

# 연속체 내부도메인의 시스템확인기법을 향상시키는 잡음제거 필터

## Denoising Filter Enhancing System Identifications for Subdomain of Continuum

박광연\* · 이해성\*\*

Park, Kwang Yeun · Lee, Hae Sung

이 논문은 동적 변위를 이용해 선형탄성 연속체를 역해석할 때 발생하는 불안정성을 억제하기 위한 잡음제거필터인 가속도-에너지 필터를 제시한다. 여기서 역해석은 미지의 강성을 추정하는 기법을 말한다. 유효한 변위는 만족시킬 수 있지만 측정잡음과 모델링오차는 만족시킬 수 없는 두 개의 정규조건을 이용해 잡음을 제거 한다. 두 개의 정규조건은 각각 가속도는  $L_2$ -norm 함수공간에 있어야 한다는 가속도 정규조건과 변위의 최소 포텐셜에너지 정규조건이다. 필터가 물리적 의미를 가지고 있기 때문에 문제의 물리적 조건에 맞도록 정확하게 디자인 할 수 있다. 또한 필터는 측정 변위가 적절한 물리적 의미를 갖도록 강제하므로 별도의 안정화 기법이 필요 없다. 평면응력 연속체 예제를 이용해 가속도-에너지 필터가 효과적으로 작동 하는 것을 증명 한다.

**핵심용어** : 선형탄성 연속체, 서브도메인, 역해석, 물성치 추정, 가속도-에너지 필터, 잡음제거 필터

### 1. 서론

선형탄성 연속체 모델을 이용한 물성치 추정 기법(역해석)은 토목분야 뿐 아니라 여러 분야에 걸쳐 관심 받고 있다. 모든 역해석은 측정오차와 모델링오차 등에 민감하게 반응 하는 해의 불안정성(ill-posedness)을 가지고 있으며 이를 안정화 시키기 위해 특이치분해 절단법 (truncated singular value decomposition),  $L_1$ -norm 정규화,  $L_2$ -norm 정규화 (Tikhonov 정규화) 등 많은 기법이 개발 되었다. 또한 역해석 과정에 포함된 수치미적분과정에서 잡음이 증폭되는 현상을 막기 위해 여러 종류의 잡음제거 필터를 개발/적용 해 왔다. 하지만 해의 불안정성 억제기법들은 특정 조건에서 해를 왜곡시키는 것이 발견 되었으며 잡음제거 필터는 역해석 기법과의 역학적인 연계성이 없어 필터를 디자인 하는데 어려움이 많다. 이 논문에서는 변위를 측정 해 선형탄성 연속체의 내부도메인을 역해석 할 때 사용할 수 있는 연속체모델의 역학적 의미를 가진 잡음제거 필터를 제시한다. 필터가 역학적 의미를 가지고 있기 때문에 잡음제거만으로도 별도의 안정화 기법이 필요 없고 필터를 문제 조건에 맞도록 정확하게 디자인 할 수 있다.

### 2. 가속도-에너지 필터

가속도-에너지 필터는 변위는 만족하지만 측정/모델링 오차는 만족할 수 없는 물리적 조건을 이용해 역해석의 불안정성을 억제한다. 다음 식은 외력이 가해지지 않는 선형탄성 연속체의 내부 도메인이 가져야 할 물리적 조건들을 측정 변위에 가해 잡음을 제거 하는 가속도-에너지 필터이다.

$$\min_{\tilde{u}_i} \Pi = \frac{1}{2} \int_T \int_V (\tilde{u}_i - \bar{u}_i)^2 dV dt + \frac{\lambda_a}{2} \int_T \int_V \left\| \frac{d^2 \tilde{u}_i}{dt^2} \right\|_2^2 dV dt + \frac{\lambda_e}{2} \frac{1}{\rho} \left( \int_T \int_V \frac{d\tilde{u}_i}{dx_j} C_{ijkl} \frac{d\tilde{u}_k}{dx_l} dV dt - \int_T \int_S \tilde{u}_i C_{ijkl} \frac{du_k}{dx_l} n_j dS dt \right)$$

여기서  $\bar{u}$ ,  $\tilde{u}$ ,  $n_j$ ,  $C_{ijkl}$ ,  $\rho$ ,  $x_i$ ,  $t$ ,  $\int_V \cdot dV$ ,  $\int_S \cdot dS$ ,  $\int_T \cdot dT$  는 각각 측정변위, 필터링 된 변위, 서브도메인 경계의 법선벡터, 연속체의 탄성 텐서, 연속체의 질량밀도,  $i$  방향 공간좌표계, 시간좌표계, 도메인 적분

