

정규화기법과 모드형상을 이용한 구조물 손상진단

Structural Damage Detection Using Modal Data with Regularization Technique

○강주성*, 여인호**, 이해성***, 신수봉****

1. 서론

토목구조물은 그 사용기간동안 지진등과 같은 예기치 못한 과도한 하중을 받게 된다. 구조물의 안전을 위해 이러한 예기치 못한 하중으로 인한 구조물의 손상을 적은 비용으로 가능한 한 정확히 찾아내는 것은 대단히 중요하다.

비파괴 검사법의 대안으로 구조물 탐색기법(SI)에 기초를 둔 손상진단법이 지난 10여년간 제안되어왔다. 이러한 손상진단법에서는 측정자료로부터 구조물의 재료 강도를 추정하여 초기값으로부터 얼마나 감소하였는가로 손상을 판단한다. SI에 기반을 둔 구조물 손상진단 방법은 구조물 탐색과 손상진단의 두가지 단계로 나눌 수 있다. 그러므로 신뢰성 있는 구조물의 손상진단은 안정된 SI 알고리즘이 제공되어야 가능하다. 측정자료는 정적응답과 동적응답을 이용할 수 있는데, 본 연구에서는 동적 측정으로 얻은 구조물의 모드 형상과 고유진동수를 이용한 방법을 제안한다.

구조물의 수학적모델과 측정응답과의 차를 최소화 하는 과정에서 파라미터를 추정하는 output error estimator(OEE)가 구조물 탐색을 위해 널리 사용되어왔다. 기존의 OEE는 모드형상을 이용하는 경우에도 측정정보가 noise를 포함하고 있는 경우 해가 존재하지 않거나 또는 동시에 복수의 해가 존재할 수 있는 ill-posedness 문제가 된다[1]. 실제상황에서 noise는 피할 수 없는 성분이기 때문에 보다 더 신뢰성 있는 손상진단방법의 개발이 요구된다.

이 연구에서는 SI 과정에서 ill-posedness를 극복하기 위하여 Tikhonov에 의해 제안된 정규화기법을 적용하는 알고리즘을 개발한다. 정규화 기법에서는 기존의 OEE 목적함수에 정규화 함수가 더해진 ROEE(regularized output error estimator)함수가 이용된다. 이 연구에서는 정규화 함수로 구조물의 초기 강도 행렬과 추정된 강도행렬과의 차에 대한 Frobenius norm이 제안된다. SI 과정에서 정규화 정도를 나타내는 오차함수와 정규화 함수 사이의 상대적인 크기는 정규화 계수에 의해 조정된다. 정규화 계수를 결정하기 위해 몇 가지 방법들이 제안되어 있는데 본 과제에서는 최근 제안된 VRFS[2]를 이용한다.

비록 정규화 기법에 의해 SI의 ill-posedness가 완화 될 수 있다고 하더라도, 구조물의 손상진단은 SI의 결과를 직접적으로 이용할 수는 없다. 그 이유는 SI에 의해 추정된 구조물의 강도 특성의 변화는 구조물의 손상뿐 아니라 측정오차 즉 noise에 의해서도 가능하기 때문이다. 실제 상황에서 측정정보의 수가 제한되기 때문에, 측정자료의 교란반복법에 의해 주어진 측정치 주변에서의 파라미터의 통계적 특성이 조사된다.

측정데이터 교란반복법에 의해 추정되는 파라미터의 분포가 정규화 기법의 적용으로 인하여 통계적으로 의미가 있는 분포(정규분포)를 갖기 때문에 손상진단에 통계적 방법이 적용될 수 있다. 이 연구에서는 추정치 평균의 구간추정에 대한 가설 검정법을 이용하여 손상부재를 결정한다[3].

2. 모드형상을 이용한 구조물 탐색

2.1 목적함수

구조물의 모드형상을 이용한 구조물 탐색을 위한 파라미터 추정법의 목적함수는 다음과 같다.

