시간영역 가속도 데이터를 이용한 변수추정기법

Parameter Estimation Scheme using Measured Acceleration Data in Time Domain

강주성* · 이해성**

Kang, Joo Sung Lee, Hae Sung

1. 서론

구조물의 물성치들을 파악하기 위하여 측정 가속도 데이터를 이용한 모드 해석방법이 널리 사용되어져 왔다. 모드 해석 방법은 그 사용성과 간편성으로 인하여 널리 사용되어져 왔으나 실제 구조물의 손상이 모드 해석 결과에 미치는 영향은 매우 둔감한 편이어서 구조물의 물성치를 파악하기에 부적절한 면이 있다. 또한, 시간에 무관한 모드 해석 결과로부터 구조물의 내진 성능에 있어서 매우 중요한 지표가 되는 감쇠 특성을 파악하는 것은 불가능하다. 이러한 모드 해석 방법의 단점들을 극복하기 위해서 이 연구에서는 시간영역에서의 가속도 데이터를 이용하여 구조물의 강성 특성과 감쇠 특성들을 추정하는 시스템 변수 추정법을 제안한다. 제안된 시스템 변수 추정법은 최소화 문제에 기초하고 있으며, 측정 가속도 데이터와 계산을 위하여 구성한 수학적 모델에서 계산된 가속도 데이터와의 최소 제곱 오차를 시간에 따라 적분한 함수를 오차함수로 정의하였다. 시스템 변수 추정법은 역해석 문제의 일종으로서 기본적으로 해의 비유일성, 해의 비존재성 등의 수치적 불안정성을 갖고 있는 문제이다. 이런 수치적 불안정성을 극복하고 의미 있는 해를 구하기 위해서 정규화 기법을 도입한다. 정규화 함수와 오차함수의 비를 결정하여 정규화 효과의 크기를 정해주는 중요한 인자인 정규화 계수는 Geometric Mean Scheme(GMS)를 사용한다. 수치적으로 모사된 가속도 데이터를 이용한 몇 가지 예제를 통해서 제안한 알고리즘의 타당성을 검증하였다.

2. 변수 추정 기법

이 연구에서 추정하고자 하는 시스템 변수에는 구조물의 강성 특성과 감쇠 특성을 포함하며 다음 식 (1)과 같이 측정 가속도와 수학적 모델로부터 계산된 가속도와의 차를 최소화하여 구한다.

$$\underset{\mathbf{x}}{\mathrm{Min}}\ \frac{1}{2}\int_0^t \left\| \tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) - \bar{\mathbf{a}} \right\|^2 dt \quad \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\mathbf{x}) \le 0 \tag{1}$$

여기서 $\tilde{\mathbf{a}}$, $\bar{\mathbf{a}}$, $\mathbf{x}$, $\mathbf{R}$ 은 각각 시간 t 에서 유한요소모델로부터 계산된 계산 가속도 벡터, 측정 가속도 벡터, 시스템 변수 벡터, 구속조건을 나타낸다. 그리고 $\|\cdot\|$ 는 벡터의 Euclidean norm 을 나타낸다.

* 정회원 · 서울대학교 지구환경시스템 공학부 박사과정 · 공학석사 · 02-880-8740(E-mail:jskang94@plaza1.snu.ac.kr)
** 정회원 · 서울대학교 지구환경시스템 공학부 부교수 · 공학박사 · 02-880-8388(E-mail:chslee@plaza.snu.ac.kr)

2.1 정규화 기법

식 (1)에서 주어진 오차함수를 최소화 하는 문제는 해의 비유일성, 해의 비존재성, 해의 불연속성 등의 수치적 불안정성을 갖고 있는 역해석 문제이다.(Hjelmstad, 1996, Park 등, 2001) 이 연구에서는 이런 수치적 불안정성을 극복하기 위해 다음 식 (2)와 같이 시스템 변수들의 시간에 따른 변화율을 나타내는 정규화 함수를 오차함수에 더하여 수치적 불안정성을 극복하였다.