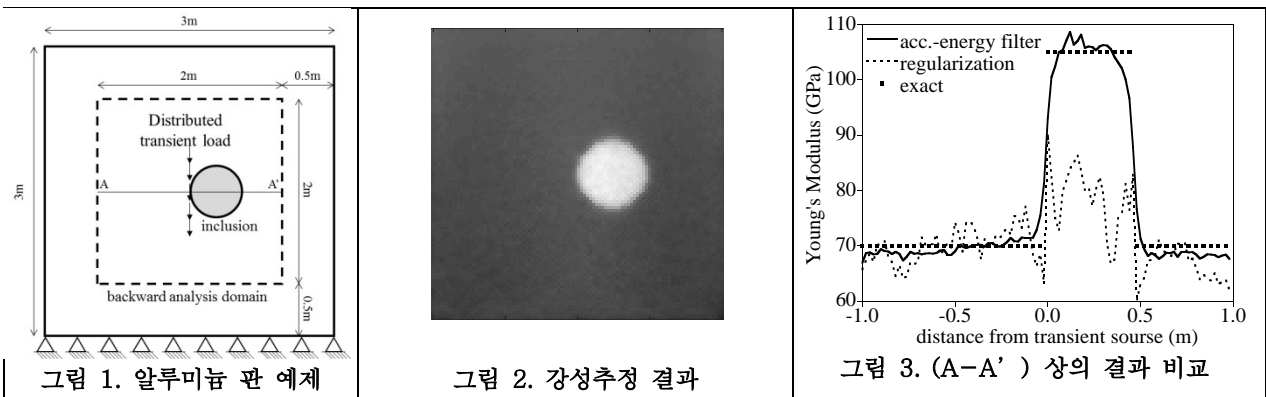
\* 정회원 · 서울대학교 건설환경종합연구소, 공학박사 (E-mail: kypark03@snu.ac.kr) - 주저자, 발표자

\*\* 정회원 · 서울대학교 건설환경공학부 교수, 공학박사 (E-mail: chslee@snu.ac.kr) - 교신저자

연산자, 도메인 경계 적분 연산자, 시간 적분 연산자를 뜻한다.  $\lambda_a$  와  $\lambda_e$  는 각각 측정 정보와 정규조건 정보의 비율을 결정 하는 정규화 계수이다. 정규화 계수는 시간주파수 영역의 목표주파수와 목표정확도를 이용해 결정할 수 있다. 우항 첫 번째 항은 필터링 된 변위는 측정변위와 비슷한 값을 가져야 한다는 의미이다. 두 번째 항은 가속도는  $L_2$ -norm 함수공간에 있어야 한다는 가속도 정규조건이다. 세 번째와 네 번째 항은 변위의 최소 포텐셜에너지 정규조건으로 각각 내부 포텐셜에너지와 외부 포텐셜에너지를 표현 한다. 측정변위에 포함 된 잡음이나 모델링 오차는 가속도 정규조건과 에너지 정규조건을 만족시키지 못하므로 가속도-에너지 필터에 의해 걸러지게 된다.

### 3. Equation Error Estimation (EEE)을 이용한 예제

기법의 효과를 확인하기 위해 알루미늄 판의 강성을 EEE로 추정 한다. EEE는 해의 편향성을 가지고 있으므로 편향성 보정 기법을 기본적으로 적용 하였다. 대상체의 형상은 그림 1과 같다. 강성계수는 70GPa이며 inclusion의 강성계수는 105GPa로 하였다. 하중은 Distributed load를 순간 놓아주며 발생하는 천이전단파를 이용하였다. 측정빈도는 1000kHz이고 변위측정점은 0.02m간격으로 100x100개 위치 한다. 측정 잡음은 5% 상대오차로 SNR로 환산하면 30.8dB이다. 그림 2는 예제의 전체 결과, 그림 3은 (A-A')상의 결과 이다. 비교를 위해 Butterworth filter를 적용한  $L_2$ -norm 정규화의 결과를 함께 표기 하였다. 다만 정규화 기법은 최대 3.5% 오차율에 대해 의미있는 답을 얻을 수 있어 3.5%오차율의 결과를 표기 하였다. 예제 결과를 보면 정규화 기법은 hard inclusion을 찾아내지 못하는 반면 가속도-에너지 필터는 더 높은 잡음 수준에도 불구하고 역해석의 해를 효과적으로 안정화 하고 있음을 알 수 있다.



### 5. 결론

측정변위를 이용한 선형탄성 연속체의 서브도메인을 역해석할 때 사용할 수 있는 잡음제거 필터인 가속도-에너지 필터를 제시 하였다.

1. 가속도-에너지 필터는 변위는 만족시킬 수 있지만 측정잡음과 모델링오차는 만족시킬 수 없는 가속도 정규화 조건과 최소 포텐셜에너지 정규화 조건을 이용해 잡음을 효율적으로 제거한다.
2. 가속도-에너지 필터는 역해석의 불안정성을 효과적으로 제거한다.

### 참고문헌

1. Park K Y, "Acceleration-Energy Filter and Bias Compensation for Stabilizing Equation Error Estimator in Inverse Analysis Using Dynamic Displacement", *Ph. D thesis, Seoul National University, Korea*, 2015.8
2. Hong Y H, Lee S G, Lee H S, "Design of the FEM-FIR filter for displacement reconstruction using accelerations and displacements measured at different sampling rates", *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 38, No. 2, pp. 460-481, 2013.7.
3. Lee H S, Kim Y H, Park C J, Park H W, "A new spatial regularization scheme for the identification of geometric shapes of inclusions in finite bodies", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 46, no. 7, pp. 973-992, 1999.