* 서울대학교 토목공학과 석사과정

** 서울대학교 토목공학과 박사후 연구원

*** 서울대학교 토목공학과 조교수

**** 동아대학교 토목공학과 조교수

$$\text{Minimize}_x \Pi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nmd} \|\phi_i - \hat{\phi}_i\|^2 + \frac{\beta}{2} \|\mathbf{K}(\mathbf{x}) - \mathbf{K}(\mathbf{x}_0)\|^2 \quad (1)$$

여기서, nmd , ϕ_i , $\hat{\phi}_i$, β , \mathbf{x}_0 는 각각 독립적인 측정모드의 개수, 추정된 측정점에서의 모드 형상, 측정점에서 측정된 모드 형상, 정규화 계수, 구조물의 초기 시스템 파라미터이다.

정규화 함수를 적용할 때 정규화함수와 오차함수의 기여도가 정규화 계수에 의해 달라지는데 본 연구에서는 VRFS(variable regularization factor scheme)를 이용한다. 이 방법에서 정규화 계수는 최적화과정에서 정규화함수(식(1)의 우변의 두번째 항)가 오차함수(식(1)의 우변의 첫번째 항)보다 항상 작게 되도록 결정된다.

$$\sum_{i=1}^{nmd} \|\phi_i(\mathbf{x}^k) - \hat{\phi}_i\|^2 \geq \beta^k \|\mathbf{K}(\mathbf{x}^k) - \mathbf{K}(\mathbf{x}_0)\|_F^2 \quad (2)$$

여기서 k 는 최적화 과정에서의 반복회수를 나타낸다. k 번째 반복계산에서 오차함수가 정규화함수보다 작게 될 경우에는 0에서 1사이의 값으로 미리 결정되어 있는 감소계수 γ 를 곱하여 정규화계수를 작아지게 만든다.

$$\beta^{k+1} = \gamma \beta^k \quad (3)$$

모드 형상에 대한 민감도를 계산할 때에는 대부분의 경우 질량행렬에 의해 normalize 되어 있는 모드 형상이 사용되어서 왔다[4]. 그러나 이 연구에서는 계산모드형상과 측정모드형상을 직접 비교해야 하므로 질량행렬에 의해 normalize 되어 있지 않은 일반적인 경우의 모드 형상에 대한 민감도가 필요하다. 모드형상의 민감도는 다음과 같이 구해진다.

ϕ 가 질량행렬에 대해서 normalize 되어 있는 경우의 모드 형상의 민감도는 다음과 같다.

$$\phi_{j,x} = - \sum_{i \neq j} \frac{\phi_i^T \mathbf{K}_{,x} \phi_j}{(\lambda_i - \lambda_j) \phi_i^T \mathbf{M} \phi_i} \phi_i \quad (i \neq j) \quad (4)$$

여기서 ϕ_i 는 질량행렬에 의해 normalize 된 eigen vector 이고, $\hat{\phi}_i$ 은 C 라는 임의의 행렬에 의해 normalize 된 eigen vector 라고 하면, 식(5)과 같이 쓸수 있다.

$$\bar{\phi}_{j,x} = \frac{1}{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i} \left(\phi_{j,x} \sqrt{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i} - \phi_j \frac{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_{j,x}}{\sqrt{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i}} \right) \quad (5)$$

여기서 $\sqrt{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i} = m_c$ 이라 하면 식(5)로 임의의 행렬에 의해 normalize 된 eigen vector 의 민감도를 구할 수 있다.

$$\bar{\phi}_{i,x} = \frac{1}{m_c} \phi_{i,x} - \frac{1}{m_c^3} (\phi_i^T \mathbf{C} \phi_{i,x}) \phi_i \quad (6)$$

2.2 손상부재 탐지

구조물 계측에 있어서 noise의 영향은 피할 수 없는 요소이다. 만약 충분한 측정데이터를 이용할 수 있다면 측정데이터의 평균을 취함으로써 noise의 영향이 감소될 수 있다. 그러나 실제 상황에서는 제한된 수의 측정데이터만 이용가능하고, 거기에 포함된 noise의 분포나 크기와 같은 noise의 특성을 알 수 없다. 따라서 추정된 구조물의 재료 특성이 noise의 영향인지 실제 손상의 영향인지를 판단하는 것이 쉬운 일은 아니다. 식 (1)으로부터 얻어진 탐색 결과의 모호성을 줄이기 위해 수치적 방법으로 제안된 측정데이터 교란반복기법[5]이 적용된다.

