

동적 변위를 사용하는 역해석 문제에서 Equation Error Estimator 안정화를 위한 가속도-에너지 필터 및 편향성 보정 기법

Acceleration-Energy Filter and Bias Compensation for Stabilizing Equation Error Estimator in Inverse Analysis Using Dynamic Displacement

박광연* · 이해성**

Park, Kwang Yeun · Lee, Hae Sung

본 논문은 동적 변위를 이용해 선형탄성 연속체를 역해석하는 방법 중 Equation Error Estimator (EEE)를 이용한 해를 안정화 시키기 위한 이론을 제시한다. 여기서 역해석은 미지의 강성을 추정하는 기법을 말한다. 안정화 기법은 가속도-에너지 필터와 편향성보정 기법으로 이루어져 있다. 가속도-에너지필터는 해의 불안정성(ill-posedness)을 해결하기 위한 기법이다. 기존에는 해의 불안정성을 해결하는 방법으로 정규화 기법이 주로 사용 되었지만 연속체 내부에 강성이 큰 부분이 포함 된 경우 정상 작동 하지 않는다는 문제점이 발견 되었다. 가속도-에너지 필터는 이러한 단점 없이 정상 작동 한다. 해의 편향성은 EEE를 이용한 역해석에서만 나타나는 특징으로 오차 분산에 비례한 편향성이 발생한다. 편향성 보정 기법은 이러한 해의 편향성을 없애기 위한 기법이다. 알루미늄 판 예제를 이용해 가속도-에너지 필터와 편향성 보정 기법이 효과적으로 작동 하는 것을 증명 한다.

핵심용어 : Equation Error Estimation (EEE), 역해석, 물성치 추정, 가속도-에너지 필터, 편향성 보정 기법

1. 서론

최근 물성치를 확인하기 위한 역해석 기법의 연구가 각종 분야에서 활발하게 이루어 지고 있다. 특히 2차 문제(Quadratic problem)를 제공하는 EEE를 이용한 역해석 기법은 output error estimation (OEE)을 이용한 역해석에 비해 계산량이 적고 계산 시간이 일정한 장점을 가지고 있다. 하지만 EEE를 이용한 역해석 기법은 해의 불안정성과 편향성, 두 가지 문제점을 가지고 있다. 본 논문은 이런 문제를 해결하는 가속도-에너지 필터와 편향성 보정 기법을 제시한다.

2. 가속도-에너지 필터

가속도-에너지 필터는 측정 변위가 가져야 할 물리적 조건을 이용해 역해석에서 발생하는 해의 불안정성을 안정화 한다. 여기서 사용한 물리적 조건은 측정 변위의 2계 미분이 부분연속 함수공간 안에 있다는 조건과 연속체의 내부변형 에너지가 유한해야 한다는 조건이다. 이 기법들은 해의 불안정성을 안정화 시키기 위해 기존에 널리 쓰이고 있는 특이치분해 절단법 (truncated singular value decomposition; TSVD), L_1 -norm 정규화, L_2 -norm 정규화 (Tikhonov 정규화) 등의 단점을 보완하기 위해 개발 되었다. 정규화 기법들은 연속체 내부에 강성이 작은 부분이 포함 된 경우 이를 효과적으로 탐지할 수 있다. 하지만 연속체 내부에 강성이 큰 부분이 포함 된 경우 정상적으로 작동하지 않는 것을 확인 하였다. 인체 조직의 암이나 차량 서스펜션의 경화현상 등과 같은 경우가 이에 해당한다. 이에 반해 가속도-에너지 필터는 연속체 내부의 강성 분포에 상관없이 언제나 정상적으로 작동한다.

* 학생회원 · 서울대학교 건설환경공학부 박사과정, 공학석사 (E-mail:kypark03@snu.ac.kr) - 발표자

** 정회원 · 서울대학교 건설환경공학부 교수, 공학박사 (E-mail:chslee@snu.ac.kr)

3. 편향성 보정 기법

EEE를 이용한 역해석 기법은 해의 불안정성과 동시에 해의 편향성 (bias of solution) 문제를 가지고 있다. 기존 연구들은 대부분 편향성을 무시하였는데 이는 무시할 수 있을 만큼 작은 경우가 많기 때문이다. 하지만 선형 탄성 연속체의 역해석을 위한 EEE에 발생하는 해의 편향성은 무시할 수 없을 정도로 크다. 편향성 보정 기법은 이러한 해의 편향성을 제거 하는 기법으로 측정잡음의 분산을 알면 편향성을 완벽하게 제거 할 수 있다. 잡음의 분산을 모르는 경우에는 잡음 분산을 추정하여 편향성을 제거 할 수도 있다.