$$\underset{\mathbf{x}}{\text{Min}}\ \Pi(t) = \underset{\mathbf{x}}{\text{Min}} \frac{1}{2}\int_0^t \left\|\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) - \bar{\mathbf{a}}\right\|^2 dt + \frac{\lambda}{2}\int_0^t \left\|\frac{d\mathbf{x}}{dt}\right\|^2 dt \quad \text{subject to } \mathbf{R}(\mathbf{x}) \le 0 \tag{2}$$

식 (2)에서 정규화 함수는 시스템 변수들이 시간에 따라 부드럽게 변화하도록 하는 구속조건이며, 이런 구속조건을 통해 시스템 변수들이 시간에 따라 임의로 변하지 않게 하였다. 위의 식에서 λ 는 정규화 계수로서 이 정규화 계수의 크기에 의해 정규화 효과의 크기가 결정되어서 해의 수렴성에 매우 큰 영향을 미치므로 적절한 정규화 계수의 크기를 결정하는 것은 매우 중요하다. 이 논문에서는 다음 식 (3)과 같은 방법으로 최근 박현우에 의해 제안된 Geometric Mean Scheme(GMS)에 의해 최적의 정규화 계수를 결정한다. (Park 등, 2001)

2.2 감쇠모델

실제 구조물에서 감쇠 특성을 정확하게 파악하는 것은 거의 불가능하다. 지금까지 여러 근사식들이 구조물의 감쇠특성을 나타내기 위해 제안되어 있으나 이들도 모두 구조물의 감쇠 특성을 정확하게 나타냈다고 보기는 힘들다. 지금까지 제안되어 있는 많은 연구들에서는 감쇠 특성을 기지의 값으로 보고 강성 특성만을 추정하였다. 그러나 실제 구조물의 감쇠 특성은 정확하게 알 수가 없을 뿐더러 실제 감쇠 특성은 구조물의 동적 응답에 매우 큰 영향을 끼치므로 시스템 변수 추정법에 있어서 감쇠 특성을 기지의 값으로 보아서는 안되며 강성 특성 뿐만 아니라 감쇠 특성까지도 추정해야 한다. 이 연구에서는 기존에 제안되어 있는 많은 고전적인 감쇠 특성의 근사식들 중에서 가장 일반적인 모드감쇠와 Rayleigh 감쇠를 이용하여 강성특성뿐만 아니라 감쇠 특성까지도 추정한다.(Chopra, 1995)

2.3. 이산화

앞의 식 (2)와 같이 표현된 목적함수를 시간에 대하여 이산화 하면 다음 식 (4)와 같다.

$$\Pi(t) = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{nt} \left\|\tilde{\mathbf{a}}^k - \bar{\mathbf{a}}^k\right\|^2 \Delta t + \frac{\lambda}{2}\frac{\left\|\mathbf{x}^{nt} - \mathbf{x}^{nt-1}\right\|^2}{\Delta t} \tag{4}$$

여기에서 위 첨자 *nt* 는 현재 시간 단계를 나타낸다. 위 식 (4)와 같이 이산화 된 목적함수를 구하기 위하여 Newmark β 방법을 사용하여 시간영역에서의 가속도 데이터를 구한다.

3. 예제

제안된 시스템 변수 추정법의 그림 1. 과 같은 bowstring 트러스 구조물에 제안된 알고리즘을 적용시켜

보았다. 그림에 나타난 bowstring 트러스 구조물은 총 12 개 절점과 25 개의 부재로 이루어져있다. 각 부재들의 축강성과 단위 질량들의 기준값들이 표 1. 에 나타나 있다. 손상은 중앙부 하현재인 10 번 부재에 발생하여 10 번 부재의 강성이 기준값으로부터 33% 감소한 것으로 가정하였다. 측정 가속도를 모사하기 위하여 중앙하부에 단위 하중을 가하여 발생한 정적 평형상태로부터 자유진동 상태를 가정하였다. 측정 가속도를 계산하는데 Newmark β 방법을 사용하였으며 측정 가속도를 모사하는 경우의 구조물의 감쇠 특성은 모드감쇠로 가정하였다. 그림 1 에서 검은 점으로 표시되어 있는 여섯 개의 측정점으로부터 11 개 자유도를 측정한 상황으로 모사하였으며, 시간 간격 1/16 초 간격으로 총 0~8 초 동안 측정한 것으로 가정하였다.

