자기회귀 모형의 전달함수를 이용한 구조물의 순간 손상 탐지

Detection of Abrupt Changes of Structure Using Autoregressive Model and Its Transfer Function

박광연* · **Muhammad Tahir Bashir**** · **이해성*****
Park, Kwang-Yeun · Bashir Muhammad Tahir · Lee, Hae-Sung

1. 서론

구조물의 건전성 평가(Health Monitoring)은 크게 구조모형 기반 기법(structural model-based)과 비구조모형 기법(Non-structural model based)으로 구분 된다. 구조모형에 기반한 건전성 평가 기법은 실제 구조물과 구조 모형간의 차이로부터 비롯된 오차로 인해 구조물의 거동을 정확하게 구현 하기 어렵다. 또한 구조모형을 해석 하기 위해서는 매우 많은 계산 시간이 소요되어 효율이 떨어지며 역해석 기법 자체에 포함된 해의 불안정성(Ill-posedness)이 건전성 평가의 신뢰도를 떨어뜨린다. 하지만 비-구조모형 기법에 기반한 건전성 평가 방법은 계산시간이 비교적 짧고 역해석의 불안정성이 존재하지 않으며 구조 모형을 이용 하지 않으므로 그로 인해 발생하는 오차를 피할 수 있다.

비-구조모형 건전성 평가 기법은 측정기를 통해 자료를 수집하는 단계, 자료를 전송하는 단계, 자료를 분석하여 손상탐지를 수행하는 단계, 손상탐지 결과 구조물이 안전한지 아닌지 판단하는 단계 등 크게 네 가지 단계로 나뉜다. 이때 구조모형에 의존하지 않는 손상 탐지를 수행 하기 위해 자기회귀 모형(Autoregressive model; AR)을 도입 하였다.

2. 자기회귀 모형

자기회귀 모형은 시계열 분석에 있어서 매우 실용적이고 강력한 도구 중 하나다. 본 연구에서는 미래의 자료와 과거의 자료를 동시에 이용 하는 비 인과필터(Non-causal filter)를 이용 하였다. (식1)

$$\hat{y}(\Delta tn) = a_{-p}y(\Delta t(n+p)) + \ldots + a_{-1}y(\Delta t(n+1)) + a_1 y(\Delta t(n-1)) + \ldots + a_p y(\Delta t(n-p)) \qquad (1)$$

이 식을 이용하기 위해서는 우선 자기회귀 계수를 결정 해야 하는데, 이를 결정 하기 위해서 최소제곱 오차법을 도입 하였다. (식2)

$$V(a(n)) = \tfrac{1}{2}\sum_{k=p+1}^{N}\left[y(\Delta tk) - \hat{y}(\Delta tk)\right]^2 \qquad (2)$$

여기서 사용된 N 은 이동 시간창 기법(Moving time window technique)의 시간창 크기를 뜻한다. 이동 시

* 서울대학교 건설환경공학부 박사과정 · E-mail: kypark03@snu.ac.kr
** 서울대학교 건설환경공학부 공학석사 · 파키스탄 · E-mail: mtahir08@snu.ac.kr
*** 서울대학교 건설환경공학부 정교수 · E-mail: chslee@snu.ac.kr

간창 기법이란 기온과 바람 같은 비교적 긴 시간에 걸친 환경적 요인으로 인한 교란을 제거하기 위해 도입한 것으로 유한한 시간 간격 내에 포함된 자료만을 이용하는 기법이다. 환경적 요인은 시간창 크기에 비해 매우 긴 주기를 갖고 변화 하므로 하나의 시간 창 안에서 일어난 변화는 무시할 수 있을 만큼 작다.

3. 손상 지표

자기회귀 모형을 이용한 손상탐지는 잔차(Residual)와 자기회귀 계수(AR Coefficient), 두 가지 손상 지표를 만들어 낸다. 잔차는 값이 매우 안정적인 장점을 가지고 있다. 하지만 진폭의 변화와 주파수의 변화 모두에 민감하여 진폭과 주파수중 어느 것이 변화 하였는지 알기 어렵다는 문제점을 가지고 있다. 자기회귀 계수는 식(2)를 통해 얻은 식(1)의 계수를 직접 손상 지표로 활용 하는 것이다. 자기회귀 계수는 주파수 변화에만 민감하고 진폭 변화에는 둔감하여 진폭 변화와 주파수 변화를 구분 하는 것이 비교적 쉽다. 하지만 최소제곱오차 법에 존재하는 불안정성(Ill−posedness)의 영향을 받아 수치가 매우 불안정한 문제점이 있다.

