



Supplemental Material J

중력방향하중지배 한계상태의 목표신뢰도

설계기준에서 정의된 각 한계상태에서 어느 정도의 목표신뢰도가 적절한가에 대하여는 여러 의견이 있을 수 있으나, 교량이 건설되는 지역의 특성과 사회-경제적 여건에 맞게 결정되어야 할 것이다. 각 한계상태에 대한 적절한 목표신뢰도는 신뢰도기반 설계법의 출발점이 되는 매우 중요한 지표이지만 아직 목표신뢰도 설정에 대한 연구는 그렇게 많이 수행되지는 않은 것으로 판단된다. 풍하중/지진하중지배 한계상태에 대한 목표신뢰도는 기존의 설계기준에서 사용하던 하중의 통계특성을 분석하여 이 책에서 제시하였으나, 중력방향하중 지배 조합인 LS-1/2에서는 목표신뢰도에 대한 분석이 없이 현재 KHBDC에서 정의된 3.72를 사용하였다. 유로코드에서는 KHBDC와 동일한 목표신뢰도를 사용하고 있으며, AASHTO에서는 3.5를 목표신뢰도로 설정하고 있다.

목표신뢰도는 교량의 설계수명 동안의 파괴확률을 나타내므로 KHBDC에서는 설계수명 100년 동안 파괴확률이 1/10,000 인 교량을 설계하도록 규정하고 있는 것이다. 이러한 파괴확률은 10,000개의 교량을 동시에 건설하였다면 설계수명 100년 동안 한 개의 교량 정도가 파괴된다는 의미로 해석할 수 있다. 국토교통부 통계에 의하면 2019년 현재 우리나라의 교량의 수는 약 36,000개 정도이므로 100년 동안 3.6개 정도가 파괴되고, 이는 약 25년에 하나 정도의 교량이 파괴 상태에 도달한 다는 것을 의미한다. 이러한 교량의 파괴확률은 횡하중지배 한계상태에서의 파괴확률에 비하여 매우 작은 것으로 이에 대한 타당한 근거를 찾을 수 없다. 이 자료에서는 중력방향하중지배 한계상태에 대한 목표신뢰도의 타당성을 차량활하중의 재현주기를 이용하여 검토한다. 차량활하중의 재현주기에 대한 연구는 지금까지 거의 없는 것으로 파악되고 있으나, 교량에 재하되는 차량활하중의 크기도 확률적인 과정으로 생각할 수 있기 때문에 풍/지진하중과 같이 재현주



기 개념을 도입하여 목표신뢰도를 결정할 수 있을 것이다.

본문 2장에서 기술한 바와 같이 김세상(2018b)의 연구에서 차량활하중의 분포는 검블 분포를 따르는 것으로 조사되었기 때문에 설계수명 동안의 비초과확률과 베르누이 프로세스에 의한 비발생확률은 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\exp(-\exp(-\frac{\pi}{\sqrt{6}} \frac{q - \mu_{t_d}}{\sigma} - \kappa)) = (1 - \frac{1}{R_{LL}})^{t_d} \approx \exp(-\frac{1}{N_{LL}}) \quad (SJ.1)$$

위 식에서 q 는 차량활하중이고, t_d , R_{LL} , N_{LL} 는 각각 교량의 설계수명, 차량활하중의 재현주기, 차량활하중의 RRD 이다. 식 (SJ.1)을 차량활하중에 대하여 풀면 주어진 RRD에 대응하는 차량활하중을 계산할 수 있다.

$$\frac{q}{\mu_{t_d}} = \gamma_{LL} \frac{q_0}{\mu_{t_d}} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \delta_{t_d} (\ln N_{LL} - \kappa) \quad (SJ.2)$$

여기서 γ_{LL} 와 q_0 는 각각 활하중계수와 공칭활하중이다. 공칭활하중을 평균값으로 설정하면 위 식은 결국 주어진 RRD에 대응하는 하중계수가 된다. 100년 수명 변동계수 0.097 (김세상 2018b)을 식 (SJ.1)에 적용하여 계산한 활하중계수-RRD 관계를 그림 SJ.1에 보이고 있다. 그림에서 보이듯이 본문에서 제시한 LS-1/2에서의 활하중계수 1.5와 1.8은 각각 RRD 1,200과 70,000에 해당하고 이는 설계수명 100년에서 재현주기 12만년과 700만년에 해당하는 값으로 공학적으로 무의미한 값으로 판단된다. 이와 같이 현재 사용하고 있는 하중계수가 엄청나게 큰 재현주기에 해당하는 파괴점을 나타내게 되는 이유는 현재 중력방향하중지배 한계상태에 대한 목표신뢰도가 너무 크게 설정되어 있기 때문으로 판단된다.

