 확률이다.

전술한 바와 같이 활하중계수는 중력방향하중 지배 한계상태에 대한 목표신뢰도지수에 따라 결정되고 이는 설계기준의 가장 기본적인 사항으로서 집필진이 여러 전문가들의 의견을 수렴하여 결정해야 할 것이지만, 설계기준에서 정의하는 변동하중 RRD의 일관성 관점에서 목표신뢰도지수를 설정할 수도 있을 것이다. LS-1은 고정하중이 지배하는 한계상태인 것에 비하여 풍/지진하중 지배 한계상태에서는 변동하중지배 조합이기 때문에 LS-1에서의 활하중 RRD를 풍/지진하중의 RRD와 일치시키는 것은 논리적으로 일관성이 없다. 따라서 RRD 12에 대한 활하중계수 1.15를 LS-2에 적용하고 중력방향하중 지배 한계상태의 목표신뢰도지수를 2.0으로 설정하는 것이 설계기

준의 일관성 관점에서 바람직할 것으로 판단된다. 단지 KHBDC-CB에서와 같이 특등급 교량을 별도로 정의한다면 그때의 중력방향하중 지배 한계상태의 목표신뢰도지수를 2.5로 설정하고 LS-1/2에서 활하중계수를 각각 1.15/1.30 으로 설정하는 것을 고려할 수도 있을 것이다.

제안한 목표신뢰도지수에 대한 전체 하중-저항계수는 본문 3.6절에서 기술한 최적화에 의하여 결정할 수 있다. 그림 E.5에는 목표신뢰도지수 2.0과 2.5에 대하여 역신뢰도해석으로부터 계산된 RC 부재의 목표저항강도를 보이고 있다. 그림에서 보이듯이 목표신뢰도지수 3.72 에 대한 목표저항강도에 비하여 목표신뢰도지수 2.0과 2.5에서의 목표저항강도는 LS-1에서 각각 약 23% 그리고 17% 정도로 감소한다. 최적화를 통하여 계산한 LS-1/2의 하중-저항계수를 각각 표 E.3 과 표 E.4 에 제시하였다. 표에서 보이듯이 목표신뢰도지수 2.0과 2.5에서의 활하중계수는 LS-1/2에서 각각 1.045/1.151 그리고 1.169/1.318로 계산되며 앞서 그림 E.3에 의하여 추정된 활하중계수와 유사한 값이다. 그림 E.6에는 표 E.3과 표 E.4에 제시한 하중-저항계수에 의하여 계산된 공칭저항강도가 확보하는 신뢰도지수를 보이고 있다. 목표신뢰도 3.72에 대하여 본문에서 제시한 바와 같이 최적화에 의하여 계산된 하중-저항계수가 목표신뢰도지수를 허용오차 범위 내에서 잘 만족시키고 있다.

부록 B에서 RC 압축부재에서 목표신뢰도지수를 3.72로 설정하고 표. 3.5에서 주어진 하중계수를 적용하면 LS-1에서 적절한 저항계수가 0.79 정도로 계산되었다. 동일한 방법을 적용하여 표 E.3에서 주어진 하중계수를 적용하면 목표신뢰도 2.0/2.5에 대하여 RC 부재의 저항계수는 0.82/0.81 정도로 계산된다. RC 부재에서 이 저항계수가 확보하는 압축부재의 신뢰도지수를 계산하여 동일한 목표신뢰도지수를 사용하는 휨부재에서의 신뢰도지수와 함께 그림 E.7에 도시하였다.

그림 E.8에서는 Kim(2018b)이 제시한 차로하중, AASHTO 설계기준 및 KHBDC model 1 차로하중에 대한 계수활하중 크기를 비교하였다. Kim(2018b)이 제시한 차로하중에는 활하중계수 1.05, 1.15, 1.30을 적용하였으며, AASHTO 와 KHBDC model 1의 경우에는 각각 1.75과 1.80을 적용하였다. 목표신뢰도 2.0에 대한 LS-1/2에 대한 계수활하중은 하중계수 1.05/1.15에 해당하며, 목표신뢰도지수 2.5에 대한 LS-1/2에 대한 계수활하중은 하중계수 1.15/1.30에 해당한다. LS-1의 경우 주로 중단지간 교량에서 설계를 지배하는 한계상태이기 때문에 경간장 200m 이하인 교량에서 유효하며, LS-2의 경우는 장경간교량에서 설계를 지배하는 한계상태로서 경간장이 최소한 200m 이상인 교량에서 유효하다. 그림 2.4에서 보이듯이 Kim(2018b)이 제시한 공칭차로하중이 KHBDC의 공칭차로하중보다 상당히 크지만 목표신뢰도 2.0 혹은 2.5에 대한 활하중계수를 적용한 계수활하중은 KHBDC의 경우에 비하여 작아지게 된다. 단경간 교량에서 Kim(2018b)의 차로하중모델에 활하중계수 1.15를 적용한 경우 KHBDC에 비하여 약 83% 정도 수준의 계수활하중이 계산된다.

Kim(2018b)의 연구에서는 설계수명 200년에 대한 차량 활하중분포 특성값에 대한 언급은 없으나, 200년 설계수명에 대한 통계특성은 검בל분포의 특성을 이용하여 계산할 수 있다. 검בל분포의 표준편차는 설계수명에 무관하고 설계수명 동안의 평균은 일년 평균과 표준편차를 이용하여 표시할 수 있다.

$$\mu_{t_d} = \mu_A + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \sigma \ln t_d \quad (\text{E.13})$$

여기서 μ_A 는 연 최대 활하중의 평균이다. 위 식을 이용하면 200년 설계수명과 100년 설계수명에 대한 평균은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\mu_{200} = \mu_{100} + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \sigma \ln 2 = \mu_{100} + 0.5404\sigma \quad (\text{E.14})$$

검בל분포의 경우 표준편차는 설계기간에 상관없이 일정하지만 평균은 증가하므로 200년 설계수명에 대한 변동계수는 약간 감소한다.

$$\delta_{200} = \frac{\sigma}{\mu_{200}} = \frac{\sigma}{\mu_{100} + 0.5404\sigma} = \frac{\delta_{100}}{1 + 0.5404\delta_{100}} = 0.092 \quad (\text{E.15})$$

2.3.1 목에서 주어진 바와 같이 $\delta_{100} = 0.097$ 일 경우 식 (E.14)에 의하여 $\mu_{200}/\mu_{100} = 1.0524$ 이므로 200년 설계수명에서 편심계수 1에 대응하는 공칭차로하중은 식 (2.35)에 1.0524를 곱한 값으로 정의할 수 있다. 이와 같이 결정된 200년 설계수명에서의 활하중 통계특성을 적용하여 100년 설계수명의 경우와 동일하게 하중저항계수를 결정할 수 있다.

표 E.1 식 (E.3)에 포함된 확률 변수의 통계특성

변수	편심계수	변동계수	분포함수	출처
q_{LL}	1.0*	0.097	검블	Kim 2018b
B_{LL}	1.0	0.12	정규	Nowak 1999
C	1.0	0.06	정규	Nowak 1999
L_{LL}	1.0	0.10	정규	황의승 2008

*)활하중의 공칭값으로 평균값을 적용할 경우

표 E.2 활하중효과의 통계특성

출처	추정법	편심계수	변동계수	분포함수
이승한 2014	-	1.0	0.20	대수정규
Kim 2018b	MCS	1.0	0.17	감마
김정곤 2022	MCS	1.0	0.195	대수정규

표 E.3 목표신뢰도에 따른 LS-1에서의 최적 하중-저항계수(휨모멘트)

목표신뢰도지수	ϕ_{RC}	ϕ_{ST}	ϕ_{PC}	γ_{DC}	γ_{DW}	γ_{LL}
2.0	0.9	0.921	0.849	1.002	1.049	1.045
2.5	0.9	0.935	0.868	1.072	1.139	1.151
3.72	0.9	0.969	0.916	1.260	1.381	1.472

표 E.4 목표신뢰도에 따른 LS-2에서의 최적 하중-저항계수(휨모멘트)

목표신뢰도지수	ϕ_{RC}	ϕ_{ST}	ϕ_{PC}	γ_{DC}	γ_{DW}	γ_{LL}
2.0	0.9	0.906	0.827	0.892	0.891	1.169
2.5	0.9	0.915	0.839	0.925	0.929	1.318
3.72	0.9	0.937	0.868	1.007	1.020	1.766