여기서는 잔차와 자기회귀 계수의 공분산을 새로운 손상지표로 사용 한다. 식(3)으로부터 얻을 수 있는 새로운 손상 지표는 두 가지 손상지표를 동시에 이용하여 각각의 장점만을 취하기 위해 도입 하였다.

$$D_t = \mathrm{cov}[|e^t|, |a_1^t|] = \frac{1}{nw-1}\sum_{k=t-nw+1}^{t}\Big[|(e^k - \mu_{e^k})||(a_1^t - \mu_{a_1^t})|\Big] \qquad t \geq 2nw \tag{3}$$

새로운 손상지표는 잔차와 공분산이 동시에 평균으로부터 멀어질 때 반응 하는 특징을 갖기 때문에 잔차의 장점과 자기회귀 계수의 장점을 동시에 취한다. 구조물에 손상이 발생하면 구조물 응답(signal/response)의 주파수에 큰 변화가 발생하는데 위에서 제시한 공분산은 이러한 주파수 변화에만 반응 한다.

4. 주파수영역 분석과 자기회귀 모형의 변수선택 기준

자기회귀 모형을 주파수영역 분석 중 하나인 전달함수를 통해 분석 하면 자기회귀 모형을 이용한 손상지표의 작동 원리를 이해 할 수 있다. 또한 손상지표의 작동 원리를 자기회귀 차수(AR order)와 측정빈도수(Sampling rate)의 선택 기준으로 활용하면 손상탐지 정확도를 높일 수 있다.

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\pi i f t} x(t)\,dt \tag{4}$$

$$H(\omega) = (a_{-p}e^{piw\Delta t} + \cdots + a_{-1}e^{iw\Delta t} + a_1 e^{-iw\Delta t} + \cdots + a_p e^{-piw\Delta t}) \tag{5}$$

비−인과필터를 적용한 자기회귀 모형인 식(1)을 식(4)에 나타난 푸리에변환(Fourier transform)에 적용하면 식(5)와 같은 비−인과필터의 전달함수를 얻게 된다. 식(5)를 이용하면 $|H(\omega)|=1$ 와 $\arg(H(\omega))=0$ 를 동시에 만족하는 필터 통과 대역(Filter Pass Band)을 정의 할 수 있다. 필터 통과 대역이란 신호가 자기회귀 모형을 통과 했을 때 왜곡 없이 통과 하는 주파수 영역을 뜻한다. 자기회귀 계수는 구조물로부터 얻은 응답신호를 잘 맞출 수 있도록 결정 된다. 따라서 응답신호에 필터 통과 대역 밖의 주파수가 포함 되어 있다면 해당 주파수를 필터 통과 대역에 포함 시킬 수 있는 전달함수를 갖도록 자기회귀 계수가 변화한다. 또한 구조물로부터 얻은 응답신호에 필터 통과 대역 밖의 주파수가 포함 되어 있다면 해당 주파수가 왜곡되며 잔차가 발생한다. 그러므로 응답신호에 필터 통과 대역 밖의 주파수가 포함 되어 있다면 잔차와 자기회귀 계수가 동시에 변화 하고, 그 결과 새로 제안한 손상 지표인 두 지표의 공분산 역시 변화하게

된다. 따라서 구조물이 정상상태일 때 발생하는 응답 주파수는 모두 필터 통과 대역에 포함되고, 구조물이 손상을 입었을 때 발생하는 응답 주파수는 필터 통과 대역 밖에 존재 한다면, 손상지표의 정확도가 극대화 됨을 알 수 있다.

자기회귀 차수와 측정빈도수를 이용하면 필터 통과 대역을 조절 할 수 있다. 일반적으로 자기회귀 차수를 키우거나 측정빈도수를 높이면 필터 통과 대역이 넓어진다. 이러한 특성을 이용하면 손상지표의 정확도를 극대화 하는 이상적인 전달함수를 갖도록 자기회귀 모형의 차수와 측정빈도수를 조절할 수 있다.