4. 예 제

기법의 효과를 확인하기 위해 알루미늄 판 예제를 도입한다. 이 예제를 통해 가속도-에너지 필터와 편향성 보정 기법의 유효성을 증명한다. 대상체의 형상은 그림 1과 같다. 기본 재료는 알루미늄이다. 강성계수는 70GPa이며 내부에 포함된 inclusion의 강성계수는 140GPa로 하였다. 하중은 Distributed load를 순간 놓아주며 발생하는 천이전단파를 이용하였으며 변위를 측정해 역해석 하였다. 측정빈도수는 100kHz이며 0.14초동안 측정 하였다. 측정 잡음은 5% 상대오차로 SNR로 환산하면 30.8dB에 해당한다. 예제의 전체 역해석 결과는 그림 2와 같으며 그림 3은 에너지필터와 편향성보정 기법의 유무에 따른 (A-A')상의 결과 비교이다. 가속도 필터는 모든 경우에 적용 되어 있다. L_2 -norm 정규화의 결과를 함께 표기해 비교 하였다.

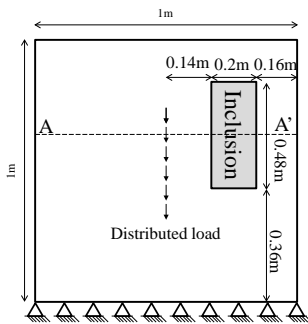


그림 1. 알루미늄 판 예제

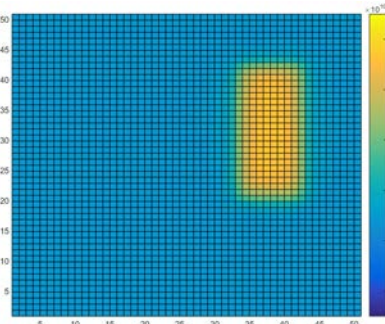


그림 2. 강성추정 결과

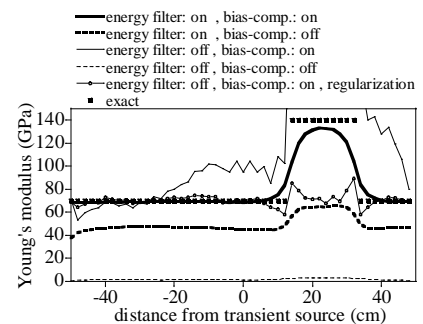


그림 3. (A-A') 상의 결과 비교

예제 결과를 보면 정규화 기법은 inclusion을 찾아내지 못하는 반면 가속도-에너지 필터와 편향성 보정 기법은 EEE를 이용한 역해석의 해를 효과적으로 안정화 하고 있음을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 EEE를 이용한 역해석의 해를 안정화 시키는 기법을 제시 하였다.

1. EEE를 이용한 역해석은 해의 불안정성과 편향성, 2 가지 문제점을 가지고 있다.
2. 가속도-에너지 필터는 해의 불안정성을 효과적으로 제거한다.
3. 편향성 보정 기법은 해의 편향성을 효과적으로 제거 한다.

참고문헌

1. Hong Y H, Lee S G, Lee H S, "Design of the FEM-FIR filter for displacement reconstruction using accelerations and displacements measured at different sampling rates", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 38, No. 2, pp. 460-481, 2013.7.
2. Lee H S, Kim Y H, Park C J, Park H W, "A new spatial regularization scheme for the identification of geometric shapes of inclusions in finite bodies", International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 46, no. 7, pp. 973-992, 1999.
3. Park E Y, Maniatty A M, "Finite element formulation for shear modulus reconstruction in transient elastography", Inverse Problems in Science and Engineering, vol. 17, pp. 605-626, 2009.