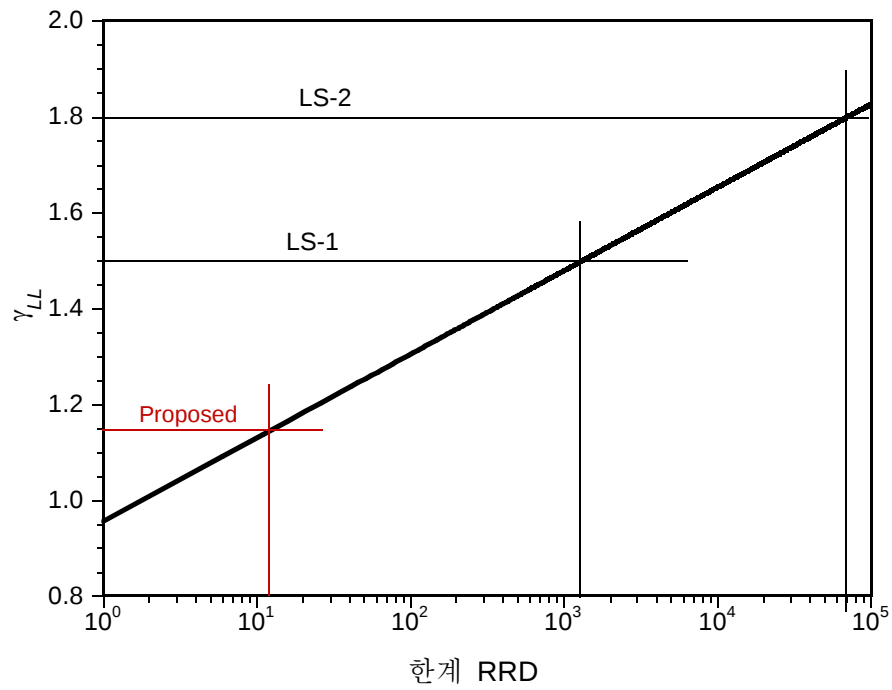


그림 E.1 설계수명 100 년에 대한 한계 RRD-활하중계수 관계

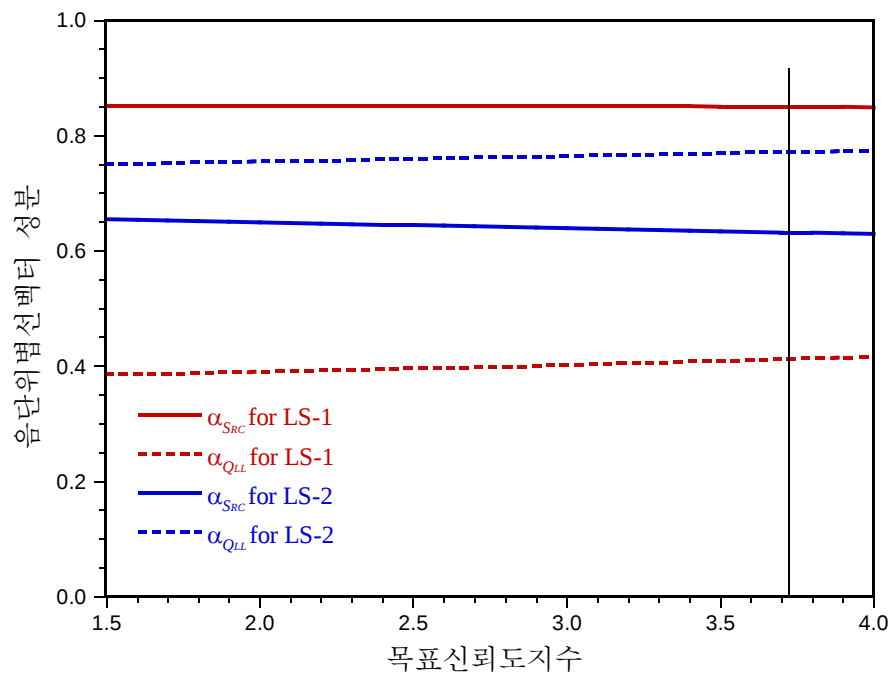


그림 E.2 목표신뢰도지수에 따른 대표음단위법선 벡터 성분

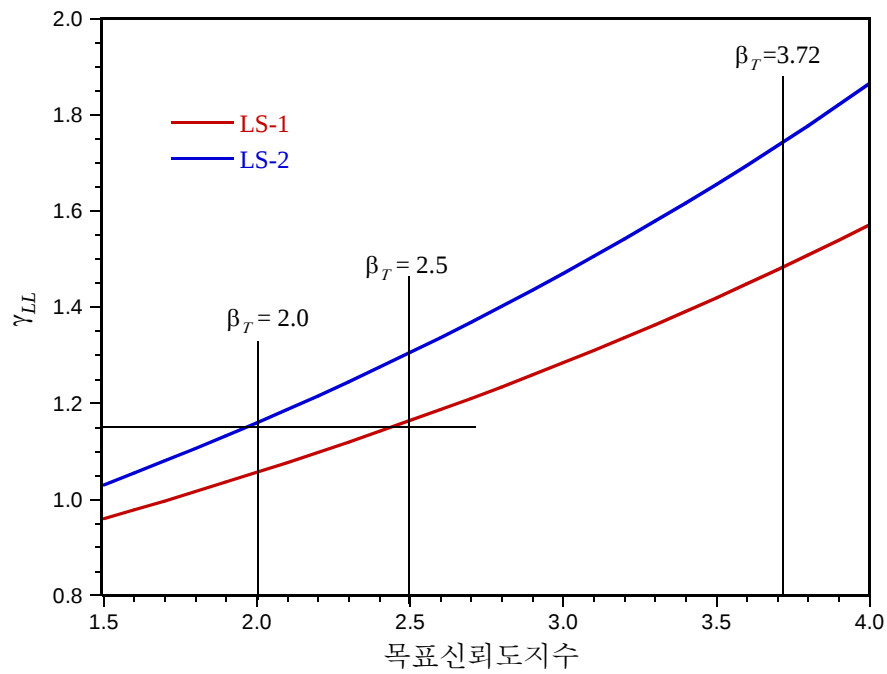


그림 E.3 목표신뢰도지수에 따른 LS-1/2에서의 활하중계수

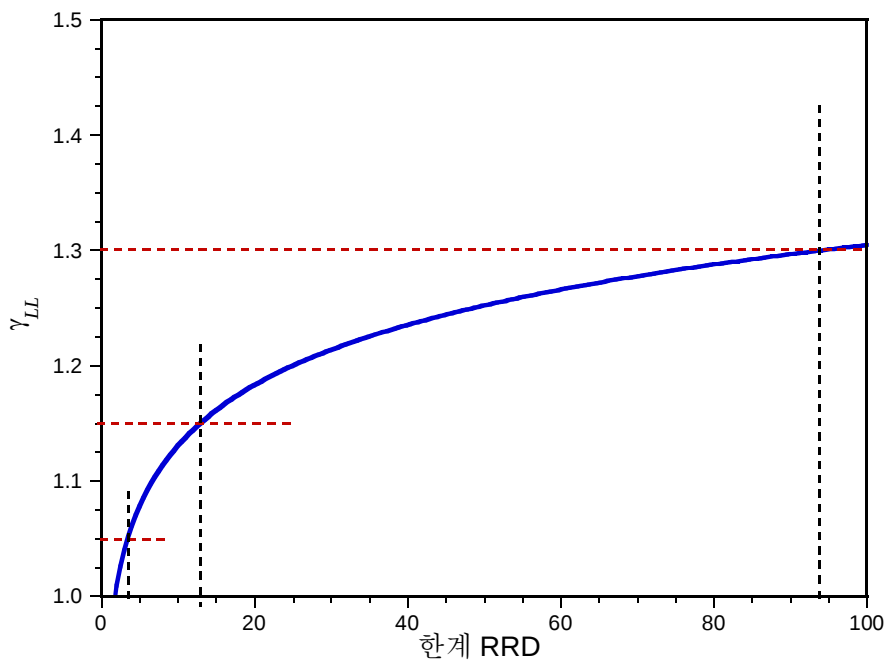


그림 E.4 제안 하중계수에 대한 한계 RRD

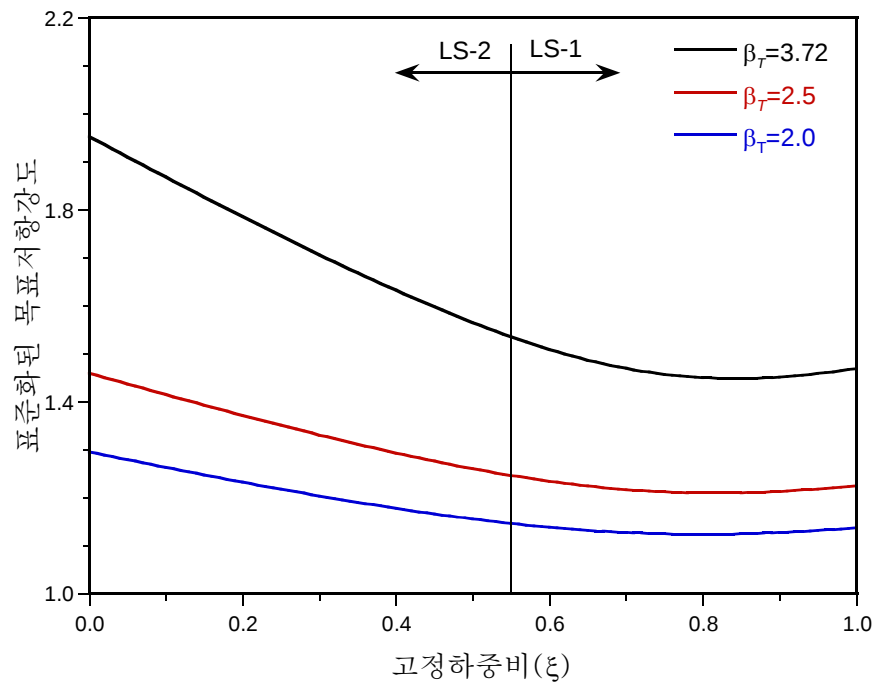


그림 E.5 목표신뢰도에 따른 RC 부재의 목표저항강도

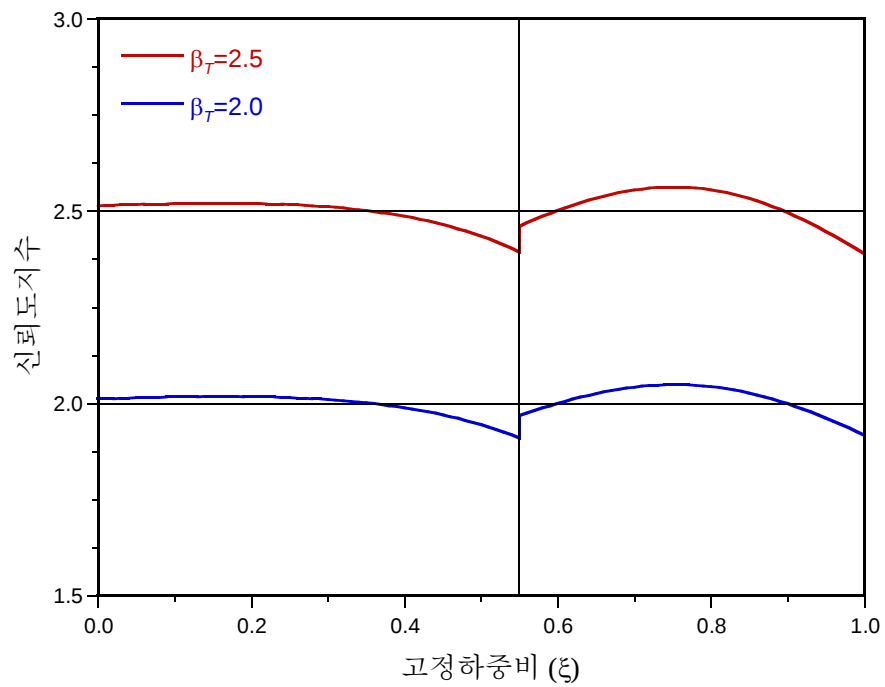


그림 E.6 최적 하중-저항계수에 의한 RC 부재의 신뢰도 지수

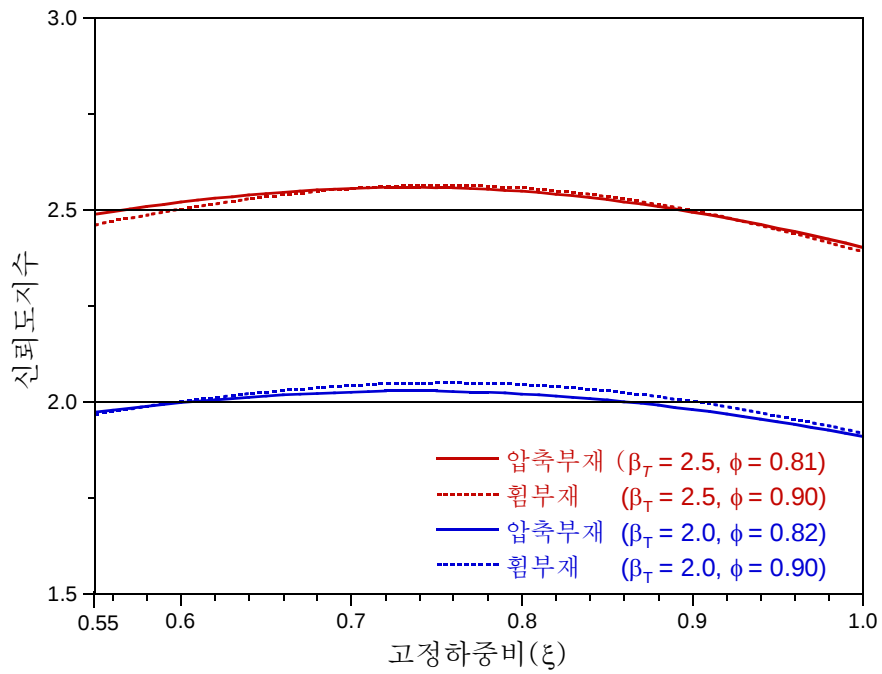


그림 E.7 목표신뢰지수 2.0/2.5에 대응하는 저항계수에 의한 압축/휨부재의 신뢰도지수

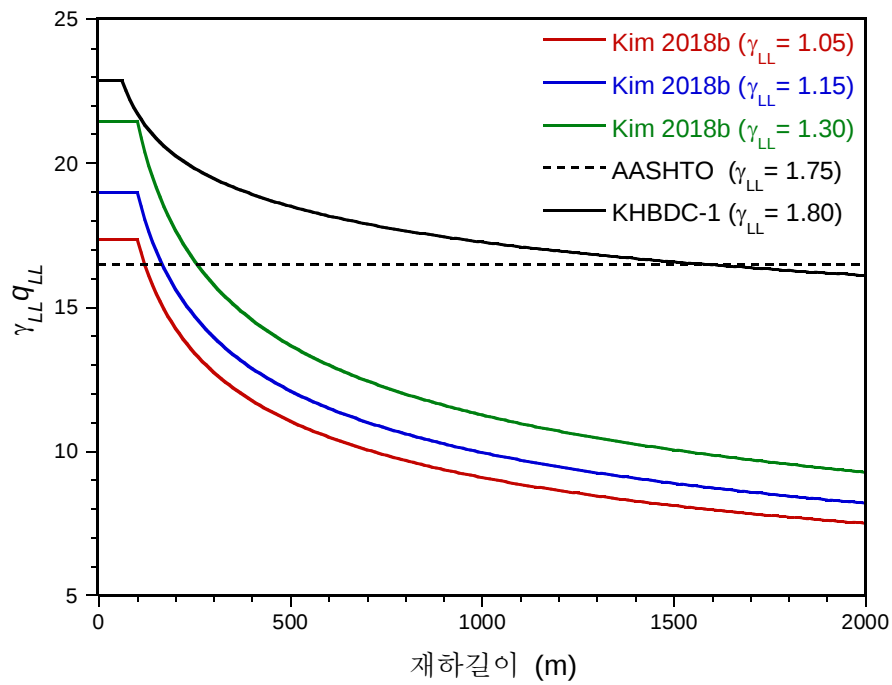


그림 E.8 재하길이에 따른 계수할하중 비교

부록 F 비통계적 하중성분의 하중계수

본문 3.1절에 기술하였듯이 실제 설계기준에서 정의하는 한계상태에는 부하중효과도 항상 포함되어 있다. 부하중효과의 통계특성은 거의 보고된 적이 없기 때문에 비확률적 변수로 고려하는 것이 합리적이다. 이러한 부하중효과는 과거의 경험에 의하여 결정되거나 혹은 일반적으로 예측할 수 있는 최대 하중효과로 설정할 수 있다. 부하중효과가 비통계적 변수로서 확정된 값을 가진다면 표준편차가 0이기 때문에 식 (3.16)에 의하여 비통계적 하중효과에 대한 하중계수는 1이다. 그러나 3.4절에서 논의한 바와 같이 하중-저항계수의 기준이 되는 어떤 부재의 저항계수를 특정한 값으로 고정시키기 위한(이 책에서는 RC 부재에 대한 저항계수를 0.9로 고정하였다) 한계상태 보정계수가 도입되면서 비통계적 하중효과에도 어떤 계수가 곱해지게 된다. 이 계수는 엄밀한 의미에서 하중계수가 아니고 주어진 한계상태에 대한 한계상태 보정계수이지만 여기서는 편의상 하중계수로 지칭한다.

본문 식 (3.17)에 따라 어떤 한계상태에서 파괴점에서 한계상태식은 다음과 같다.

$$S^* - \sum_i Q_i^* = \phi S_0 - \sum_i \gamma_i (Q_i)_0 = 0 \quad (F.1)$$

위 식에서 하중-저항계수는 식 (3.16)에 의하여 정의되는 계수이며, 3.4절에서 기술한 한계상태 보정계수를 적용하지 않은 계수이다. 본문에서 제시된 하중-저항계수 체계에서는 RC 부재의 저항계수에 대하여 표준화된 저항계수를 PC 및 강부재에 적용하기 때문에 여기서는 RC 부재만 고려한다. 식 (F.1)에서 고려하는 한계상태에 비통계적 하중효과가 추가적으로 도입된 경우 파괴점은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{S}^* - \sum_i Q_i^* - \hat{Q}^* = \hat{\phi} \hat{S}_0 - \sum_i \hat{\gamma}_i (Q_i)_0 - \hat{Q}^* = 0 \quad (F.2)$$

여기서 $\wedge$ 가 있는 변수는 비통계적 하중효과 $\hat{Q}$ 가 도입된 경우의 변수를 표시한다. 비통계적 변수의 표준편차는 0이기 때문에 식 (3.14)에 의하여 비통계적 하중효과의 파괴점은 다음과 같다.

$$\hat{Q}^* = \mu_Q^{eq} + \alpha_Q \sigma_Q^{eq} \beta = \mu_Q^{eq} = \hat{Q}_0 \quad (F.3)$$

위에서 $\hat{Q}_0$ 는 비통계적 하중효과 공칭값으로서 주어진 값이다. 식 (3.16)에서 정의되는 하중-저항

계수는 각 변수방향으로 단위법선벡터 성분에 영향을 받고 각 단위법선벡터 성분은 식 (3.15)에서 정의된 바와 같이 각 변수의 표준편차의 영향을 받는다. 비통계적 하중효과가 도입되면 통계적 하중효과의 표준편차는 변하지 않지만, 공칭저항이 증가하고 이에 따라 저항의 평균이 증가하게 된다. 저항의 변동계수는 항상 일정하기 때문에 저항 평균이 증가하면 저항의 표준편차가 증가하면서 식 (3.15)에서 저항방향으로 단위법선벡터 성분은 증가하고 하중효과 방향으로의 단위법선벡터 성분은 감소하게 된다.

만일 추가의 비통계적 하중효과의 크기가 통계적 하중효과의 크기에 비하여 상당히 작은 경우 즉 $\sigma_s^{eq} \approx \sigma_s^{eq}$ 이라면 다음과 같이 하중-저항계수를 근사적으로 정의할 수 있다.

$$\phi \approx \hat{\phi} \quad , \quad \gamma_i \approx \hat{\gamma}_i \quad (F.4)$$

식 (F.4)를 식 (F.2)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\phi \hat{S}_0 = \sum_i \gamma_i (Q_i)_0 + \hat{Q}_0 = \phi S_0 + \hat{Q}_0 \quad (F.5)$$

식 (F.5)에 RC 부재에 대한 한계상태 보정계수를 곱하면 다음과 같다.

$$0.9 \hat{S}_0 = 0.9 S_0 + \frac{0.9}{\phi} \hat{Q}_0 \quad (F.6)$$

따라서 RC 부재 저항계수 0.9 에 대응하는 각 한계상태에서 비통계적 하중효과의 하중계수는 한계상태 보정계수와 같다.

$$\omega = \frac{0.9}{\phi} = \frac{0.9}{\lambda_{RC}} \exp(-\alpha_{RC} \delta_{RC} \beta_T + 0.5 \delta_{RC}^2) = 0.7323 \exp(-\alpha_{RC} \delta_{RC} \beta_T + 0.5 \delta_{RC}^2) \quad (F.7)$$

표 3.2 에 주어진 대표 단위법선벡터 성분값을 적용하여 LS-1에 대한 하중계수를 계산하면 1.10 정도가 된다. 식 (F.7)에서 RC 부재의 변동계수는 0.13으로 고정되어 있기 때문에 $-\alpha_{RC} \beta_T$ 가 커지면(α_{RC} 는 항상 음수임) 비통계적 하중효과의 하중계수가 커지게 된다. 본문 표 3.2에서 보이듯이 $-\alpha_{RC}$ 는 LS-1에서 가장 크므로 비통계적 하중효과의 하중계수는 LS-1에서 가장 크고 나머지 한계상태에서는 하중계수가 1.10 보다 작아지게 된다. 전술한 방법에 의하여 각 한계상태에서 독립적으로 비통계적 하중효과의 하중계수를 정의할 수 있겠으나, 편의상 LS-1에 대한 하중계수를

적용하여도 무방할 것이다.