시스템 변수 추정에서 감쇠 특성을 추정 하는 경우와 추정하지 않는 경우에 대해서 그림 2 에 손상 추정 결과를 비교해 보았다. 계측오차를 모사하기 위해서 측정 가속도에 측정오차 5%를 가하였다. 감쇠 특성은 1,2 차 모드 5% Rayleigh 감쇠로 가정하여 감쇠 행렬을 구성하였고 이는 실제 측정 가속도 데이터를 구성할 때 가정했던 전 모드 5% 모드감쇠값과 많은 차이를 보인다. 그림 2a 에는 5% Rayleigh 감쇠를 고정시키고 부재들의 강성만을 시스템 변수로 사용하여 추정한 결과를 나타냈다. 그림 2b 에는 Ralyeigh 감쇠에 쓰이는 감쇠계수와 부재들의 강성 모두를 시스템 변수로 사용하여 추정한 결과를 나타냈다. 두 그림으로부터 감쇠의 영향의 고려여부가 실제 부재의 손상추정여부와 추정결과의 수치적 안정성과 밀접한 관계가 있슴을 알 수 있다. 즉, 잘못 가정된 감쇠 특성을 갖고 시스템 변수 추정을 하게 되면 그림 2a 에서와 같이 손상부재추정도 힘들뿐만 아니라 심각한 수치적 불안정성을 보이게 되지만 감쇠 특성을 포함시켜서 추정하는 경우에는 그림 2b 와 같이 실제 손상부재추정도 가능해지고, 수치적인 불안정성도 극복함을 알 수 있다. 그림 3 은 두 가지의 감쇠모델에 대해 추정된 결과를 각모드의 감쇠비로 바꿔서 나타낸 그림이다. 그림에서 알 수 있듯이 두가지 감쇠모델 모두에 대해서 제안된 방법에서 사용하는 Rayleigh 감쇠 계수 추정으로 실제감쇠특성을 매우 근사하게 추정함을 알 수 있다.

표 1. bowstring 트러스의 물성치

Member	Mass per unit length (Kg/m)	Axial stiffness property(EA) (KN)
Top member	62.40	1.680e+04
Bottom member	50.70	1.365e+04
Vertical member	32.76	1.131e+04
Inclined member	39.00	1.050e+04