제안된 목적함수와 측정정보 교란반복법에 의해 얻어지는 파라미터의 분포는 정규분포를 따르게 된다. 정규분포의 특성을 이용하는 손상진단을 위한 가설검정법에 의해 손상지수(ID)[3]가 정의된다. 손상이 발생한 것으로 추정되는 부재에 대해 손상정도(S_D)가 다음과 같이 정의 되는데 이것은 추정된 파라미터의 평균의 초기값에 대한 상대 거리를 나타낸다

$$S_D = \frac{x_0 - \bar{x}}{x_0} \times I_D \times 100(\%) \quad (7)$$

여기서 x_0 와 \bar{x} 는 각각, 파라미터의 초기값과 교란반복법에 의해 추정된 파라미터의 평균값을 나타낸다.

3. 예제

제안된 기법의 타당성을 검토하기 위해 프레임 구조물의 예제를 수치적으로 수행해 보았다. 수행된 예제 구조물은 그림 1과 같은 2층 프레임으로서 지진 등과 같은 모종의 이유로 인해 지점에 플라스틱 힌지가 발생하여 회전강성이 손실되었다고 가정하고 그 강성감소를 부재의 휨강성감소로 추정해보고자 하였다. 그림 1과 그림 2는 각각 기하학적 형상과 경계조건, 유한요소로 모델링한 모습을 보여주고 있다. 각 부재는 철로 이루어져 있다고 생각하고 Young's modulus를 206GPa로 하였다. 각 부재의 단면적은 균일하게 0.02m×0.02m의 정사각형 단면이고 단면 2차 모멘트는 $1.33 \times 10^{-8} \text{m}^4$ 이다. 측정오차를 반영하기 위해서 Monte Carlo simulation에 5%의 비례오차를 더해주었다. 측정점은 3,5,13,15번 절점의 수평, 회전자유도를 측정하였다고 가정했고 총 자유도 48개 중에서 12개 자유도를 측정자유도로 선택했다. 모드형상은 초기 3개 모드만을 사용하였다.