만일 비통계적 하중효과가 여타의 하중효과에 비하여 작지 않다면 본문에서 제시한 방법에 따라서 최적화 과정을 거치는 것이 최선의 방법이다. 그러나 이러한 과정을 거칠 수 없다면 안전 측의 하중계수를 단순 계산에 의하여 결정할 수 있다. 추가의 비통계적 하중효과가 커지면 저항의 평균값이 증가하게 되고 이에 따라 표준편차가 증가하게 되어 저항방향으로의 단위법선벡터 성분이 음의 방향으로 증가하고 하중효과 방향의 성분은 감소하게 되어 비통계적 하중효과가 추가되기 전, 후의 하중-저항계수 관계는 다음과 같다.

$$\phi > \hat{\phi} \quad , \quad \gamma_i > \hat{\gamma}_i \quad (F.8)$$

식 (F.1)과 (F.2)에 한계상태 보정계수를 도입하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$0.9S_0 = 0.9 \sum_i \frac{\gamma_i}{\phi} (Q_i)_0 \quad (F.9)$$

$$0.9\hat{S}_0 = 0.9 \sum_i \frac{\hat{\gamma}_i}{\hat{\phi}} (Q_i)_0 + \frac{0.9}{\hat{\phi}} \hat{Q}_0 \quad (F.10)$$

식 (F.9)과 (F.10)을 비교하여 보면 비통계적 하중효과가 도입되기 전, 후의 계수하중효과가 달라진다는 것을 알 수 있고, 정확한 하중-저항계수는 전술한 바와 같이 최적화 과정을 통하여 계산하여야 한다. 만일 식 (F.8)에서 비통계적 하중효과가 도입된 후의 하중-저항계수가 비슷한 비율로 감소한다고 가정할 수 있다면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$0.9\hat{S}_0 = 0.9 \sum_i \frac{\hat{\gamma}_i}{\hat{\phi}} (Q_i)_0 + \frac{0.9}{\hat{\phi}} \hat{Q}_0 \approx 0.9 \sum_i \frac{\gamma_i}{\phi} (Q_i)_0 + \frac{0.9}{\phi} \hat{Q}_0 = 0.9S_0 + \frac{0.9}{\phi} \hat{Q}_0 \quad (F.11)$$

즉 비통계적 하중효과 크기에 상관없이 비통계적 하중효과 하중계수는 근사적으로 한계상태 보정계수와 동일하게 설정할 수 있다. 단지 식 (F.11)은 근사식이기 때문에 비통계적 하중효과 하중계수를 보수적으로 설정하기 위하여 식 (F.7)에서 $-\alpha_{RC}$ 를 1로 설정하고 LS-1에 대한 목표신뢰도지수를 적용하여 계산되는 한계상태 보정계수의 최댓값을 사용할 수 있다.

$$\omega = 0.7323 \exp(\delta_{RC} \beta_T + 0.5 \delta_{RC}^2) = 1.20 \quad (F.12)$$

동일한 과정을 통하여 현수케이블에서 최대 한계상태 보정계수는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\omega = \frac{0.52}{1.07} \exp(0.12 \times 7.0 + 0.5 \times 0.12^2) = 1.13 \approx 1.15 \quad (\text{F.13})$$

비통계적 하중효과에 대하여 최대 하중계수를 사용하는 식 (F.11)은 저항강도를 중첩하여 유도할 수 있다. 통계적 하중효과만 작용하는 경우의 저항강도는 식 (F.9)과 같고, 비통계적 하중효과만 작용하는 경우의 공칭저항강도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{\phi} \Delta S_0 = \hat{Q}_0 \quad (\text{F.14})$$

위 식에서 ΔS_0 는 비통계적 하중효과만 작용할 경우 목표신뢰도를 만족시키기 위하여 필요한 저항강도이다. 하중효과의 표준편차가 0이기 때문에 식 (3.16)에 의하여 (F.14)에서 하중계수는 1이고, 파괴점에서 저항방향으로의 단위법선벡터 성분은 -1이 된다. 식 (F.14)에 한계상태보정계수를 곱하여 표시하면 다음과 같다.

$$0.9 \Delta S_0 = \frac{0.9}{\hat{\phi}} \hat{Q}_0 \quad (\text{F.15})$$

위 식에서 저항계수는 저항방향으로의 단위법선벡터 성분을 -1을 사용한 값으로 식 (F.12)에 포함된 저항계수와 같은 값이다. 따라서 통계적 하중효과와 비통계적 하중효과가 동시에 작용할 경우 식 (F.9)과 (F.15)를 중첩시키면 비통계적 하중효과에 최대 한계상태 보정계수 적용한 식 (F.11)과 같은 식이 유도된다.

$$0.9 \hat{S}_0 = 0.9(S_0 + \Delta S_0) = 0.9 \sum_i \frac{\gamma_i}{\hat{\phi}} (Q_i)_0 + \frac{0.9}{\hat{\phi}} \hat{Q}_0 \quad (\text{F.16})$$

위 식 역시 근사식이기는 하지만 동일한 목표신뢰도를 만족시키는 저항강도를 중첩하면 항상 원래의 목표신뢰도보다 큰 신뢰도 지수를 확보할 수 있기 때문에 (부록 G 참고) 식 (F.16)은 항상 보수적인 공칭 저항강도를 유도하게 된다.

부록 G 저항강도의 중첩과 신뢰도 지수

이 책에서 정의된 한계상태에서 추가의 독립적인 하중효과 성분을 추가로 고려해야 할 경우에는 원칙적으로 최적화 과정을 통하여 새로운 하중-저항계수를 결정하여야 한다. 그러나 여러 가지 이유로 이러한 과정을 거치기가 어려울 경우에는 저항강도를 중첩시켜 요구저항을 근사적으로 계산할 수 있다. 추가의 하중효과만 작용하는 경우에 목표신뢰도를 만족하는 하중-저항계수는 기지의 값이라고 가정한다. 추가의 하중효과만 작용하는 경우에 대한 하중-저항계수를 모르는 경우에는 3.4절에서 기술한 방법을 통하여 해석적 방법으로 비교적 간단히 하중-저항계수를 결정할 수 있다. 추가의 하중효과에 대한 하중-저항계수를 이용하여 요구저항강도를 계산하여 원래 한계상태에서 계산된 요구저항강도에 중첩시키면 항상 목표신뢰도보다 큰 목표신뢰도를 확보할 수 있다. 이 부록에서는 동일한 목표신뢰도를 만족시키는 저항강도를 중첩하면 항상 원래의 목표신뢰도 보다 큰 신뢰도를 확보하는 것을 보인다.

동일한 저항계수를 사용하는 부재에 서로 다른 두 개의 하중효과가 독립적으로 재하된 경우 각각의 하중효과에 대하여 동일한 목표신뢰도를 만족하도록 하중계수가 결정되었다면 개별 하중효과에 대한 요구 저항강도는 다음과 같다.

$$\phi S_0 = \gamma Q_0, \quad \phi \hat{S}_0 = \hat{\gamma} \hat{Q}_0 \quad (G.1)$$

여기서 Q_0 와 $\hat{Q}_0$ 는 각각 주어진 한계상태에 이미 포함된 하중효과와 추가되는 하중효과를 나타낸다. Q_0 는 단일 하중효과라기 보다는 여러 개의 하중효과가 포함된 항으로 고려할 수 있다. 식 (G.1)은 한계상태 보정계수를 적용하여 두 하중효과에 대한 저항계수가 동일한 값을 가지도록 설정된 식이다. 첫 번째 하중효과가 재하된 경우 저항강도의 평균과 표준편차는 편심계수와 변동계수를 이용하여 표시할 수 있다.

$$\mu_s = \lambda_s \frac{\gamma}{\phi} Q_0, \quad \sigma_s = \delta_s \mu_s = \delta_s \lambda_s \frac{\gamma}{\phi} Q_0 \quad (G.2)$$

식 (G.2)에 의하여 결정되는 신뢰도지수는 목표신뢰도지수와 같기 때문에 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\beta_T = \beta = \frac{\mu_S - \mu_{Q_0}}{\sqrt{(\sigma_S)^2 + (\sigma_{Q_0})^2}} = \frac{\lambda_S \gamma Q_0 / \phi - \lambda_{Q_0} Q_0}{\sqrt{(\delta_S \lambda_S \gamma Q_0 / \phi)^2 + (\delta_{Q_0} \lambda_{Q_0} Q_0)^2}} = \frac{\lambda_S \gamma - \phi \lambda_{Q_0}}{\sqrt{(\gamma \delta_S \lambda_S)^2 + (\phi \delta_{Q_0} \lambda_{Q_0})^2}} \quad (G.3)$$

마찬가지로 두 번째 하중효과의 경우에도 다음과 같이 저항강도의 평균과 표준편차를 계산할 수 있다.

$$\mu_{\hat{S}} = \lambda_{\hat{S}} \frac{\hat{\gamma}}{\phi} \hat{Q}_0 = \lambda_S \frac{\hat{\gamma}}{\phi} \hat{Q}_0, \quad \sigma_{\hat{S}} = \delta_{\hat{S}} \mu_{\hat{S}} = \delta_S \lambda_S \frac{\hat{\gamma}}{\phi} \hat{Q}_0 \quad (G.4)$$

두 번째 하중효과가 재하된 경우의 신뢰도지수는 다음과 같다.

$$\beta_T = \hat{\beta} = \frac{\mu_{\hat{S}} - \mu_{\hat{Q}_0}}{\sqrt{(\sigma_{\hat{S}})^2 + (\sigma_{\hat{Q}_0})^2}} = \frac{\lambda_S \hat{\gamma} \hat{Q}_0 / \phi - \lambda_{\hat{Q}_0} \hat{Q}_0}{\sqrt{(\delta_S \lambda_S \hat{\gamma} \hat{Q}_0 / \phi)^2 + (\delta_{\hat{Q}_0} \lambda_{\hat{Q}_0} \hat{Q}_0)^2}} = \frac{\lambda_S \hat{\gamma} - \phi \lambda_{\hat{Q}_0}}{\sqrt{(\hat{\gamma} \delta_S \lambda_S)^2 + (\phi \delta_{\hat{Q}_0} \lambda_{\hat{Q}_0})^2}} \quad (G.5)$$

두 하중효과가 동시에 작용할 경우 요구되는 저항강도를 식 (G.1)에서 계산되는 각각의 공칭저항을 중첩하여 결정하면 다음과 같다.

$$\phi S'_0 = \phi(S_0 + \hat{S}_0) = \gamma Q_0 + \hat{\gamma} \hat{Q}_0 \quad (G.6)$$

여기서 S' 는 두 하중효과가 동시에 재하된 경우 저항강도 변수이다. 식 (G.6)에 의하여 공칭저항강도가 결정되면 그에 상응하는 평균과 표준편차는 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mu_{S'} = \lambda_S(S_0 + \hat{S}_0) = \lambda_S(\gamma Q_0 + \hat{\gamma} \hat{Q}_0) / \phi, \quad \sigma_{S'} = \delta_S \mu_{S'} = \delta_S \lambda_S(\gamma Q_0 + \hat{\gamma} \hat{Q}_0) / \phi \quad (G.7)$$

식 (G.7)을 이용하여 식 (G.6)에 대응하는 신뢰도 지수를 산정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \beta' &= \frac{\mu_{S'} - \mu_{Q_0} - \mu_{\hat{Q}_0}}{\sqrt{(\sigma_{S'})^2 + (\sigma_{Q_0})^2 + (\sigma_{\hat{Q}_0})^2}} \\ &= \frac{\lambda_S(\gamma Q_0 + \hat{\gamma} \hat{Q}_0) / \phi - \lambda_{Q_0} Q_0 - \lambda_{\hat{Q}_0} \hat{Q}_0}{\sqrt{(\delta_S \lambda_S(\gamma Q_0 + \hat{\gamma} \hat{Q}_0) / \phi)^2 + (\delta_{Q_0} \lambda_{Q_0} Q_0)^2 + (\delta_{\hat{Q}_0} \lambda_{\hat{Q}_0} \hat{Q}_0)^2}} \\ &= \frac{(\lambda_S \gamma - \phi \lambda_{Q_0}) Q_0 + (\lambda_S \hat{\gamma} - \phi \lambda_{\hat{Q}_0}) \hat{Q}_0}{\sqrt{(\delta_S \lambda_S(\gamma Q_0 + \hat{\gamma} \hat{Q}_0))^2 + (\phi \delta_{Q_0} \lambda_{Q_0} Q_0)^2 + (\phi \delta_{\hat{Q}_0} \lambda_{\hat{Q}_0} \hat{Q}_0)^2}} \end{aligned} \quad (G.8)$$

식 (G.3)과 식 (G.5)에 의하여

$$\lambda_s \gamma - \phi \lambda_{Q_0} = \beta_T \sqrt{(\gamma \delta_s \lambda_s)^2 + (\phi \delta_{Q_0} \lambda_{Q_0})^2} \quad (G.9)$$

$$\lambda_s \hat{\gamma} - \phi \lambda_{\hat{Q}_0} = \beta_T \sqrt{(\hat{\gamma} \delta_s \lambda_s)^2 + (\phi \delta_{\hat{Q}_0} \lambda_{\hat{Q}_0})^2} \quad (G.10)$$

위 두 식을 식 (G.8)의 분자에 대입하여 정리하면

$$\begin{aligned} \beta' &= \frac{\beta_T Q_0 \sqrt{(\gamma \delta_s \lambda_s)^2 + (\phi \delta_{Q_0} \lambda_{Q_0})^2} + \beta_T \hat{Q}_0 \sqrt{(\hat{\gamma} \delta_s \lambda_s)^2 + (\phi \delta_{\hat{Q}_0} \lambda_{\hat{Q}_0})^2}}{\sqrt{(\delta_s \lambda_s (\gamma Q_0 + \hat{\gamma} \hat{Q}_0))^2 + (\phi \delta_{Q_0} \lambda_{Q_0} Q_0)^2 + (\phi \delta_{\hat{Q}_0} \lambda_{\hat{Q}_0} \hat{Q}_0)^2}} \\ &= \frac{\sqrt{A} + \sqrt{B}}{\sqrt{A + B + 2(\delta_s \lambda_s)^2 \gamma \hat{\gamma} Q_0 \hat{Q}_0}} \beta_T \end{aligned} \quad (G.11)$$

위 식에서 A 와 B 는 다음과 같다.

$$A = (Q_0)^2 ((\gamma \delta_s \lambda_s)^2 + (\phi \delta_{Q_0} \lambda_{Q_0})^2), \quad B = (\hat{Q}_0)^2 ((\hat{\gamma} \delta_s \lambda_s)^2 + (\phi \delta_{\hat{Q}_0} \lambda_{\hat{Q}_0})^2) \quad (G.12)$$

그런데 다음과 같은 식이 성립한다.

$$(\sqrt{A} + \sqrt{B})^2 = A + B + 2\sqrt{AB} \quad (G.13)$$

식 (G.13)에 제곱근을 취하고 식 (G.11)의 분자에 대입하면 다음과 같다.

$$\beta' = \frac{\sqrt{A + B + 2\sqrt{AB}}}{\sqrt{A + B + 2(\delta_s \lambda_s)^2 \gamma \hat{\gamma} Q_0 \hat{Q}_0}} \beta_T \quad (G.14)$$

식 (G.12)를 이용하여 분자에 있는 AB 항을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} AB &= (Q_0)^2 (\hat{Q}_0)^2 ((\gamma \delta_s \lambda_s)^2 + (\phi \delta_{Q_0} \lambda_{Q_0})^2) ((\hat{\gamma} \delta_s \lambda_s)^2 + (\phi \delta_{\hat{Q}_0} \lambda_{\hat{Q}_0})^2) \\ &= (Q_0)^2 (\hat{Q}_0)^2 ((\gamma \delta_s \lambda_s)^2 (\hat{\gamma} \delta_s \lambda_s)^2 + (\gamma \delta_s \lambda_s)^2 (\phi \delta_{\hat{Q}_0} \lambda_{\hat{Q}_0})^2 + (\phi \delta_{Q_0} \lambda_{Q_0})^2 (\hat{\gamma} \delta_s \lambda_s)^2 \\ &\quad + (\phi \delta_{Q_0} \lambda_{Q_0})^2 (\phi \delta_{\hat{Q}_0} \lambda_{\hat{Q}_0})^2) \\ &\geq (Q_0)^2 (\hat{Q}_0)^2 (\gamma \hat{\gamma})^2 (\delta_s \lambda_s)^4 \end{aligned} \quad (G.15)$$

위의 부등식을 식 (G.14)에 대입하면

$$\beta' = \frac{\sqrt{A+B+2\sqrt{AB}}}{\sqrt{A+B+2(\delta_s\lambda_s)^2\hat{\gamma}Q_0\hat{Q}_0}}\beta_T \geq \frac{\sqrt{A+B+2Q_0\hat{Q}_0\hat{\gamma}(\delta_s\lambda_s)^2}}{\sqrt{A+B+2(\delta_s\lambda_s)^2\hat{\gamma}Q_0\hat{Q}_0}}\beta_T = \beta_T \quad (\text{G.16})$$

따라서 두 개의 하중효과에 대하여 주어진 목표신뢰도를 만족시키도록 각각 계산된 저항강도를 중첩하면 두 개의 하중효과가 동시에 작용할 경우 항상 목표신뢰도보다 큰 신뢰도지수를 확보할 수 있다. 위의 관계는 정규분포변수에 대하여 유도된 것이지만 R-F 변환을 통하여 계산되는 등가 평균과 분산을 사용하면 식 (G.16)은 일반적으로 비정규분포가 포함된 경우에도 성립할 것이다.