하중계수와 목표신뢰도의 관계는 식 (SJ.2)에서 정의되지 않으므로 풍/지진하중에서 도입한 접근법을 사용하여 이 관계를 유도한다. 차량활하중효과는 본문 식 (2.30)에 지역



변동성을 추가로 고려하여 표시할 수 있다.

$$Q_{LL} = L_{LL} \times B_{LL} \times C_{LL} \times q_{LL} \quad (SJ.3)$$

위 식에서 L_{LL} 은 활하중의 지역변동성 변수로서 황의승(2008)이 제시한 통계특성치(변동계수 0.1, 편심계수 1.0, 정규분포)를 따른다고 가정한다. 활하중효과의 표준화 과정은 풍/지진하중의 경우와 같다.

$$Q_{LL} = \mu_{L_{LL}} \times \mu_{B_{LL}} \times \mu_{C_{LL}} \times \mu_{q_{LL}} \frac{L_{LL}}{\mu_{L_{LL}}} \frac{B_{LL}}{\mu_{B_{LL}}} \frac{B_{LL}}{\mu_{B_{LL}}} \frac{a_{LL}}{\mu_{q_{LL}}} = \Omega_{LL} \hat{Q}_{LL} \quad (SJ.4)$$

여기서 표준화된 활하중효과 \hat{Q}_{LL} 의 통계특성치를 구하기 위하여는 MCS 를 수행하여야 하지만 이 문서에서는 식 (2.31)에서 정의된 근사식을 사용한다. 김세상의 연구에서 제시한 활하중효과의 통계특성치에 지역변동성 변수를 추가로 고려하면 변동계수와 편심계수는 각각 0.1972와 1.0으로 계산된다. 이 결과에 따라 활하중효과의 통계특성치는 KHBDC에서 적용한 값과 동일하게 변동계수 0.2, 편심계수 1.0 그리고 분포함수로서 대수정규분포를 적용한다. 활하중효과의 편심계수는 식 (SJ.4)에서 정의된 표준화된 식의 평균값에 식 (SJ.3)의 공칭값을 나누어 구할 수 있다.

$$\lambda_{Q_{LL}} = \frac{\mu_{Q_{LL}}}{(Q_{LL})_0} = \frac{\Omega_{Q_{LL}} \mu_{\hat{Q}_{LL}}}{\Omega_{Q_{LL}} / \lambda_L \lambda_C \lambda_B \lambda_{q_{LL}}} = \mu_{\hat{Q}_{LL}} \lambda_{q_{LL}} \quad (SJ.5)$$

위 식에 포함되어 있는 차량활하중의 편심계수는 식 (SJ.2)의 역수와 같고 여타의 변수의 편심계수는 1이며 또 표준화된 활하중효과의 평균은 근사식에 의하여 1로 가정할 수 있기 때문에 활하중효과의 편심계수는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\lambda_{Q_{LL}} = \frac{1}{1 + 0.7797\delta_{t_d} (\ln N_{LL} - 0.5772)} \quad (\text{SJ.6})$$

RC 부재의 저항계수를 0.9로 설정하기 위한 한계상태보정계수를 도입하여 중력방향 하중지배 한계상태식을 쓰면 다음과 같다.

$$0.9(S_{RC})_0 = 0.9 \frac{\gamma_{DC}}{\phi_{RC}} (Q_{DC})_0 + 0.9 \frac{\gamma_{DW}}{\phi_{RC}} (Q_{DW})_0 + 0.9 \frac{\gamma_{LL}}{\phi_{RC}} (Q_{LL})_0 \quad (\text{SJ.7})$$

위 식에서 최종적인 활하중계수는 식 (3.32)를 이용하여 파괴점함수에 대하여 표시된다.

$$\hat{\gamma}_{LL} = 0.9 \frac{\gamma_{LL}}{\phi_{RC}} = 0.9 \frac{\theta_{Q_{LL}} \lambda_{Q_{LL}}}{\theta_{RC} \lambda_{RC}} = \frac{0.9 \exp(\alpha_{Q_{LL}} \beta_T \delta_{Q_{LL}} - 0.5(\delta_{Q_{LL}})^2)}{\lambda_{RC} \exp(\alpha_{RC} \beta_T \delta_{RC} - 0.5(\delta_{RC})^2)} \lambda_{Q_{LL}} = B_{LL}(\alpha, \beta) \lambda_{Q_{LL}} \quad (\text{SJ.8})$$