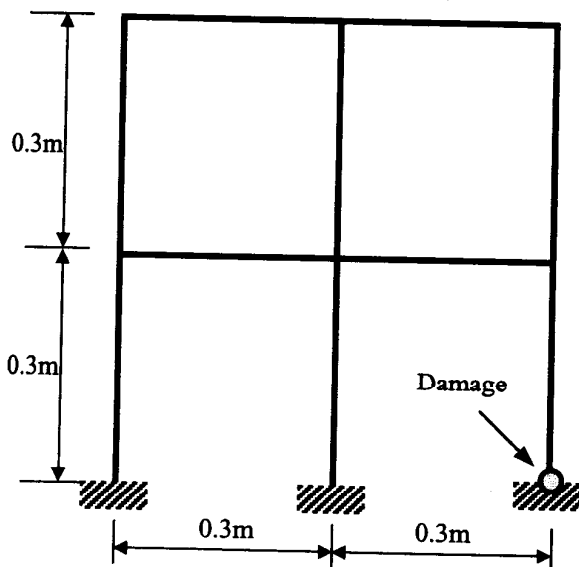


그림 1 기하학적 형상과 경계조건

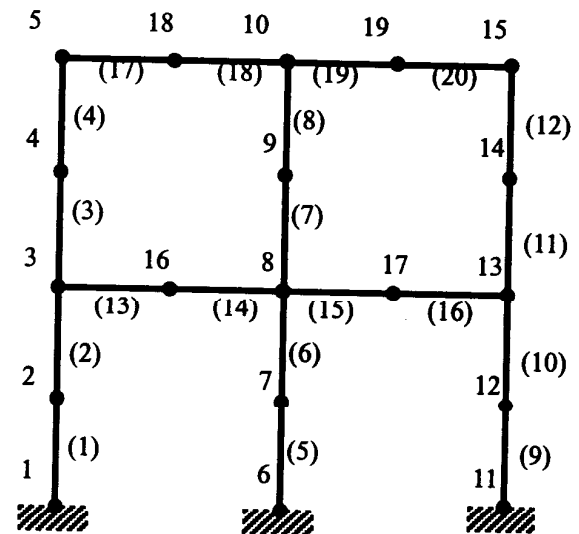


그림 2 유한요소 모델링

그림 3 은 추정된 파라미터 값들을 보여주고 있다. 그림에 의하면 어리 부재의 파라미터값들이 초기값보다 감소하였다. 그러나 그림 4 와 같이 통계적 접근에 의하면 손상부재로 판명되는 것은 9,10 번 부재 둘뿐이다. 이 두 부재는 손상을 가정했던 절점에 연결되어있는 부재들이다. 따라서 절점의 회전강성 저하가 그 절점에 연결되어 있는 부재의 휨강성저하로 잘 반영되고있음을 알 수 있다.

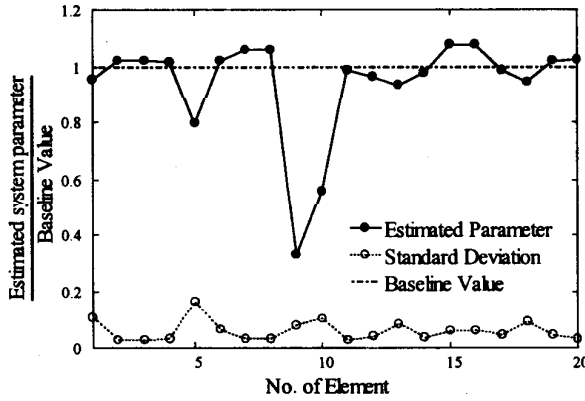


그림 3 추정결과

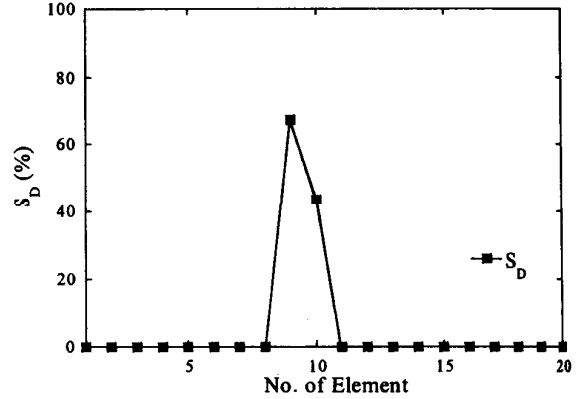


그림 4 손상정도

4. 결론 및 향후 연구방향

본 연구에서는 동적측정자료로부터 얻어진 구조물의 모드형상과 고유진동수를 이용한 구조물의 손상진단법을 제안하였다. 질량행렬이 아닌 임의의 행렬에 대해 normalize 되어있는 모드형상의 sensitivity 를 구하는 방법을 제시하였고 통계적 접근에 의하여 손상정도를 평가하고 손상부재를 결정하였다. 수치예제를 통해 제안된 방법의 타당성을 검증하였다. 앞으로의 연구 방향은 여러가지 구조물에 대해 타당성을 검증하고 실제 측정데이터를 이용하여 실구조물의 손상진단을 수행할 것이다.

References

1. Hjelmstad, K. D. (1996). "On the uniqueness of modal parameter estimation." J. of Sound and Vibration 192(2), 581-598
2. Hyun Woo Park, Soobong Shin, and Hae Sung Lee , "Determination of Optimal Parameters in Tikhonov Regularization for System Identification of Linear Elastic Continua"
3. Yeo, I. (1999). "Statistical Damage Assessment of Structures from Static Responses Using System Identification with Tikhonov Regularization", Ph.D. dissertation, Seoul National University, Seoul, Korea
4. Nelson, R.B. (1976). "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," AIAA Journal, Vol. 14, 1201-1205
5. K.D.Hjelmstad, and S.Shin (1996), "Crack Identification In a Cantilever Beam from Modal Response," Journal of Sound and Vibration