부록 H 수치적분

H.1 식 (3.56)과 (3.57)

본문에 기술한 바와 같이 식 (3.55)에서 ξ 방향으로 사다리꼴 공식을 적용하여 적분을 수행하며, η 방향으로 7 점 가우스 적분을 수행한다. 수치적분을 위한 표현식은 다음과 같다.

$$\mathbf{H} = \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \bar{\mathbf{h}}^T \cdot \bar{\mathbf{h}} d\eta d\xi \approx \sum_{i=1}^{N_\xi} \sum_{j=1}^{N_\eta} \tilde{\mathbf{h}}^T(\xi_i, \eta_j) \cdot \tilde{\mathbf{h}}(\xi_i, \eta_j) W_j \Delta\eta \Delta\xi \quad (\text{H.1})$$

여기서 N_ξ , N_η 그리고 W_j 는 각각 ξ 방향으로 사다리꼴 공식을 적용하기 위한 구간의 개수, η 방향으로 적용하는 가우스 적분법에서의 적분점 개수 그리고 j -번째 가우스 적분점에 대한 가중치이다. 식 (H.1)에서 적용된 여타 변수의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{h}}(\xi_i, \eta_j) &= (\bar{\mathbf{h}}(\xi_i, \eta_j) + \bar{\mathbf{h}}(\xi_{i+1}, \eta_j)) / 2 \\ \xi_i &= \xi_l + (i-1)\Delta\xi \\ \eta_j &= \eta_l + (1 + X_{gj})\Delta\eta \\ \Delta\xi &= (\xi_u - \xi_l) / N_\xi \\ \Delta\eta &= (\eta_u - \eta_l) / 2 \end{aligned} \quad (\text{H.2})$$

위 식에서 X_{gj} 는 j -번째 가우스 적분점의 좌표이다. 가우스 적분점 개수에 따른 적분점 좌표와 가중치는 일반적인 유한요소법 교과서에서 쉽게 찾을 수 있다.

식 (3.7)에 정의된 표준화된 설계식을 하중-저항계수에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial(\bar{S}_p)_0}{\partial\phi_p} = -\frac{1}{(\phi_p)^2} \sum_i \gamma_i (\bar{Q}_i)_0 = -\frac{(\bar{S}_p)_0}{\phi_p}, \quad \frac{\partial(\bar{S}_p)_0}{\partial\gamma_i} = -\frac{(\bar{Q}_i)_0}{\phi_p} \quad (\text{H.3})$$

위 식을 적용하여 식 (3.53)에서 정의된 행렬을 유도할 수 할 수 있다. 식 (3.53)에서 정의된 행렬의 각 적분점에서의 값을 계산하기 위한 하중효과와 공칭저항강도는 다음과 같이 정의된다.

$$(\bar{Q}_{DC})_0 = \xi_i \eta_j, \quad (\bar{Q}_{DW})_0 = \xi_i (1 - \eta_j), \quad (\bar{Q}_V)_0 = 1 - \xi_i, \quad (\bar{S}_p)_0 = -\frac{1}{(\phi_p)_k} \sum_i (\gamma_i)_k (\bar{Q}_i)_0 \quad (\text{H.4})$$

위 식에서 공칭 저항강도를 계산하기 위한 하중-저항계수는 전 반복계산단계에서 산정된 값을 적

용한다. 동일한 적분법을 적용하여 식 (3.55)의 **B**행렬을 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \bar{\mathbf{h}}^T \cdot (\bar{\mathbf{S}}_0(\mathbf{x}_k) - \bar{\mathbf{S}}_T) d\eta d\xi \\ &\approx \sum_{i=1}^{N_\xi} \sum_{j=1}^{N_g} \tilde{\mathbf{h}}^T(\xi_i, \eta_j) \cdot (\bar{\mathbf{S}}_0(\mathbf{x}_k, \xi_i, \eta_j) - \bar{\mathbf{S}}_T(\xi_i, \eta_j)) W_j \Delta\eta \Delta\xi \end{aligned} \quad (\text{H.5})$$

위 식에서 공칭저항강도 벡터는 식 (H.4)에서 정의된 값을 적용하여 구성하고, 목표저항강도 벡터는 3.3 절에서 기술한 역신뢰도 해석을 이용하여 부재 종류별로 각 적분점에서 계산하여 구성하여야 한다.

식 (3.57)에서 정의된 삼중적분도 동일한 방법으로 산정할 수 있으며, ζ 방향으로는 사다리꼴 공식 그리고 ξ 와 η 방향으로는 가우스 적분법을 사용한다.

$$\mathbf{H} = \int_{\zeta_l}^{\zeta_u} \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \bar{\mathbf{h}}^T \cdot \bar{\mathbf{h}} d\eta d\xi d\zeta \approx \sum_{l=1}^{N_\zeta} \sum_{i=1}^{N_g} \sum_{j=1}^{N_g} \tilde{\mathbf{h}}^T(\zeta_l, \xi_i, \eta_j) \cdot \tilde{\mathbf{h}}(\zeta_l, \xi_i, \eta_j) W_j W_i \Delta\eta \Delta\xi \Delta\zeta \quad (\text{H.6})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \int_{\zeta_l}^{\zeta_u} \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \bar{\mathbf{h}}^T \cdot (\bar{\mathbf{S}}_0(\mathbf{x}_k) - \bar{\mathbf{S}}_T) d\eta d\xi d\zeta \\ &\approx \sum_{l=1}^{N_\zeta} \sum_{i=1}^{N_g} \sum_{j=1}^{N_g} \tilde{\mathbf{h}}^T(\xi_i, \eta_j) \cdot (\bar{\mathbf{S}}_0(\mathbf{x}_k, \zeta_l, \xi_i, \eta_j) - \bar{\mathbf{S}}_T(\zeta_l, \xi_i, \eta_j)) W_j W_i \Delta\eta \Delta\xi \Delta\zeta \end{aligned} \quad (\text{H.7})$$

위 두 식에서 N_ζ 는 ζ 방향으로의 사다리꼴 공식에서 사용되는 적분구간의 개수이고, 여타 변수의 정의는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{h}}(\zeta_l, \xi_i, \eta_j) &= (\bar{\mathbf{h}}(\zeta_l, \xi_i, \eta_j) + \bar{\mathbf{h}}(\zeta_l, \xi_i, \eta_j)) / 2 \\ \zeta_l &= \zeta_l + (l-1)\Delta\zeta \\ \xi_i &= \xi_l + (1 + X_{gi})\Delta\xi \\ \eta_j &= \eta_l + (1 + X_{gj})\Delta\eta \\ \Delta\zeta &= (\zeta_u - \zeta_l) / N_\zeta \\ \Delta\xi &= (\xi_u - \xi_l) / 2 \\ \Delta\eta &= (\eta_u - \eta_l) / 2 \end{aligned} \quad (\text{H.8})$$

H.2 식 (3.68)과 (3.69)

식 (3.68)에서 고정하중비 ξ_m 에서의 저항안전율에 대한 수치적분식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Lambda_p(\xi_m) &= \frac{1}{\eta_u - \eta_l} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \frac{1}{\theta_{Z(p)} \lambda_p} \sum_i \theta_{Z(i)} \lambda_i (\bar{Q}_i)_0 d\eta \\ &\approx \frac{1}{\eta_u - \eta_l} \sum_{j=1}^{N_g} \frac{1}{\theta_{Z(p)} \lambda_p} \sum_i \theta_{Z(i)} \lambda_i (\bar{Q}_i(\xi_m, \eta_j))_0 W_j \Delta\eta\end{aligned}\quad (\text{H.9})$$

식 (3.69)에서 중력하중비 ζ_m 에서의 저항안전율에 대한 수치적분식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Lambda_p(\zeta_m) &= \frac{1}{\xi_u - \xi_l} \frac{1}{\eta_u - \eta_l} \int_{\xi_l}^{\xi_u} \int_{\eta_l}^{\eta_u} \frac{1}{\theta_{Z(p)} \lambda_p} \sum_i \theta_{Z(i)} \lambda_i (\bar{Q}_i)_0 d\eta d\xi \\ &\approx \frac{1}{\xi_u - \xi_l} \frac{1}{\eta_u - \eta_l} \sum_{l=1}^{N_g} \sum_{j=1}^{N_g} \frac{1}{\theta_{Z(p)} \lambda_p} \sum_i \theta_{Z(i)} \lambda_i (\bar{Q}_i(\zeta_m, \xi_l, \eta_j))_0 W_j W_l \Delta\eta \Delta\xi\end{aligned}\quad (\text{H.10})$$

식 (H.9)와 (H.10)에서 사용된 변수의 정의는 각각 식 (H.2)와 (H.8)에 대응하며, 주어진 하중비와 목표신뢰도에서의 파괴점함수는 3.3 절에서 정식화한 역신뢰도해석에 의하여 결정한다.

부록 I 케이블 적합방정식 미분

식 (4.18)의 미분항은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \phi_x^e}{\partial F_x} &= -\frac{L_0^e}{EA_C} - \frac{1}{w_C} \ln \left(\frac{F_z^1 + w_C L_0^e + T_2}{F_z^1 + T_1} \right) - \frac{(F_x^1)^2}{w_C} \left\{ \frac{1}{T_2(F_z^1 + w_C L_0^e + T_2)} - \frac{1}{T_1(F_z^1 + T_1)} \right\} \\
 \frac{\partial \phi_x^e}{\partial F_y} &= -\frac{F_x^1 F_y^1}{w_C} \left\{ \frac{1}{T_2(F_z^1 + w_C L_0^e + T_2)} - \frac{1}{T_1(F_z^1 + T_1)} \right\} \\
 \frac{\partial \phi_x^e}{\partial F_z} &= -\frac{F_x^1}{w_C} \left\{ \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right\} \\
 \frac{\partial \phi_y^e}{\partial F_x} &= -\frac{F_x^1 F_y^1}{w_C} \left\{ \frac{1}{T_2(F_z^1 + w_C L_0^e + T_2)} - \frac{1}{T_1(F_z^1 + T_1)} \right\} \\
 \frac{\partial \phi_y^e}{\partial F_y} &= -\frac{L_0^e}{EA_C} - \frac{1}{w_C} \ln \left(\frac{F_z^1 + w_C L_0^e + T_2}{F_z^1 + T_1} \right) - \frac{(F_y^1)^2}{w_C} \left\{ \frac{1}{T_2(F_z^1 + w_C L_0^e + T_2)} - \frac{1}{T_1(F_z^1 + T_1)} \right\} \\
 \frac{\partial \phi_y^e}{\partial F_z} &= -\frac{F_y^1}{w_C} \left\{ \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right\} \\
 \frac{\partial \phi_z^e}{\partial F_x} &= -\frac{F_x^1}{w_C} \left\{ \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right\} \\
 \frac{\partial \phi_z^e}{\partial F_y} &= -\frac{F_y^1}{w_C} \left\{ \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right\} \\
 \frac{\partial \phi_z^e}{\partial F_z} &= -\frac{L_0^e}{EA_C} - \frac{1}{w_C} \left\{ \frac{F_z^1 + w_C L_0^e}{T_2} - \frac{F_z^1}{T_1} \right\}
 \end{aligned} \tag{I.1}$$

부록 J 케이블교량 제원

J.1 이순신대교

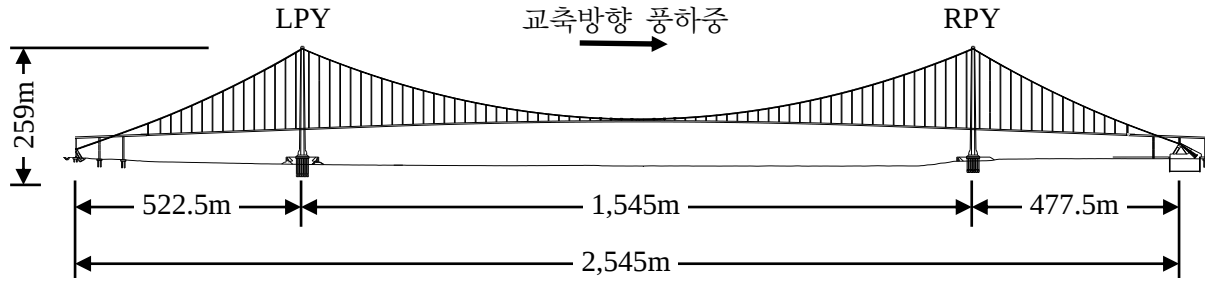


그림 J.1 이순신대교 종평면도

표 J.1 이순신대교 주케이블의 단면제원

	측경간(좌측)	주경간	측경간(우측)
소선직경(mm)	5.35	5.35	5.35
소선단면적(mm ²)	22.48	22.48	22.48
소선수/스트랜드수(EA)	13,600 / 34	12,800 / 32	13,600 / 34
케이블직경(m)	0.698	0.677	0.698
유효단면적(m ²)	0.3057	0.2877	0.3057

표 J.2 이순신대교 행어로프(CFRC¹⁾)의 단면제원

직경(mm)	75	85	90
유효단면적(mm ²)	6,186	7,944	8,906
설치개수(EA)	168	8	8

1) CFRC : Center Fit Rope Core

표 J.3 이순신대교의 재료 물성치

부재종류	재료	탄성계수(MPa)	전단탄성계수(MPa)	포아송비	단위중량(kN/m ³)
보강거더	강재	210,000	80,769	0.300	77.0
주케이블	강선	200,000	-	0.300	77.0
행어로프	강선	140,000	-	0.300	82.5
주탑	철근 콘크리트	28,571	12,245	0.167	24.5