측정빈도수를 결정 할 때는 위신호 현상(Aliasing)을 고려 해야 한다. 구조물 손상 시 발생 할 수 있는 주파수를 어느 정도 예측하고 해당 주파수가 Nyquist frequency영역 안에 포함 되어야만 정상적인 손상 탐지가 이루어 질 수 있다.

5. 구조물 건전성 평가

이상적으로 작동하는 손상지표는 구조물이 정상상태일 때와 손상을 입었을 때의 차이가 극명하다. 또한 구조물의 손상은 구조물의 전체 사용기간을 놓고 보았을 때 거의 발생하지 않는다. 따라서 손상이 발생 했을 경우의 손상지표는 손상지표의 분포상에서 보았을 때 매우 극단적인 꼬리부분(Tail of distribution)에 존재 한다. 분포의 꼬리부분을 구현하여 임계값(Threshold value)을 정하기 위해서 극치분포(Extreme value distribution, EVD)를 도입 하였다. 일반적인 분포와 극치분포는 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$H_n(X) = F^n(X) \tag{6}$$

$F(X), H_n(X), X, n$는 각각 기존 분포의 CDF, sample size가 n인 극치분포의 CDF, IID(independent and identically distributed)조건의 변수, sample size(sample size당 하나의 극치를 취한다)를 뜻한다. 여기서 '손상이 발생하지 않았지만 경보가 발생 할 확률(probability of failure warning)' 을 유사 유의수준 $\hat{\alpha}$라 정의하면 최적의 sample size는 식 (7)과 같이 정의된다. 또한 임계값 D_{cr}은 식(8)을 이용해 구한다.

$$n \approx \log_{(1-\hat{\alpha})} 0.5 \tag{7}$$

$$D_{cr} = \left[H_n((1-\hat{\alpha})^n)\right]^{-1} = \left[F^n(1-\hat{\alpha})\right]^{-1} \tag{8}$$

6. 예제와 결과

제시한 구조물 건전성 평가 기법의 타당성을 검증 하기 위해 그림(1)과 같은 2경간 연속 트러스 예제를 이용 하였다. 부재는 일반적인 단면적과 강성을 가진 철골 구조를 가정 하였으며 5%의 감쇄를 적용 하였다. 또한 실제 가속도 측정기의 오차를 고려하여 만들어진 가속도 자료에 0%~5%의 임의 오차를 포함 시켰다. 총 1시간의 예제에 적용되는 하중은 승용차, 버스, 트럭으로 분류하여 도로교설계기준에 기초해 모사 하였으며 예상치 못한 과적차량이 건전성 평가에 미치는 영향을 알아보기 위해 60톤의 중차량이 3회 지나간다. 구조물의 손상은 단면적 감소로 모사 하였다. 2730초에 부재A와 부재B에 각각 40%, 50%의 단면적 감소가 발생 하며(큰 손상) 3002초에 부재A에 20%의 단면적 감소가 추가 발생한다(작은 손상). 그림(2)는 예제에서 얻은 응답신호를 FFT(Fast Fourier Transform)한 결과이다. 이를 살펴보면 구조물에 손상이 발생 했을

때 150~200Hz 의 진동수를 갖는 응답이 발생함을 알 수 있다. 따라서 이 예제를 분석하기 위해서는 최소 한 200Hz의 Nyquist Frequency 를 갖는 400Hz의 측정 빈도수를 사용 해야 한다.

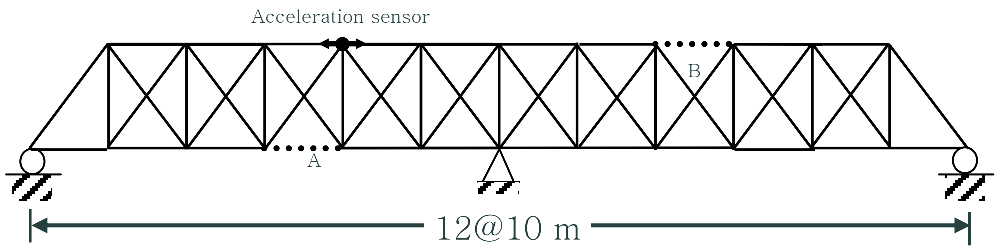

그림 1. 2경간 연속 트러스 교량

또한 교량에 과적차량이 진입 한 경우까지를 정상상태로 분류하고(그림2의 Normal & Overloading) 손상을 구분 하기 위해서는 (그림2의 Damage) 60Hz를 기준으로 삼는 것이 가장 적절하다 볼 수 있다. 이때 그림(3)을 보면 8차 자기회귀를 사용 했을 때 필터 통과 대역이 0~60Hz로 설정됨을 확인 할 수 있다. 따라서 400Hz의 측정 빈도와 8차 자기회귀 모형을 사용하면 예제의 건전성 평가 정확도가 극대화 된다.