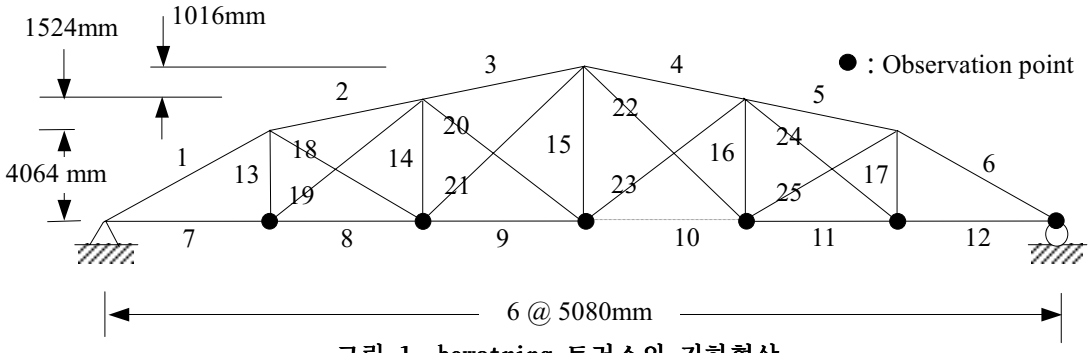

그림 1. bowstring 트러스의 기하형상

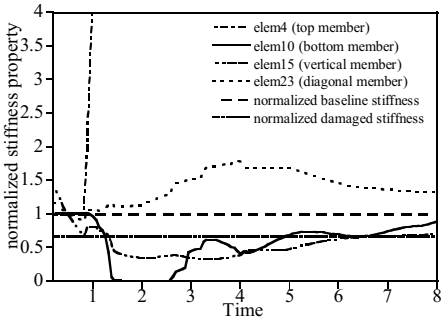

그림 2a. 감쇠 미추정시 결과

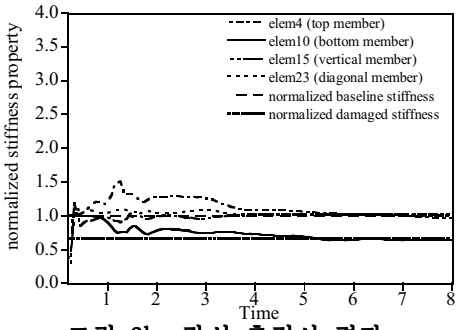

그림 2b. 감쇠 추정시 결과

그림 2. 강성 추정 결과

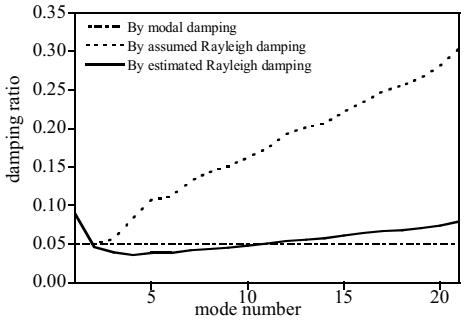

그림 3a. constant modal damping

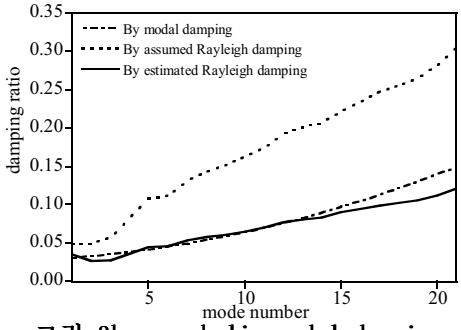

그림 3b. parabolic modal damping

그림 3. 다양한 경우의 모달감쇠에 대한 감쇠 추정 결과

4. 결론

시간영역에서 가속도 데이터를 이용하는 SI 알고리즘을 제안하였다. 일반적인 역해석 문제에서 발생하는 수치적 불안정성을 극복하기 위하여 정규화 함수를 도입하였다. 기존에 제안되어 있던 많은 연구에서 기지의 값으로 생각되던 감쇠 특성을 추정하고자 하는 시스템변수에 포함하였다. 감쇠 특성을 시스템 변수에 포함시키지 않고 시스템 변수 추정을 함으로써 잘못된 감쇠 특성에서 오는 심각한 수치적 불안정성을 확인하였다. 실제 구조물에서의 감쇠 특성을 정확하게 알아내기란 거의 불가능한 일이므로 이런 감쇠 특성의 불일치에서 기인하는 수치적 불안정성을 극복하기 위해서는 감쇠특성을 시스템 변수에 포함시켜서 감쇠 특성을 가장 실제와 비슷하게 만들어서 수치적 불안정성을 줄여야지만 정확한 시스템 변수 추정이 가능함을 확인하였다. 제안된 가속도 데이터를 이용하여 구조물의 강성 특성 및 감쇠 특성을 추정하는 방법은 구조물의 동적 응답을 파악하는데 매우 효과적인 방법으로 생각된다.

참고문헌

1. Hjelmstad, K.D. (1996) On the uniqueness of modal parameter estimation. *Journal of Sounds and Vibration*, Vol. 192(2), pp. 581-598.
2. Park, H.W., Shin, S.B. and Lee, H.S. (2001) Determination of Optimal Regularization Factor for System Identification of Linear Elastic Continua with the Tikhonov Function. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 51, No.10, pp.1211-1230.
3. Golub, G.H. and Van Loan C.F. (1996) *Matrix Computations* (3rd edition). The Johns Hopkins University Press: London
4. Chopra, A.K. (1995) *Dynamics of Structures (theory and applications to earthquake engineering)*. Prentice Hall