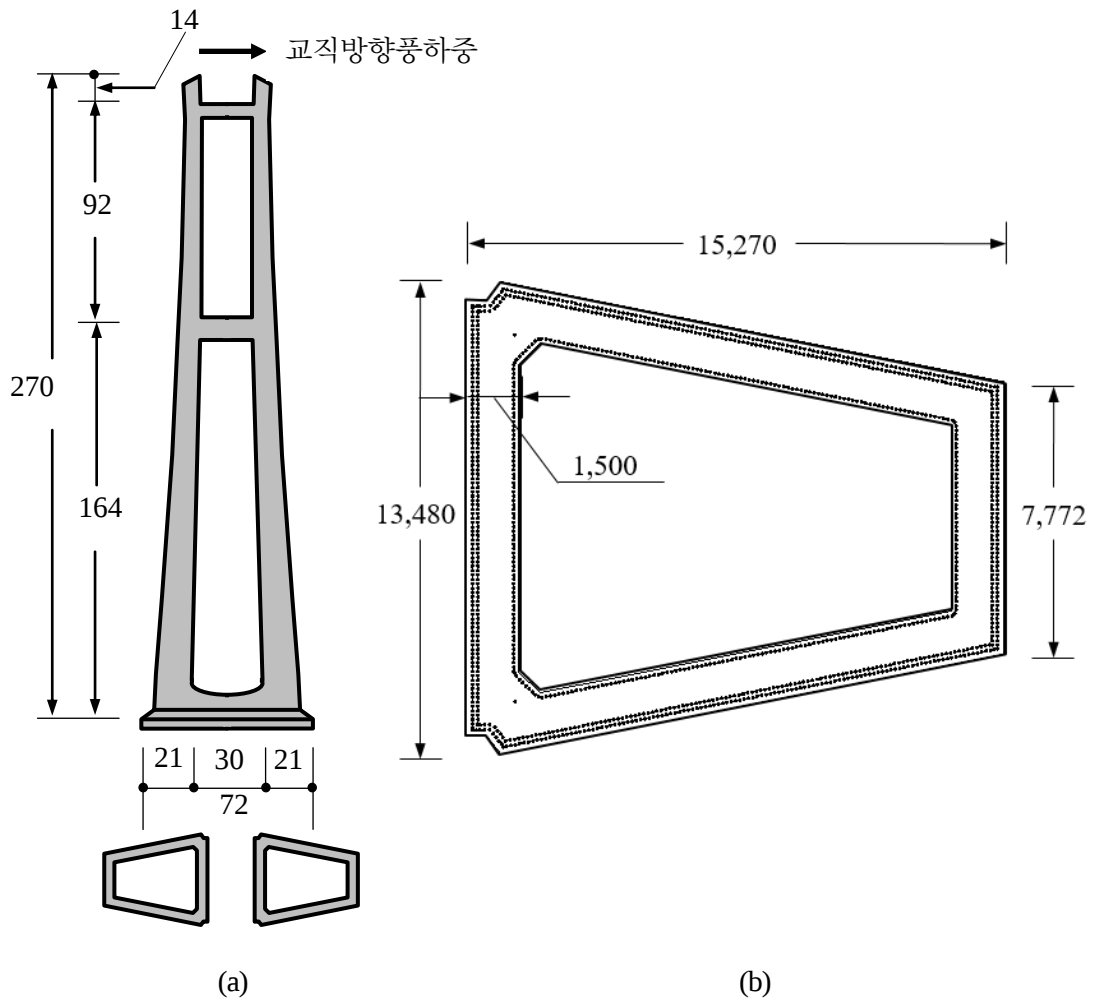


그림 J.2 이순신대교의 주탑: (a) 주탑 일반도(단위: m); (b) 하층하단부 단면도(단위: mm)

J.2 울산대교

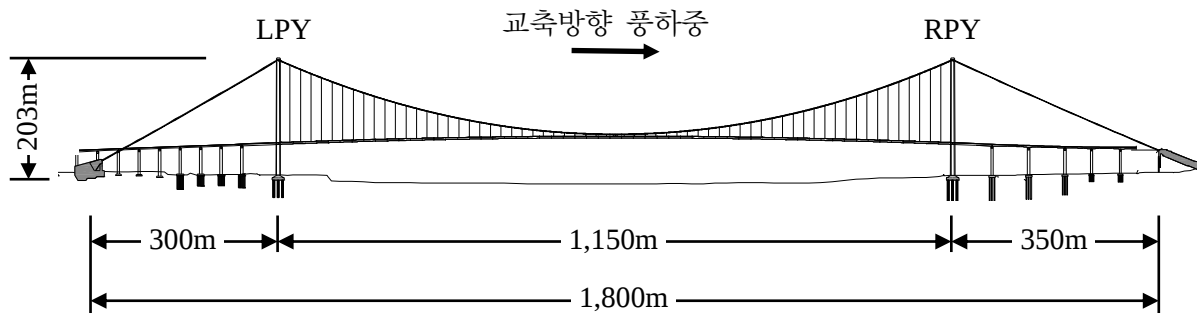


그림 J.3 울산대교 종평면도

표 J.4 울산대교 주케이블의 단면제원

	측경간(좌측)	주경간	측경간(우측)
소선직경(mm)	5.40	5.40	5.40
소선단면적(mm ²)	22.90	22.90	22.90
소선수/스트랜드수(EA)	8,001 / 63	7,493 / 59	7,493 / 59
케이블직경(m)	0.540	0.523	0.523
유효단면적(m ²)	0.1832	0.1716	0.1716

표 J.5 울산대교 행어로프(PWS)의 단면제원

직경(mm)	79	79	80	85
유효단면적(mm ²)	2,493	2,729	2,964	3,200
설치개수(EA)	4	28	64	28

표 J.6 울산대교의 재료 물성치

부재종류	재료	탄성계수(MPa)	전단탄성계수(MPa)	포아송비	단위중량(kN/m ³)
보강거더	강재	210,000	80,769	0.300	77.0
주케이블	강선	200,000	-	0.300	77.0
행어로프	강선	200,000	-	0.300	77.0
주탑	철근 콘크리트	28,571	12,245	0.167	24.5

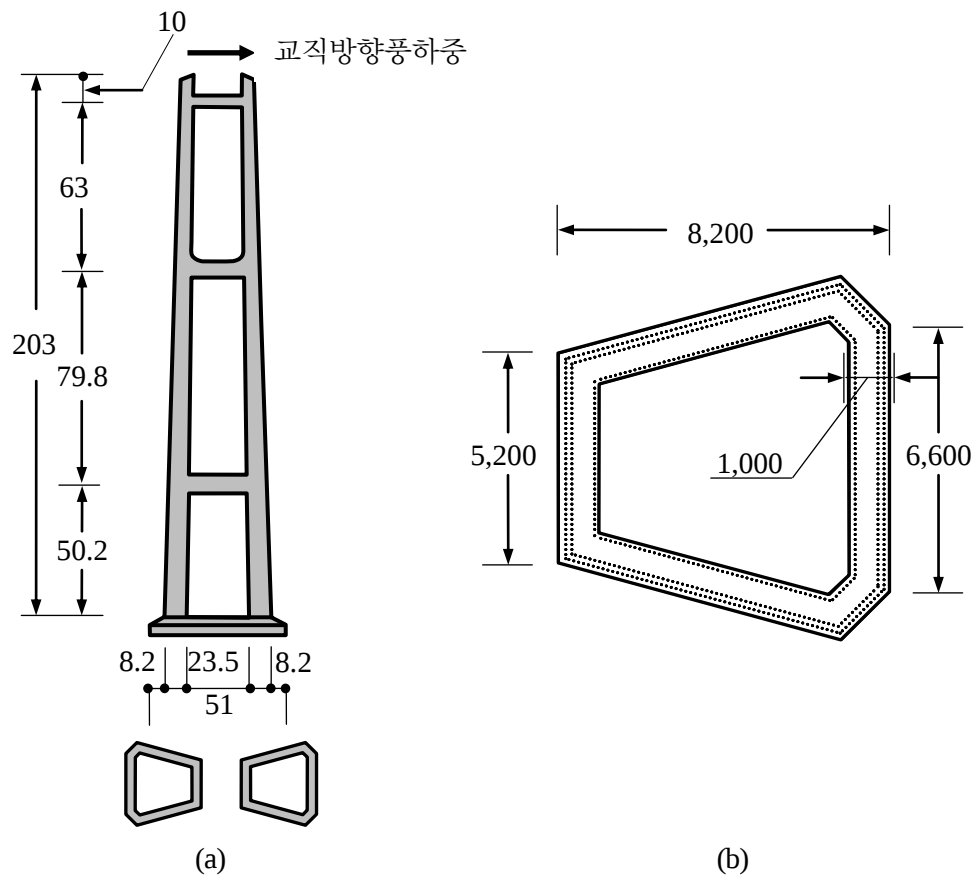


그림 J.4 울산대교의 주탑: (a) 주탑 일반도(단위: m); (b) 하층하단부 단면도(단위: mm)

J.3 새천년대교 제2공구

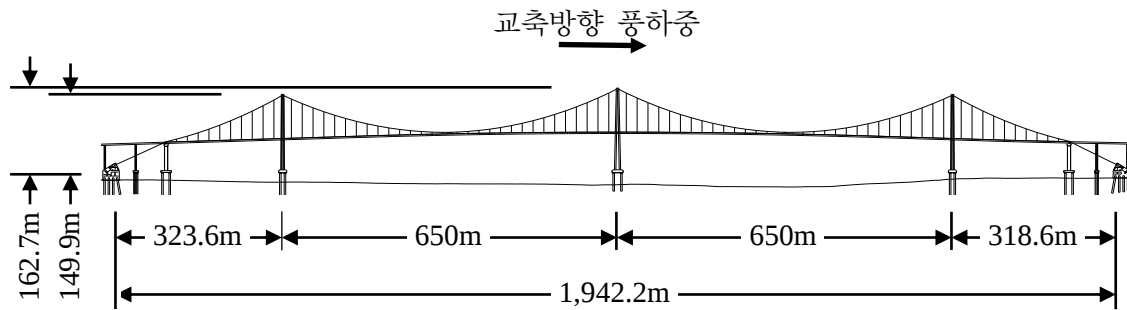


그림 J.5 새천년대교 제2공구(원설계) 종평면도

표 J.7 새천년대교 제2공구(원설계) 주케이블의 단면제원

	측경간(좌측)	주경간1	주경간2	측경간(우측)
소선직경(mm)	5.00	5.00	5.00	5.00
소선단면적(mm ²)	19.64	19.64	19.64	19.64
소선수/스트랜드수 (EA)	2,884 / 7	2,884 / 7	2,884 / 7	2,884 / 7
케이블직경(m)	0.300	0.300	0.300	0.300
유효단면적(m ²)	0.0566	0.0566	0.0566	0.0566

표 J.8 새천년대교 제2공구(원설계) 행어로프(CFRC)의 단면제원

직경(mm)	75	75 ¹⁾
유효단면적(mm ²)	3,093	6,186
설치개수(EA)	148	12

1) 주탑부 양측부재. 행어당 로프 2개 설치

표 J.9 새천년대교 제2공구(원설계)의 재료 물성치

부재종류	재료	탄성계수(MPa)	전단탄성계수(MPa)	포아송비	단위중량(kN/m ³)
보강거더	강재	210,000	80,769	0.300	77.0
주케이블	강선	200,000	-	0.300	77.0
행어로프	강선	140,000	-	0.300	82.5
주탑	철근 콘크리트	30,891	13,235	0.167	24.5

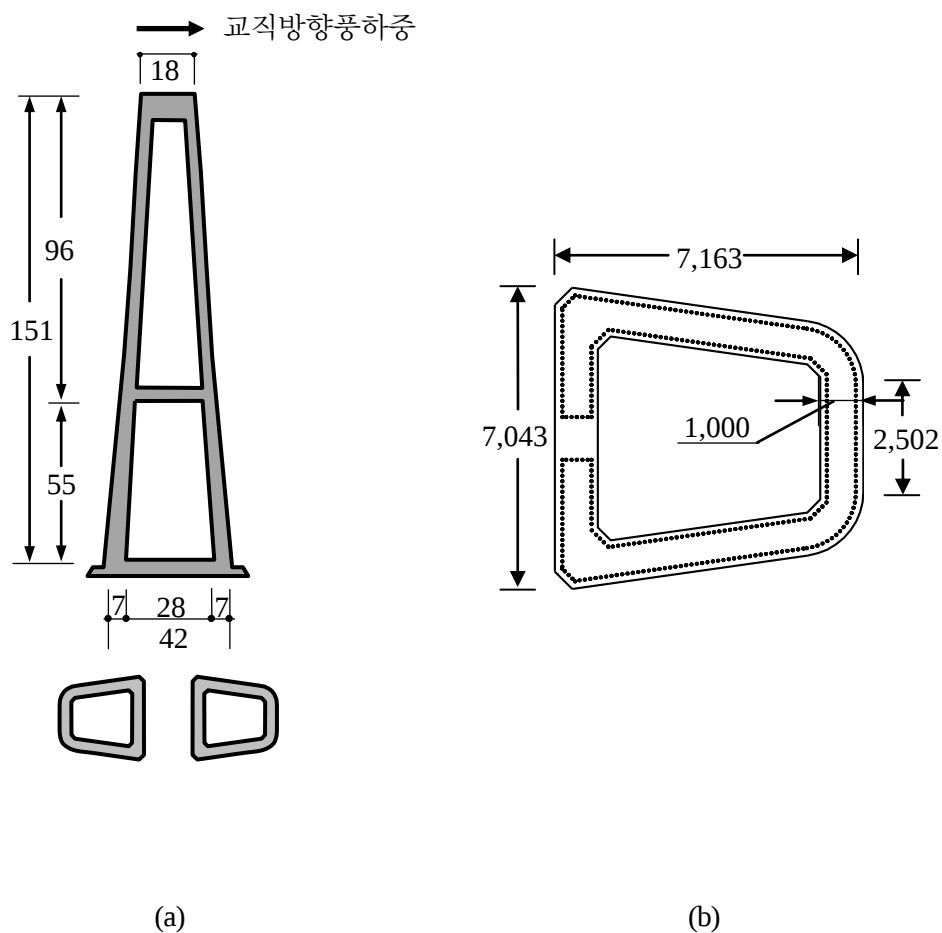


그림 J.6 새천년대교 제2공구(원설계)의 외측주탑: (a) 주탑 일반도(단위: m); (b) 하층하단부 단면도(단위: mm)

J.4 인천대교

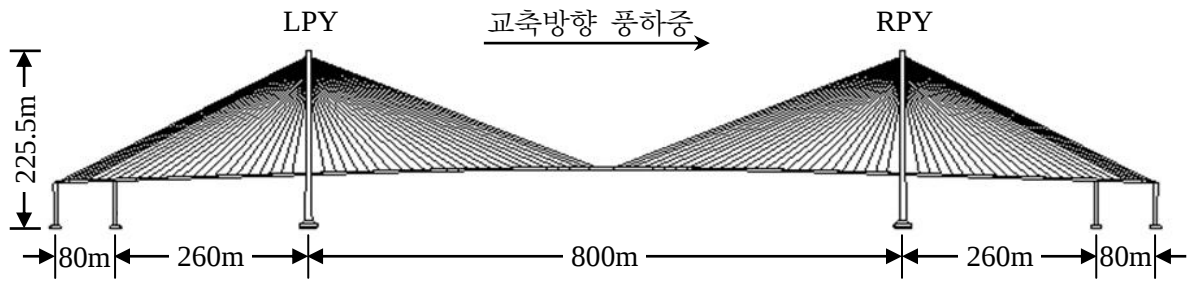


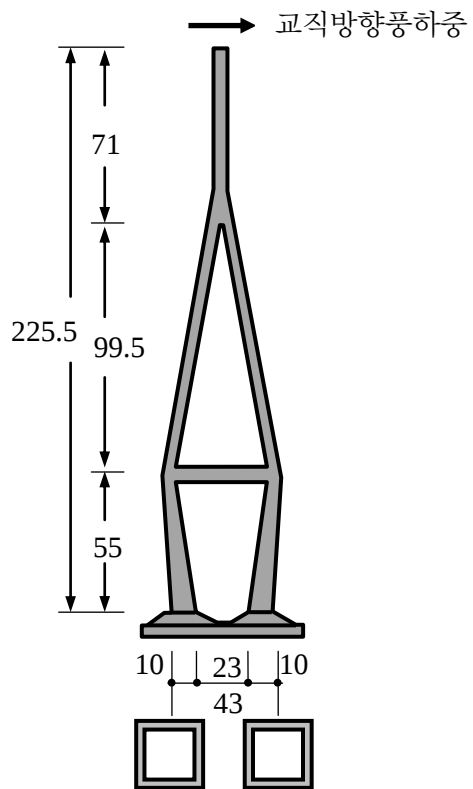
그림 J.7 인천대교 종평면도

표 J.10 인천대교 사장케이블(PWS)의 단면제원

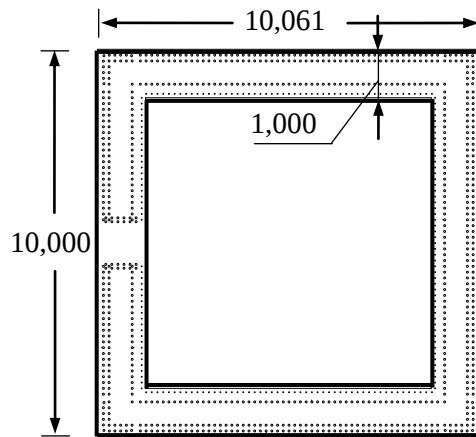
	최소직경	최대직경
소선직경(mm)	7.00	7.00
소선단면적(mm ²)	38.48	38.48
소선수(EA)	109	301
케이블직경(m)	0.095	0.153
유효단면적(m ²)	4,195	11,584