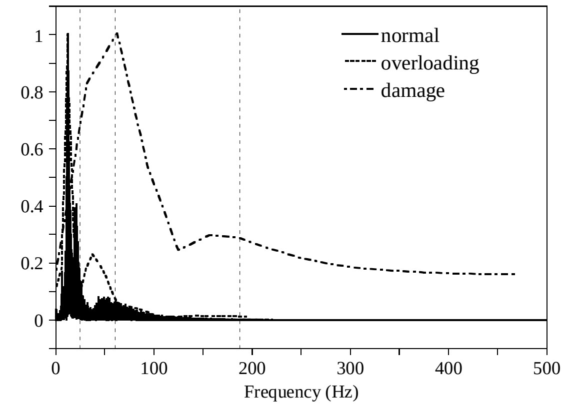

그림 2. FFT 결과

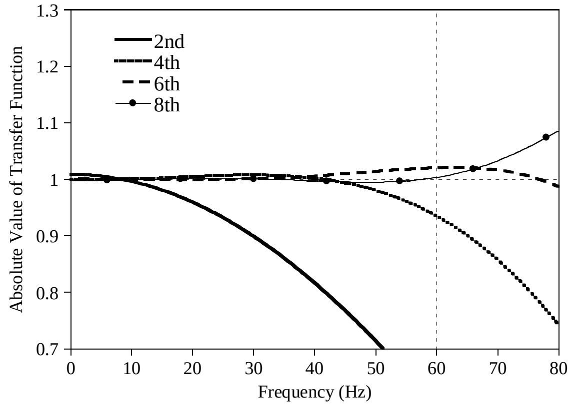

그림 3. AR차수 변화에 따른 $|H(\omega)|$의 변화

그림(4)는 구조물 건전성 평가 결과며 그림(5)는 그림(4)의 y축을 확대 한 뒤 임계값과 함께 그린 것이다. 그림(4)에서 손상 발생시 손상지표의 값이 매우 크게 변하는 것을 확인 할 수 있으며 그림(5)에서 임계값이 손상과 정상상태를 명확히 구분 해 주고 있음을 확인 할 수 있다.

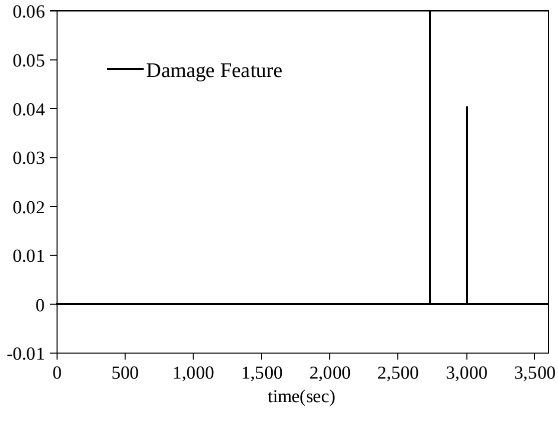

그림 4. 건전성평가 결과

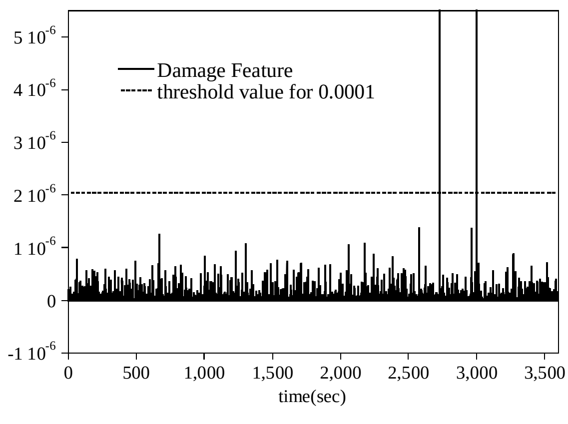

그림 5. 손상지표와 임계값