위 식에서 β_T 는 목표신뢰도지수이고, $\theta_{Q_{LL}}$ 과 θ_{RC} 는 각각 파괴점에서 활하중효과 및 RC 부재 저항방향으로의 단위법선벡터 성분이다. 만일 공칭활하중을 평균값으로 쓴다면 식 (SJ.2)에 의하여 $N_{LL} = 1.7810$ 가 되고 이에 따라 공칭활하중효과의 편심계수 역시 1이 되어 식 (SJ.8) 에서 정의된 $B_{LL}(\alpha, \beta)$ 이 하중계수가 된다. 식 (SJ.8)에 포함되어 있는 변동계수와 목표신뢰도는 주어진 값이지만, 단위법선벡터 성분은 하중비에 따라 변하는 값이다. 따라서 3.5절에서 도입하였던 대표 단위법선벡터 개념을 사용하여 식 (SJ.8)을 산정한다. 그림 3.15에 근거하여 LS-1/2에서의 대표하중비를 각각 $\xi = 0.73/0.29$ 로 설정하고 그때의 단위법선벡터 성분을 대표값으로 적용한다. LS-1에서는 $\alpha_{RC} = -0.86$ / $\alpha_{Q_{LL}} = 0.40$ 이고 LS-2에서는 $\alpha_{RC} = -0.62$ / $\alpha_{Q_{LL}} = 0.77$ 이다. 이 값을 적용하여 식 (SJ.8)에서 정의된 하중계수를 계산하면 다음과 같다.



$$\begin{aligned}
 \text{LS-1: } \hat{\gamma}_{LL} &= \frac{0.9 \exp(0.4 \times 3.72 \times 0.2 - 0.5(0.2)^2)}{1.229 \exp(-0.86 \times 3.72 \times 0.13 - 0.5(0.13)^2)} = 1.4776 \\
 \text{LS-2: } \hat{\gamma}_{LL} &= \frac{0.9 \exp(0.77 \times 3.72 \times 0.2 - 0.5(0.2)^2)}{1.229 \exp(-0.62 \times 3.72 \times 0.13 - 0.5(0.13)^2)} = 1.7326
 \end{aligned}
 \tag{SJ.9}$$

위에서 계산된 하중계수는 최적화에 의하여 계산된 값(표 3.4)과 거의 같아서 계산에 사용된 대표 단위법선벡터성분은 적절하게 선택된 것으로 판단된다. 위에서 제시한 활하중 계수를 100년 수명에 대한 식 (SJ.5)에 대입하여 LS-1/2 파괴점에서의 활하중 RRD를 계산하면 각각 984/28,674이다. 이 RRD 값은 본문에서 표 3.5의 활하중계수에 대한 값이 아니고, 실제 최적화 결과에 의한 활하중계수와 더 가까운 값이기 때문에 표 3.5에서 제안한 하중계수에 대한 RRD 보다는 작은 값이다.

전술한 계산에서 보였듯이 현재의 LS-1/2에 대한 목표신뢰도는 너무 크게 설정된 것으로 판단되므로 적절하게 조정되어야 할 것이다. 본문에 제시된 한계상태 중에서 일반적인 중-단 기간 교량의 설계를 지배하는 LS-1에서의 활하중 RRD 를 풍하중/지진하중에 대한 RRD와 같이 12를 사용하면 그에 상응하는 하중계수는 1.15 정도가 된다(그림 SJ.1). 이 하중계수에 해당하는 목표신뢰도 지수를 결정하기 위하여는 식 (SJ.8)을 이용하여 목표신뢰도지수-하중계수 관계를 계산하여야 한다. 이 관계를 계산하려면 주어진 목표신뢰도에서 하중비에 따른 단위법선벡터 성분을 파괴점에서 계산한 후 대표하중비에서의 단위법선벡터성분을 결정해야 하는데 이를 위하여는 주어진 목표신뢰도에 대한 역신뢰도 해석을 각 하중비에 대하여 수행하여야 한다. 이러한 과정에는 상당히 복잡한 계산이 필요하므로 여기서는 근사적인 경향성을 판단하기 위하여 단순화된 가정을 도입한다. 즉 목표신뢰도가 변하더라도 대표단위법선벡터 성분은 목표신뢰도가 3.72인 경우와 동일하다고 가정한다. 이러한 가정을 통하여 역신뢰도해석을 일일이 수행할 필요가 없이 식 (SJ.8)을 주어진 목표신뢰도에 대하여 바로 계산할 수 있다. 물론 이러한 방법은 근사적인 방법이기 때문에 정확한 계산을 위하여는 원래 필요한 계산을 수행하여야 하지만, 그