표 J.11 인천대교의 재료 물성치

부재종류	재료	탄성계수(MPa)	전단탄성계수(MPa)	포아송비	단위중량(kN/m ³)
보강거더	강재	200,000	78,900	0.300	77.0
사장케이블	강선	195,000	-	0.300	77.0
교각	철근 콘크리트	28,400	11,800	0.200	24.5
주탑	철근 콘크리트	32,200	13,400	0.200	24.5



(a)



(b)

그림 J.8 인천대교의 주탑: (a) 주탑 일반도(단위: m); (b) 하층하단부 단면도(단위: mm)

J.5 부산항대교

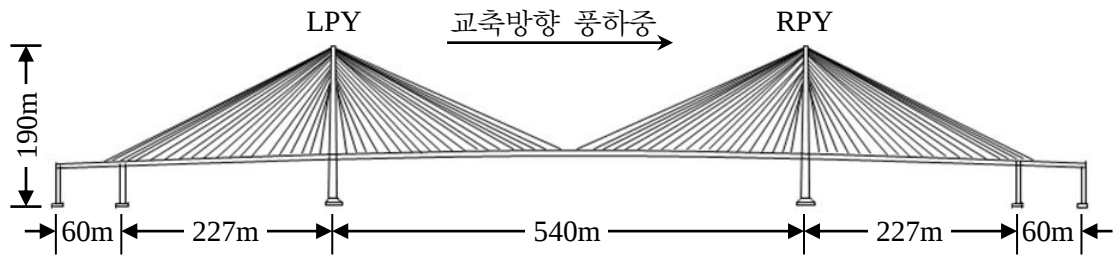


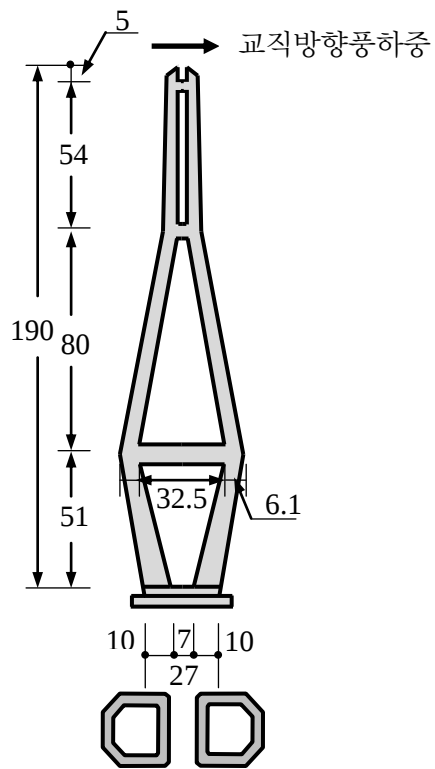
그림 J.9 부산항대교 종평면도

표 J.12 부산항대교 사장케이블(PWS)의 단면제원

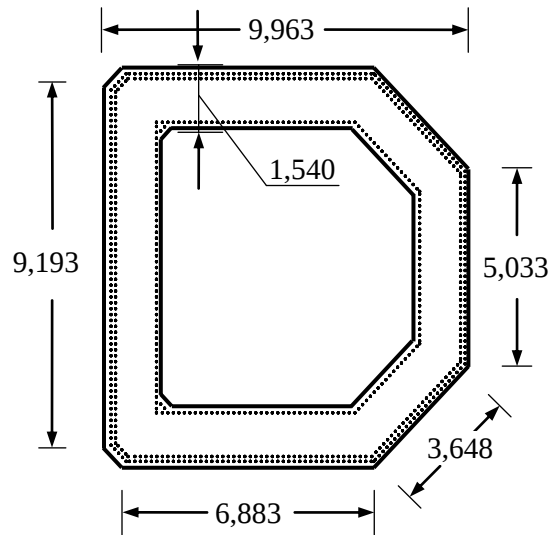
	최소직경	최대직경
소선직경(mm)	7.00	7.00
소선단면적(mm ²)	38.48	38.48
소선수(EA)	121	295
케이블직경(m)	0.085	0.131
유효단면적(m ²)	4,657	11,353

표 J.13 부산항대교의 재료 물성치

부재종류	재료	탄성계수(MPa)	전단탄성계수(MPa)	포아송비	단위중량(kN/m ³)
보강거더	강재	210,000	80,769	0.300	78.5
사장케이블	강선	200,000	-	0.300	83.9
교각	철근 콘크리트	25,979	11,134	0.167	25.0
주탑	철근 콘크리트	28,629	12,269	0.167	25.0
바닥판	철근 콘크리트	29,898	12,814	0.167	25.0



(a)



(b)

그림 J.10 부산항대교의 주탑: (a) 주탑 일반도(단위: m); (b) 하층하단부 단면도(단위: mm)

J.6 제2진도대교

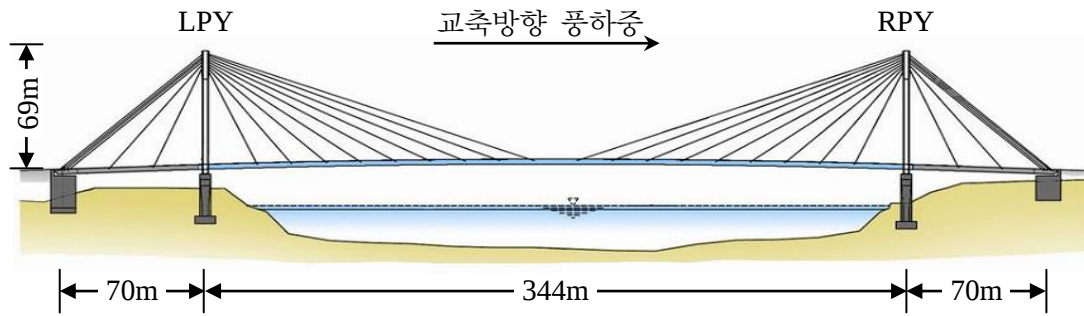


그림 J.11 제2진도대교 종평면도

표 J.14 제2진도대교 사장케이블(PWS)의 단면제원

	최소직경	최대직경
소선직경(mm)	7.00	7.00
소선단면적(mm ²)	38.48	38.48
소선수(EA)	73	151
케이블직경(m)	0.068	0.094
유효단면적(m ²)	2,809	5,811

표 J.15 제2진도대교의 재료 물성치

부재종류	재료	탄성계수(MPa)	전단탄성계수(MPa)	포아송비	단위중량(kN/m ³)
보강거더	강재	210,000	80,769	0.300	77.0
사장케이블	강선	200,000	-	0.300	77.0
교각	철근 콘크리트	25,979	11,134	0.167	24.5
주탑	강재	210,000	80,769	0.300	77.0

부록 K 사장케이블의 통계특성

본문에서는 현수케이블의 장력에 대한 MCS 결과(그림 4.4~4.7)만 수록되어 있어 이 자료에서는 사장케이블 장력에 대한 MCS 결과를 제시한다. 인천대교의 중앙경간에서 최소신뢰도가 계산되는 사장케이블(본문 표 4.5에서 인용한 케이블)에 대한 통계특성치를 계산하였으며, 그림 K.1 ~ K.4에 각 하중성분의 변동계수 변화에 따른 장력성분의 통계특성치 변화를 도시하였다. 본문에서 기술한 바와 같이 사장케이블의 자중은 DC 하중에 포함시킨다. MCS는 현수케이블과 동일한 방법으로 수행하였으며, 각 장력성분의 분포 형식은 K-S 검정을 통하여 확인하였다. 현수케이블과 마찬가지로 각 하중성분 성분이 유발하는 사장케이블의 장력의 분포는 해당 하중성분의 분포와 동일하여, 사장케이블 및 현수케이블 장력의 통계 특성은 거의 유사한 것으로 확인되었다. 따라서 본문에서와 같이 사장케이블 및 현수케이블의 장력의 통계 특성을 동일하다고 가정하고 각 케이블의 저항계수를 결정할 수 있다.

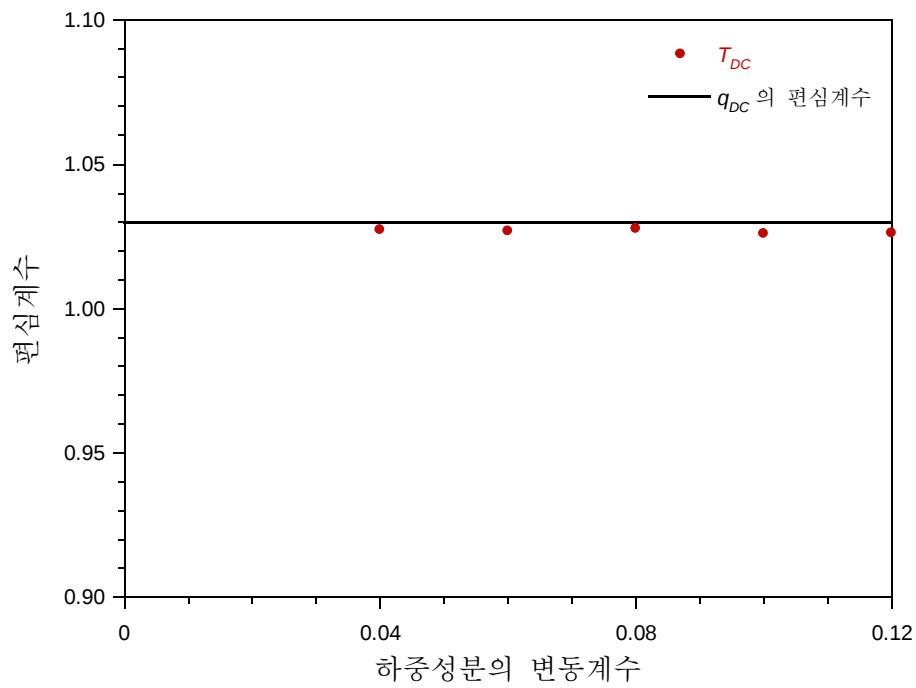


그림 K.1 q_{DC} 의 변동계수에 따른 장력 편심계수의 변화

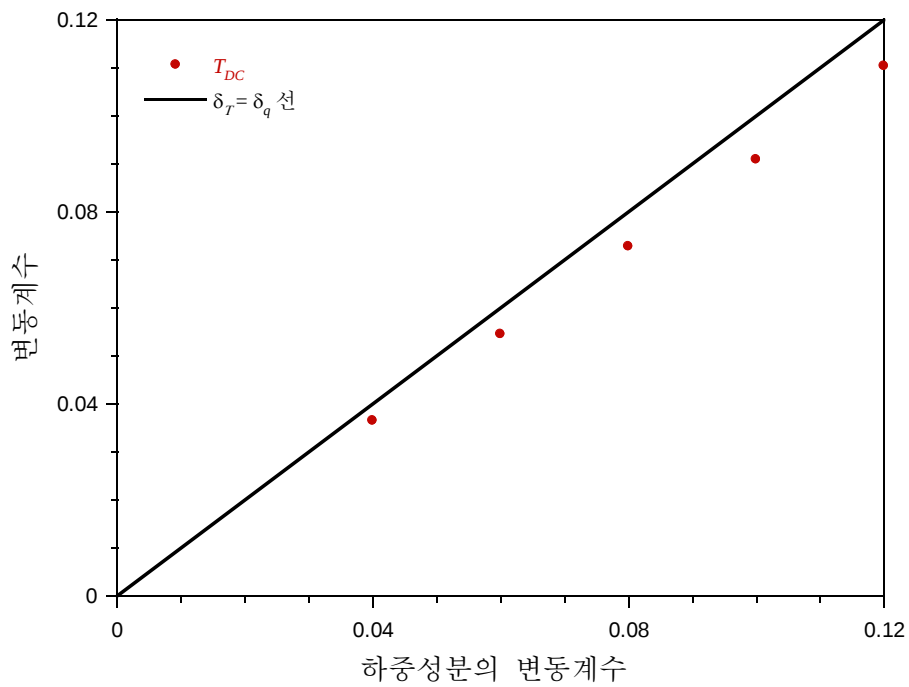


그림 K.2 q_{DC} 의 변동계수에 따른 장력의 변동계수 변화

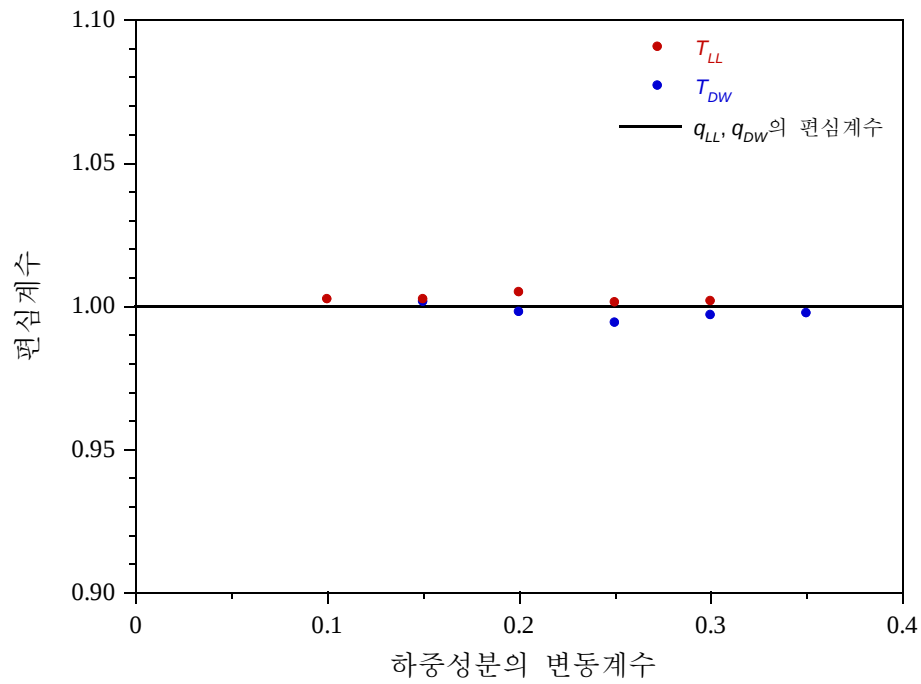


그림 K.3 q_{LL} 및 q_{DW} 의 변동계수에 따른 장력의 편심계수 변화

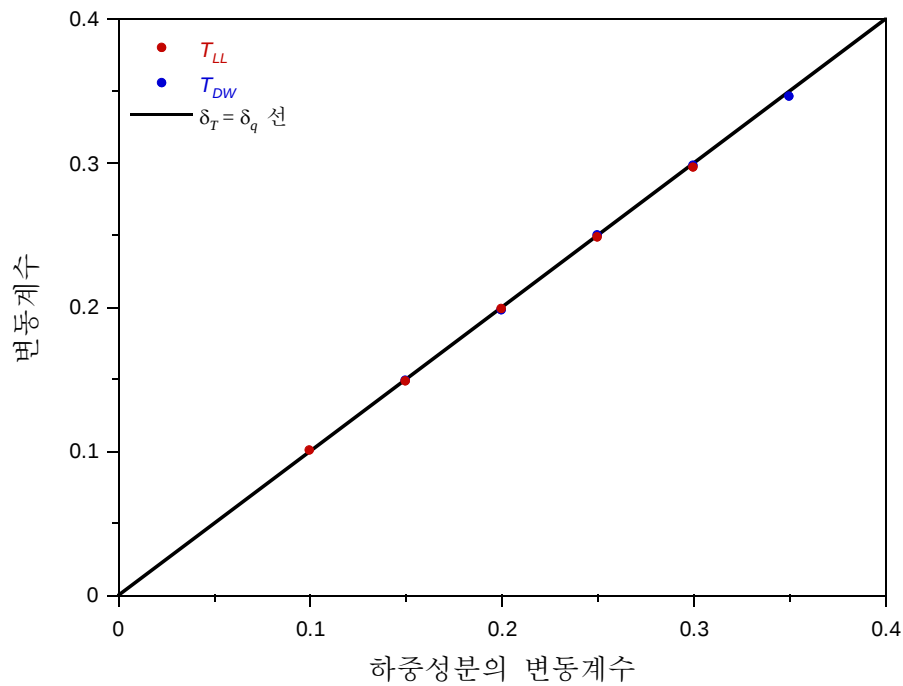


그림 K.4 q_{LL} 및 q_{DW} 의 변동계수에 따른 장력의 변동계수 변화

부록 L PMID 표본점 민감도

PMID를 구성하는 i 번째 표본점의 재료변수에 대한 민감도는 식 (5.7)을 직접 미분하여 계산할 수 있다. i 번째 표본점은 중립축 위치 χ_i 에 대응한다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial P_i}{\partial f_{ck}} &= \frac{A_{gt}}{N_l} \sum_{k=0}^{i-1} \frac{\partial \sigma_{c,k+1/2}}{\partial f_{ck}} - \sum_{k=1}^{m_c} A_{s,k} \frac{\partial \sigma_{c,k}}{\partial f_{ck}} \\
 \frac{\partial P_i}{\partial f_y} &= \sum_{k=1}^m A_{s,k} \frac{\partial \sigma_{s,k}}{\partial f_y} \\
 \frac{\partial P_i}{\partial E_s} &= \sum_{k=1}^m A_{s,k} \frac{\partial \sigma_{s,k}}{\partial E_s} \\
 \frac{\partial M_i}{\partial f_{ck}} &= \bar{y}_p \frac{\partial P_i}{\partial f_{ck}} + \frac{\partial \bar{y}_p}{\partial f_{ck}} P_i - \frac{A_{gt}}{N_l} \sum_{k=0}^{i-1} (y_{k+1/2}) \frac{\partial \sigma_{c,k+1/2}}{\partial f_{ck}} + \sum_{k=1}^{m_c} y_{s,k} A_{s,k} \frac{\partial \sigma_{c,k}}{\partial f_{ck}} \\
 \frac{\partial M_i}{\partial f_y} &= \bar{y}_p \frac{\partial P_i}{\partial f_y} + \frac{\partial \bar{y}_p}{\partial f_y} P_i - \sum_{k=1}^m y_{s,k} A_{s,k} \frac{\partial \sigma_{s,k}}{\partial f_y} \\
 \frac{\partial M_i}{\partial E_s} &= \bar{y}_p \frac{\partial P_i}{\partial E_s} - \sum_{k=1}^m y_{s,k} A_{s,k} \frac{\partial \sigma_{s,k}}{\partial E_s}
 \end{aligned} \tag{L.1}$$

위 식에서 응력의 재료 변수에 대한 민감도는 식 (5.1)을 직접 미분하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \sigma_{c,k+1/2}}{\partial f_{ck}} &= \begin{cases} \frac{\alpha_{cc}(1 - (1 - \frac{\varepsilon_{k+1/2}}{\varepsilon_{co}})^n) - \alpha_{cc} f_{ck} \{n' \ln(1 - \frac{\varepsilon_{k+1/2}}{\varepsilon_{co}})\}}{\varepsilon_{co} - \varepsilon_{k+1/2}} + \frac{n \varepsilon'_{k+1/2}}{\varepsilon_{co}(\varepsilon_{co} - \varepsilon_{k+1/2})} \} (1 - \frac{\varepsilon_{k+1/2}}{\varepsilon_{co}})^n & 0 \leq \varepsilon_{k+1/2} < \varepsilon_{co} \\ \alpha_{cc} & \varepsilon_{co} \leq \varepsilon_{k+1/2} \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \\
 \frac{\partial \sigma_{c,k}}{\partial f_{ck}} &= \begin{cases} \frac{\alpha_{cc}(1 - (1 - \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{co}})^n) - \alpha_{cc} f_{ck} \{n' \ln(1 - \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{co}})\}}{\varepsilon_{co} - \varepsilon_k} + n \frac{\varepsilon_k \varepsilon'_{co}}{\varepsilon_{co}(\varepsilon_{co} - \varepsilon_k)} \} (1 - \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{co}})^n & 0 \leq \varepsilon_k < \varepsilon_{co} \\ \alpha_{cc} & \varepsilon_{co} \leq \varepsilon_k \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \\
 \frac{\partial \sigma_{s,k}}{\partial f_y} &= \begin{cases} -1 & \varepsilon_k \leq -\varepsilon_y \\ 0 & |\varepsilon_k| < \varepsilon_y \\ 1 & \varepsilon_k \geq \varepsilon_y \end{cases}, \quad \frac{\partial \sigma_{s,k}}{\partial E_s} = \begin{cases} 0 & \varepsilon_k \leq -\varepsilon_y \\ \varepsilon_k & |\varepsilon_k| < \varepsilon_y \\ 0 & \varepsilon_k \geq \varepsilon_y \end{cases}
 \end{aligned} \tag{L.2}$$

여기서 '는 해당 변수의 f_{ck} 에 대한 미분을 의미한다. 소성 중심에 대한 콘크리트의 압축강도와

철근의 항복강도에 대한 미분은 식 (5.6)을 이용한다.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{y}_p}{\partial f_{ck}} &= \alpha_{cc} \frac{A_{gt} f_y (A_{st} \bar{y}_c - \sum_{k=1}^m A_{s,k} y_{s,k})}{(\sigma_{cu} (A_{gt} - A_{st}) + f_y A_{st})^2} \\
 \frac{\partial \bar{y}_p}{\partial f_y} &= \alpha_{cc} f_{ck} \frac{A_{gt} (\sum_{k=1}^m A_{s,k} y_{s,k} - A_{st} \bar{y}_c)}{(\sigma_{cu} (A_{gt} - A_{st}) + f_y A_{st})^2} \\
 \frac{\partial \bar{y}_p}{\partial E_s} &= 0
 \end{aligned} \tag{L.3}$$

식 (L.2)에서 ε_k 와 $\varepsilon_{k+1/2}$ 는 각각 k 번째 철근 위치에서의 변형도와 k 번째 적분점에서의 변형도로서, 식 (5.4)에 의하여 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_k &= \varepsilon(y_{s,k}) = -\frac{\varepsilon_i(0)}{\chi_i} y_{s,k} + \varepsilon_i(0) \\
 \varepsilon_{k+1/2} &= \varepsilon(\chi_{k+1/2}) = -\frac{\varepsilon_i(0)}{\chi_i} \chi_{k+1/2} + \varepsilon_i(0)
 \end{aligned} \tag{L.4}$$

$\varepsilon_i(0) = \varepsilon(0, \chi_i)$ 이고 중립축 위치가 χ_i 일 때 압축연단에서의 변형도이다. 콘크리트 압축강도 f_{ck} 에 대한 곡선계수의 민감도 n' 과 ε'_{co} 는 (5.2)에 의하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 n' &= \begin{cases} 0 & f_{ck} \leq 49\text{MPa} \\ -\frac{1}{10} \left(\frac{100 - f_{ck}}{60} \right)^3 & f_{ck} > 49\text{MPa} \end{cases} \\
 \varepsilon'_{co} &= \begin{cases} 0 & f_{ck} \leq 40\text{MPa} \\ \frac{1}{100,000} & f_{ck} > 40\text{MPa} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{L.5}$$

KHBDC(LSD)에는 n 이 40MPa을 기준으로 정의되어 있으나 식 (5.2) 아래 부분에서 기술한 바와 같이 불합리한 규정으로 판단되어, 이 책에서는 49MPa을 기준으로 n 을 정의하였다. ε_k 와 $\varepsilon_{k+1/2}$ 의 f_{ck} 에 대한 미분은 식 (5.4)를 이용한다.

$$\varepsilon'_{k+1/2} = \left(1 - \frac{\chi_{k+1/2}}{\chi_i}\right) \varepsilon'_i(0) , \quad \varepsilon'_k = \frac{\partial \varepsilon_k}{\partial f_{ck}} = \left(1 - \frac{y_{s,k}}{\chi_i}\right) \varepsilon'_i(0) \tag{L.6}$$

식 (5.3)을 f_{ck} 에 대하여 직접 미분하면 다음과 같다.

$$\varepsilon'_i(0) = \begin{cases} \varepsilon'_{cu} & \text{for } \chi_i \leq h \\ \frac{(1-\frac{h}{\chi_i})\varepsilon'_{co}\varepsilon_{cu}^2 + \frac{h}{\chi_i}\varepsilon'_{cu}\varepsilon_{co}^2}{((1-\frac{h}{\chi_i})\varepsilon_{cu} + \frac{h}{\chi_i}\varepsilon_{co})^2} & \text{for } \chi_i > h \end{cases} \quad (\text{L.7})$$

위 식에서 ε_{cu} 에 대한 미분은 다음과 같다.

$$\varepsilon'_{cu} = \begin{cases} 0 & \text{for } f_{ck} \leq 40\text{MPa} \\ -\frac{1}{100,000} & \text{for } f_{ck} > 40\text{MPa} \end{cases} \quad (\text{L.8})$$

콘크리트의 압축강도가 40MPa 이하이면 콘크리트 재료특성의 압축강도에 대한 미분항들이 모두 0이 되어 식 (L.2)가 간단히 표현된다.

PMID를 구성하는 i 번째 표본점의 기하변수에 대한 민감도 역시 식 (5.7)을 직접 미분하여 구할 수 있다. 아래에서 유도하는 기하변수에 대한 미분에서 $l=1, \dots, m$ 이고 m 은 단면에 배치된 철근의 총 개수이다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial A_{gt}} &= \frac{1}{N_l} \sum_{k=0}^{i-1} \sigma_{c,k+1/2} \\ \frac{\partial P_i}{\partial A_{s,l}} &= -\sum_{k=1}^{m_c} \sigma_{c,k} \delta_{kl} + \sigma_{s,l} \\ \frac{\partial P_i}{\partial y_{s,l}} &= -\sum_{k=1}^{m_c} A_{s,k} \frac{\partial \sigma_{c,k}}{\partial y_{s,l}} \delta_{kl} + A_{s,l} \frac{\partial \sigma_{s,l}}{\partial y_{s,l}} \end{aligned} \quad (\text{L.9})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_i}{\partial A_{gt}} &= \bar{y}_p \frac{\partial P_i}{\partial A_{gt}} + \frac{\partial \bar{y}_p}{\partial A_{gt}} P_i - \frac{1}{N_l} \sum_{k=0}^{i-1} \chi_{k+1/2} \sigma_{c,k+1/2} \\ \frac{\partial M_i}{\partial A_{s,l}} &= \bar{y}_p \frac{\partial P_i}{\partial A_{s,l}} + \frac{\partial \bar{y}_p}{\partial A_{s,l}} P_i + \sum_{k=1}^{m_c} y_{s,k} \sigma_{c,k} \delta_{kl} - y_{s,l} \sigma_{s,l} \\ \frac{\partial M_i}{\partial y_{s,l}} &= \bar{y}_p \frac{\partial P_i}{\partial y_{s,l}} + \frac{\partial \bar{y}_p}{\partial y_{s,l}} P_i + \sum_{k=1}^{m_c} (A_{s,k} \sigma_{c,k} + y_{s,k} A_{s,k} \frac{\partial \sigma_{c,k}}{\partial y_{s,l}}) \delta_{kl} - A_{s,l} \sigma_{s,l} - y_{s,l} A_{s,l} \frac{\partial \sigma_{s,l}}{\partial y_{s,l}} \end{aligned} \quad (\text{L.10})$$

여기서 δ_{kl} 은 Kronecker delta이다. 식 (5.7)에서 $\chi_{k+1/2}$ 는 각 적분구간의 중앙점을 나타내는 좌표

로서 철근 위치와는 무관한 변수이다. i 번째 표본점은 중립축 위치 χ_i 에 대응하기 때문에 식 (L.9)와 식 (L.10)에 포함된 철근과 콘크리트 응력 및 철근 위치에 대한 미분은 식 (5.1)과 식 (5.4)를 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{s,l}}{\partial y_{s,l}} &= \begin{cases} 0 & \varepsilon_l < -\varepsilon_y \\ -E_s \frac{\varepsilon_i(0)}{\chi_i} & |\varepsilon_l| < \varepsilon_y \\ 0 & \varepsilon_l \geq \varepsilon_y \end{cases} \\ \frac{\partial \sigma_{c,l}}{\partial y_{s,l}} &= \begin{cases} n\alpha_{cc} f_{ck} (1 - \varepsilon_l / \varepsilon_{co})^{n-1} \frac{\varepsilon_i(0)}{\varepsilon_{co} \chi_i} & 0 \leq \varepsilon_l < \varepsilon_{co} \\ 0 & \varepsilon_{co} \leq \varepsilon_l \leq \varepsilon_{cu} \end{cases} \end{aligned} \quad (L.11)$$

위 식에서 ε_l 은 철근 위치 $y_{s,l}$ 에서 식 (5.4)에 의하여 결정되는 변형도이다. 소성 중심의 기하변수에 대한 미분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{y}_p}{\partial A_{gt}} &= \frac{\sigma_{cu} (f_y - \sigma_{cu}) (A_{st} \bar{y}_c - \sum_{k=1}^m A_{s,k} y_{s,k})}{(\sigma_{cu} (A_{gt} - A_{st}) + f_y A_{st})^2} \\ \frac{\partial \bar{y}_p}{\partial A_{s,l}} &= \frac{\sigma_{cu} f_y (A_{gt} (y_{s,l} - \bar{y}_c) - 2A_{st} y_{s,l} + 2 \sum_{k=1}^m A_{s,k} y_{s,k})}{(\sigma_{cu} (A_{gt} - A_{st}) + f_y A_{st})^2} \\ &\quad + \frac{\sigma_{cu}^2 (A_{gt} (\bar{y}_c - y_{s,l}) + A_{st} y_{s,l} - \sum_{k=1}^m A_{s,k} y_{s,k})}{(\sigma_{cu} (A_{gt} - A_{st}) + f_y A_{st})^2} + \frac{f_y^2 (A_{st} y_{s,l} - \sum_{k=1}^m A_{s,k} y_{s,k})}{(\sigma_{cu} (A_{gt} - A_{st}) + f_y A_{st})^2} \\ \frac{\partial \bar{y}_p}{\partial y_{s,l}} &= \frac{(-\sigma_{cu} + f_y) A_{s,l}}{\sigma_{cu} (A_{gt} - A_{st}) + f_y A_{st}} \end{aligned} \quad (L.12)$$

부록 M 연속분포철근단면에 의한 PMID

본문 5.1 절에서 기술한 바와 같이 PMID는 기초적인 수치적분법을 적용하여 비교적 쉽게 구성할 수 있다. 그러나 PMID를 한계상태식으로 사용하는 신뢰도해석에서는 부록 L에서 보이는 바와 같이 상당히 복잡한 민감도계산이 필요하다. 이렇게 민감도계산이 복잡해지는 이유는 개별 철근에 대하여 여러 개의 설계변수(철근의 항복강도, 위치, 단면적 등)가 포함되어 있고, 또한 PMID의 각 표본점에 콘크리트는 연속적으로 그리고 철근은 이산적으로 영향을 미치기 때문이다. 장대교량의 주탑과 같이 아주 많은 개수의 철근이 배치되는 경우는 민감도계산에 많은 시간이 소요되기도 한다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 Choi(2016)는 철근을 전체 단면에 균등하게 분포시키는 연속분포철근단면(Continuously-distributed rebar section) 개념을 제안하였다. 본문에서 5장 도입부에서 이 방법을 언급만 하고 자세한 정식화 과정을 기술하지 않았으나, PMID에 대한 신뢰도해석에서 복잡한 민감도계산을 단순화할 수 있기 때문에 Choi(2016)가 제시한 방법을 이 부록에서 요약 정리하여 소개한다. 여기서 사용되는 기호는 원칙적으로 5장에서 사용된 것과 동일하지만 필요한 경우에는 중복하여 정의하기도 하였다.