경향성은 크게 다르지 않을 것으로 판단된다. 그림 SJ.1 에서 보이고 있는 바와 같이 활하중 RRD 12에 해당하는 하중계수는 1.15 정도이고, 그림 SJ.2에서 활하중계수 1.15에 대응하는 LS-1에서의 목표신뢰도지수는 2.5 보다 약간 작은 값이 된다. 따라서 증력방향하중 지배 한계상태에 대한 목표신뢰도를 2.5정도로 설정하면 LS-2에서의 하중계수는 약 1.30 정도되고 그림 SJ.1에서 해당 RRD를 찾으면 90 보다 약간 큰 정도에 해당한다.

LS-1은 고정하중이 지배하는 한계상태인 것에 비하여 풍/지진하중 지배 한계상태에서는 변동하중 지배 조합이기 때문에 LS-1에서의 활하중 RRD를 풍/지진하중의 RRD와 일치시키는 것은 논리적으로 일관성이 없다. 따라서 RRD 12에 대한 하중계수 1.15를 LS-2에 적용한다면 그때의 LS-2에 대한 목표신뢰도지수는 LS-3와 같이 2.0이 되고 그에 상응하는 LS-1에서의 활하중계수는 1.06 정도이다. 활하중계수 1.06에 해당하는 RRD는 그림 SJ.1 에서 4 정도에 해당한다. 목표신뢰도 지수 2.5와 2.0에 대응하는 파괴확률은 각각 0.00621과 0.02275로서 이 파괴확률은 설계수명 100년 동안 100개의 교량 중에서 0.62 개와 2.3 개의 교량이 파괴되는 확률이다. 전술한 활하중계수는 근사적 접근법에 의하여 계산된 값이기 때문에 정확한 최적화 과정을 통하여 계산되는 계수와는 약간의 차이가 있을 수 있다.

김세상의 연구에서는 설계수명 100년에 대한 차량 활하중분포 특성값을 제시하고 있으나, 200년 설계수명에 대한 통계특성은 검분포의 특성을 이용하여 계산할 수 있다. 검분포의 표준편차는 설계수명에 무관하고 설계수명 동안의 평균은 일년 평균과 표준편차를 이용하여 표시할 수 있다.

$$\mu_{t_d} = \mu_A + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \sigma \ln t_d \quad (\text{SJ.10})$$

여기서 μ_A 는 일년 평균이다. 위 식을 이용하면 200년 설계수명과 100년 설계수명에 대한 평균은 다음과 같이 표시할 수 있다.



$$\mu_{200} = \mu_{100} + \frac{\sqrt{6}}{\pi} \sigma \ln 2 = \mu_{100} + 0.5404\sigma \quad (\text{SJ.11})$$

김세상의 연구에 의하면 100년 설계수명에 대한 표준차로하중의 변동계수는 0.097이고 식 (2.35)에 대한 편심계수는 1.0이다. 검분포의 경우 표준편차는 설계기간에 상관없이 일정하지만 평균은 증가하므로 200년 설계수명에 대한 변동계수는 약간 감소한다.

$$\delta_{200} = \frac{\sigma}{\mu_{200}} = \frac{\sigma}{\mu_{100} + 0.5404\sigma} = \frac{\delta_{100}}{1 + 0.5404\delta_{100}} = 0.0922 \quad (\text{SJ.12})$$

식 (SJ.11)에서 $\mu_{200}/\mu_{100} = 1.0524$ 이므로 200년 설계수명에서 편심계수 1에 대응하는 공칭 차로하중은 식 (2.35)에 1.0524를 곱한 값으로 정의할 수 있다.

이 문서에서 제시한 바와 같이 현재 LS-1/2에 대하여 적용하고 있는 목표신뢰도지수 3.72는 그 근거와 제안자를 찾을 수 없어 아마도 경험적으로 설정한 값으로 추정된다. 활하중분포에 재현주기 개념을 접목하여 고려하면 현재의 LS-1/2 의 신뢰도 수준은 너무 높게 설정된 것으로 판단된다. 물론 최종적인 결정을 위하여는 보다 정밀하고 장기간에 걸친 잘 계획된 실측 자료가 필요하고 이에 근거한 잘 정립된 통계 이론을 통하여 차량 활하중의 통계적 모델을 설정하여야 할 것이며, 이 문서에서 적용한 근사계산 대신 정확한 역신뢰도 해석을 수행하여 목표신뢰도를 결정하여야 한다. 이러한 연구 결과를 실제 설계기준에 반영하려면 교량설계 전문가와 학계의 연구진들간에 활발한 논의가 반드시 필요하며, 이러한 논의를 통하여 최종안을 도출하여야 할 것이다.