실제 단면에서는 개별 철근이 이산적으로 배치되지만, 연속분포철근단면에서는 개별 철근을 정의하지 않고 모든 철근이 전체 단면에서 균일한 밀도를 가지고 분포되어 있다고 가정하는 것이다. 물론 실제 단면에서는 철근이 이산적으로 분포되어 있으므로 연속분포철근단면은 실제단면을 근사하는 개념적 단면이다. 그러나 주탑과 같은 부재에서 적용되는 중공단면에서는 철근이 비교적 좁은 영역에 촘촘히 배치되기 때문에 연속분포철근단면은 실제 단면을 매우 정확히 근사할 수 있다. 콘크리트와 철근의 면적은 철근비와 전체 단면적에 대하여 표시할 수 있다.

$$A_c = A_{gt} - A_{st} = (1 - \frac{A_{st}}{A_{gt}})A_{gt} = (1 - \rho)A_{gt} \quad , \quad A_{st} = \rho A_{gt} \quad (M.1)$$

여기서 $A_{st} = \sum_{k=1}^m A_{s,k}$ 이고, 전체 철근의 단면적이다. 식 (M.1)에 따라 연속분포철근단면은 콘크리트와 강재가 각각 $(1-\rho)$ 그리고 ρ 의 밀도를 가지고 전체 단면에 연속적으로 분포되어 있다고 가정하는 것이다. 이러한 연속분포철근단면개념을 적용하면 식 (5.5)에서 정의된 PMID의 표본점을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned}
P(\chi) &= (1-\rho) \int_{A_g(\chi)} \sigma_c dA + \rho \int_{A_{gt}} \sigma_s dA \\
M(\chi) &= (1-\rho) \int_{A_g(\chi)} (\bar{y}_p - y) \sigma_c dA + \rho \int_{A_{gt}} (\bar{y}_p - y) \sigma_s dA
\end{aligned} \tag{M.2}$$

위 식에 포함된 소성중심은 정의에 의하여 다음과 같이 간단히 표시된다.

$$\bar{y}_p = \frac{\sigma_{cu} A_{gt} \bar{y}_c (1-\rho) + f_y A_{gt} \bar{y}_c \rho}{\sigma_{cu} A_{gt} (1-\rho) + f_y A_{gt} \rho} = \bar{y}_c = \frac{1}{A_{gt}} \int_{A_{gt}} y dA \tag{M.3}$$

본문 5.1절에서 기술한 수치적분법을 식 (M.2)에 적용하여 각 중립축 위치에 대응하는 표본점을 계산할 수 있다. 본문에서는 정식화의 간결성을 위하여 인접한 두 중립축 사이의 단면적이 모두 같도록 단면 내에서의 중립축의 위치를 결정하였으나 반드시 그러한 방법으로 단면 분할할 필요는 없다. $(i-1)$ 번째와 i 번째 중립축 사이의 구간면적을 ΔA_i 로 표기하고 다음과 같이 전체 단면적에 대한 비로서 정의할 수 있다.

$$\Delta A_i = \vartheta_i A_{gt} \tag{M.4}$$

여기서 ϑ_i 는 전체 단면적에 대한 i 번째 구간면적의 비이다. 본문에 정의된 바와 같이 모든 구간면적이 같은 경우에는 $\vartheta_1 = \dots = \vartheta_{N_l} = \frac{1}{N_l}$ 이다. 식 (M.4)를 적용하여 식 (M.2)를 중앙값법칙으로 적분할 수 있다.

$$\begin{aligned}
P(\chi_i) &= P_i \approx (1-\rho) A_{gt} \sum_{k=0}^{i-1} \vartheta_{k+1} \sigma_{c,k+1/2} + \rho A_{gt} \sum_{k=0}^{N_l-1} \vartheta_{k+1} \sigma_{s,k+1/2} \\
&= (A_{gt} - A_{st}) \sum_{k=0}^{i-1} \vartheta_{k+1} \sigma_{c,k+1/2} + A_{st} \sum_{k=0}^{N_l-1} \vartheta_{k+1} \sigma_{s,k+1/2} \\
M(\chi_i) &= M_i \approx (1-\rho) A_{gt} \sum_{k=0}^{i-1} \vartheta_{k+1} (\bar{y}_p - \chi_{k+1/2}) \sigma_{c,k+1/2} + \rho A_{gt} \sum_{k=0}^{N_l-1} \vartheta_{k+1} (\bar{y}_p - \chi_{k+1/2}) \sigma_{s,k+1/2} \\
&= \bar{y}_p P_i - (1-\rho) A_{gt} \sum_{k=0}^{i-1} \vartheta_{k+1} \chi_{k+1/2} \sigma_{c,k+1/2} - \rho A_{gt} \sum_{k=0}^{N_l-1} \vartheta_{k+1} \chi_{k+1/2} \sigma_{s,k+1/2} \\
&= \bar{y}_p P_i - (A_{gt} - A_{st}) \sum_{k=0}^{i-1} \vartheta_{k+1} \chi_{k+1/2} \sigma_{c,k+1/2} - A_{st} \sum_{k=0}^{N_l-1} \vartheta_{k+1} \chi_{k+1/2} \sigma_{s,k+1/2}
\end{aligned} \tag{M.5}$$

위 식에서 사용된 기호는 식 (5.7)에 적용된 것과 동일하고, $\sigma_{s,k+1/2} = \sigma_s(\chi_{k+1/2})$ 이다. 그림 M.1에는 인천대교 주탑의 원 단면과 연속분포철근단면에 대한 PMID를 비교하여 보이고 있다. 그림에

서 각 좌표축은 공칭축력과 공칭휨모멘트에 대하여 표준화되었다. 이 그래프는 Choi의 연구(Choi, 2016)에서 제시된 것이며 PMID 계산에 사용된 각 변수값이 이 책에서 적용한 값과 약간씩 달라서 그림 5.6과의 직접적으로 비교할 수는 없다. 그러나 동일한 변수값을 사용하는 경우에는 그림에서 보이듯이 연속분포철근단면에 대한 PMID가 원 단면에 대한 PMID를 잘 근사하고 있다.

연속분포철근단면에서는 개별 철근이 정의되지 않기 때문에 각 철근의 단면적과 위치는 강도 변수에 포함되지 않고 따라서 식 (5.22)의 강도변수벡터는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{s} = (\mathbf{s}_j) = (f_{ck}, f_y, E_s, A_{gt}, A_{st})^T \quad (\text{M.6})$$

식 (M.6)에 포함된 5개의 강도 변수에 대한 표본점의 민감도를 신뢰도 해석에서 계산하여야 한다.

식 (L.1)에 대응하는 표본점의 재료변수에 대한 민감도는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_i}{\partial f_{ck}} &= (A_{gt} - A_{st}) \sum_{k=0}^{i-1} \vartheta_{k+1} \frac{\partial \sigma_{c,k+1/2}}{\partial f_{ck}} \\ \frac{\partial P_i}{\partial f_y} &= A_{st} \sum_{k=0}^{N_l-1} \vartheta_{k+1} \frac{\partial \sigma_{s,k+1/2}}{\partial f_y} \\ \frac{\partial P_i}{\partial E_s} &= A_{st} \sum_{k=0}^{N_l-1} \vartheta_{k+1} \frac{\partial \sigma_{s,k+1/2}}{\partial E_s} \\ \frac{\partial M_i}{\partial f_{ck}} &= \bar{y}_p \frac{\partial P_i}{\partial f_{ck}} - (A_{gt} - A_{st}) \sum_{k=0}^{i-1} \vartheta_{k+1} \chi_{k+1/2} \frac{\partial \sigma_{c,k+1/2}}{\partial f_{ck}} \\ \frac{\partial M_i}{\partial f_y} &= \bar{y}_p \frac{\partial P_i}{\partial f_y} - A_{st} \sum_{k=0}^{N_l-1} \vartheta_{k+1} \chi_{k+1/2} \frac{\partial \sigma_{s,k+1/2}}{\partial f_y} \\ \frac{\partial M_i}{\partial E_s} &= \bar{y}_p \frac{\partial P_i}{\partial E_s} - A_{st} \sum_{k=0}^{N_l-1} \vartheta_{k+1} \chi_{k+1/2} \frac{\partial \sigma_{s,k+1/2}}{\partial E_s} \end{aligned} \quad (\text{M.7})$$

소성중심은 단면의 도심과 항상 일치하기 때문에 강도변수에 대한 미분값은 항상 0이다. 콘크리트 응력의 f_{ck} 에 대한 미분항은 식 (L.2)에 정의되어 있고, 철근 응력에 대한 미분항은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \sigma_{s,k+1/2}}{\partial f_y} = \begin{cases} -1 & \varepsilon_{k+1/2} \leq -\varepsilon_y \\ 0 & |\varepsilon_{k+1/2}| < \varepsilon_y \\ 1 & \varepsilon_{k+1/2} \geq \varepsilon_y \end{cases}, \quad \frac{\partial \sigma_{s,k+1/2}}{\partial E_s} = \begin{cases} 0 & \varepsilon_{k+1/2} \leq -\varepsilon_y \\ \varepsilon_k & |\varepsilon_{k+1/2}| < \varepsilon_y \\ 0 & \varepsilon_{k+1/2} \geq \varepsilon_y \end{cases} \quad (\text{M.8})$$

식 (L.4) ~ (L.8)은 연속분포철근단면에 대하여도 수정없이 사용할 수 있다. i 번째 표본점의 기하변

수에 대한 민감도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_i}{\partial A_{gt}} &= \sum_{k=0}^{i-1} \vartheta_{k+1} \sigma_{c,k+1/2} \\
\frac{\partial P_i}{\partial A_{st}} &= -\sum_{k=0}^{i-1} \vartheta_{k+1} \sigma_{c,k+1/2} + \sum_{k=0}^{N_i-1} \vartheta_{k+1} \sigma_{s,k+1/2} \\
\frac{\partial M_i}{\partial A_{gt}} &= \bar{y}_p \frac{\partial P_i}{\partial A_{gt}} - \sum_{k=0}^{i-1} \vartheta_{k+1} \chi_{k+1/2} \sigma_{c,k+1/2} \\
\frac{\partial M_i}{\partial A_{st}} &= \bar{y}_p \frac{\partial P_i}{\partial A_{st}} + \sum_{k=0}^{i-1} \vartheta_{k+1} \chi_{k+1/2} \sigma_{c,k+1/2} - \sum_{k=0}^{N_i-1} \vartheta_{k+1} \chi_{k+1/2} \sigma_{s,k+1/2}
\end{aligned} \tag{M.9}$$

소성중심의 기하변수에 대한 민감도는 0이다.

식 (M.9)은 Choi(2016)가 유도한 민감도 식에서 발견된 일부 오류를 수정하여 제시한 것이다. 이러한 오류가 단순 오타인지 혹은 실제 계산에서도 이러한 오류가 포함된 식을 사용했는지는 불분명하다. Choi(2016)는 원 단면과 연속분포철근단면에 대한 신뢰도해석을 수행하여 두 단면 간의 신뢰도해석 결과가 거의 일치하고 있는 것을 보였다. 그러나 전술한 오류로 인하여 Choi(2016)가 보인 결과가 부정확할 수 있기 때문에 여기서는 그 결과를 인용하지는 않았다. 단지 기하변수가 신뢰도해석 결과에 미치는 영향은 하중효과변수에 비하여 무시할 정도로 작기 때문에 Choi(2016)가 제시한 결과에 오류가 포함되어 있다고 하더라도 전체 결과에 영향을 미칠 정도는 아닐 것으로 판단한다.

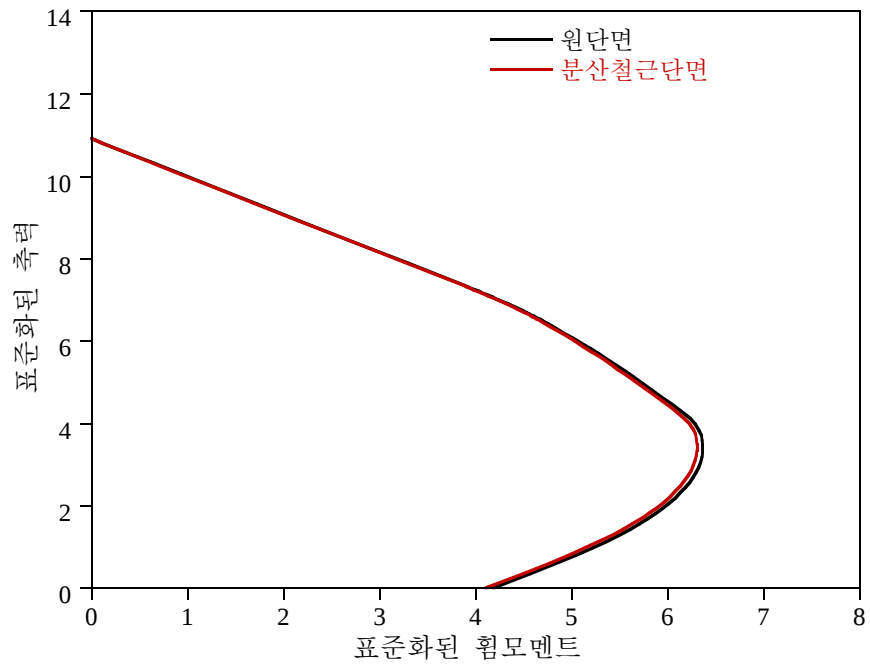


그림 M.1 인천대교 주탑 설계단면에 대한 표준화된 PMID (Choi 2016)