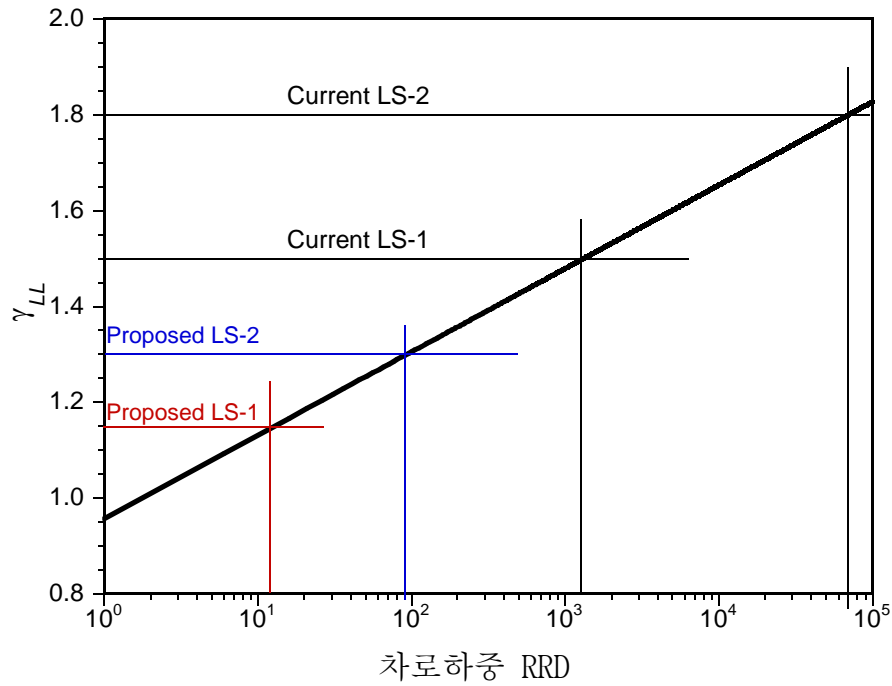


그림 SJ.1 설계수명 100 년에 대한 RRD-활하중계수 관계

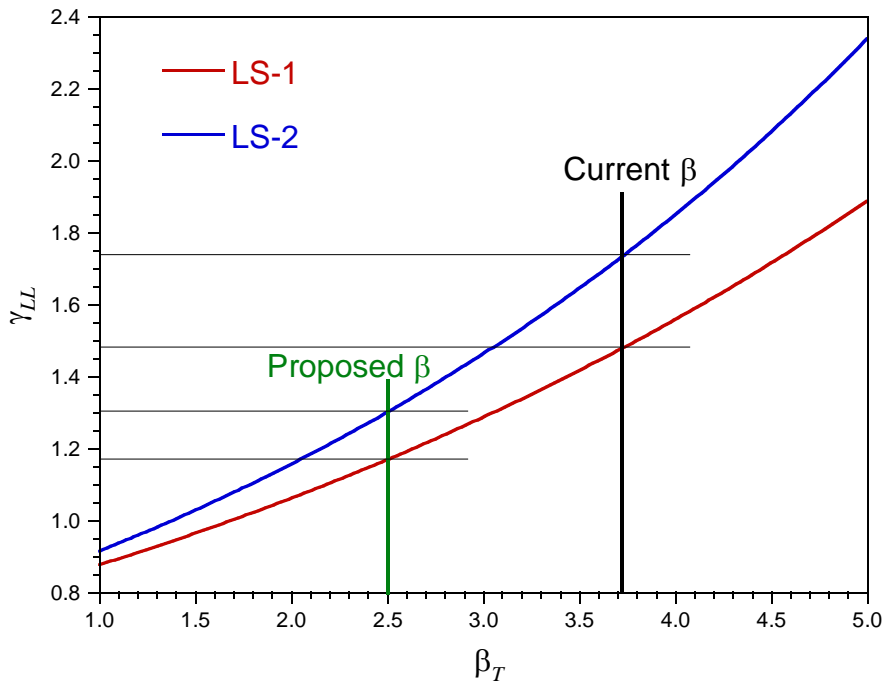


그림 SJ.2 설계수명 100 년에 대한 목표신뢰도지수-활하중계수 관계