

# 구조물 손상탐지를 위한 $L_1$ -Regularization과 Time Windowing

## Technique을 이용한 시간 영역에서의 SI 기법

### System Identification in Time Domain for Structural Damage Assessment

### Using $L_1$ -Regularization and Time Windowing Technique

박승근\* · 이해성\*\*

Park, Seung Keun · Lee, Hae Sung

#### 1. 서론

지진 발생 후에 신속하게 구조물의 안전성을 평가하는 것은 사회기반시설의 기능성이나 사용성을 평가하는데 있어서 매우 중요하다. 지진이 발생한 동안에 측정된 가속도를 이용하여 지진에 의해 야기된 구조물의 손상을 탐지할 수 있다면 사회기반시설의 빠른 복구에 큰 도움을 줄 수 있을 것이다. 구조물의 동적 응답을 이용하는 SI 기법으로는 모드 형상과 고유 진동수를 이용하는 모드 접근법이 널리 사용되어 왔다. 그러나, 실제 측정할 수 있는 모드 형상과 고유 진동수는 저차 모드에 국한되어 있고, 일반적으로 저차 모드는 국부적인 손상에 민감하지 않기 때문에 모드 접근법에 의하여 손상을 탐지하기가 어렵다. 이러한 단점을 해결하고 보다 정확히 손상을 탐지하기 위하여 측정 가속도를 이용한 SI 기법을 제안한다. 제안된 기법에서는 측정 가속도와 수학적 모델에 의한 계산 가속도의 최소 차승오차에 대한 시간 적분을 오차함수로 사용한다. 구조물 감쇄로서 Rayleigh Damping 모델을 사용하며, SI 문제의 불안정성을 극복하기 위하여 정규화 기법을 사용한다.  $L_1$ -truncated singular value decomposition (TSVD)이  $L_1$ -Regularization 함수를 포함한 오차함수를 최적화하기 위하여 적용된다. 그리고 시간에 따른 시스템 변수의 변화를 추정하기 위하여 Time Windowing Technique이 소개가 된다. 그리고 예제를 통하여 제안된 방법의 유효성과 정확성을 검증한다.

#### 2. 시간 영역에서 변수 추정 기법

구조물의 이산화된 운동 방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{C}(\mathbf{x}_c)\mathbf{v} + \mathbf{K}(\mathbf{x}_s)\mathbf{u} = -\mathbf{M}\mathbf{a}_g \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{x}_c$ 와  $\mathbf{x}_s$ 는 각각 damping parameter와 stiffness parameter를 나타낸다. 식 (1)에서 주어진 운동 방정식을 시간에 대하여 적분하기 위하여 Newmark- $\beta$  방법을 사용한다. 구조물의 강성도 및 감쇄 특성이 SI 기법에서의 미지수가 된다. 시스템 변수가 시간에 따라서 변하지 않는 경우에는 다음과 같은 최소화 문제

\* 서울대학교 지구환경시스템공학부 석사과정 · 공학사 · 02-880-8740 (E-mail:skpark97@snu.ac.kr)

\*\* 정희원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수 · 공학박사 · 02-880-8388 (E-mail:chslee@plaza.snu.ac.kr) - 발표자

를 통하여 시스템 변수를 추정한다.

$$\text{Min}_{\mathbf{x}} \Pi_E(t) = \frac{1}{2} \int_0^t \|\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) - \bar{\mathbf{a}}\|_2^2 dt \text{ subject to } \mathbf{R}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad (2)$$

여기서  $\tilde{\mathbf{a}}$ ,  $\bar{\mathbf{a}}$ ,  $\mathbf{x}$  그리고  $\mathbf{R}$  는 각각 계산 가속도, 측정가속도 시스템 변수 그리고 구조 변수에 대한 구속조건이며,  $\|\cdot\|_2$  는 vector 의 2-norm 을 나타낸다.

시간에 따라서 시스템 변수가 변하는 경우에 시스템 변수의 추정을 위하여 time windowing technique 를 제안한다. 그림 1 은 time window 의 개념을 보여준다. Time Windowing Technique 에서는 time window 라고 불리는 일정한 time interval 안에서 시스템 확인기법이 순차적으로 진행된다.

$$\text{Min}_{\mathbf{x}} \Pi_E(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+d_w} \|\tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}(t)) - \bar{\mathbf{a}}\|_2^2 dt \text{ subject to } \mathbf{R}(\mathbf{x}(t)) \leq 0 \quad (3)$$

여기서,  $t$ 와  $d_w$ 는 각각 주어진 time window의 초기 시간과 window의 크기를 나타낸다. Time window안에서의 시스템 변수값은 일정하다고 가정한다. 그리고 시간  $t$ 일 때 추정한 시스템 변수를 그 시간의 시스템 변수라고 가정한다. 시간에 따라서 time window가 앞으로 진행을 하고 그때마다 시스템 변수를 추정함으로써 시스템 변수의 시간에 따른 변화를 추정할 수 있다.

### 3. $L_1$ -Regularization Scheme

최소화 문제로 정의되는 변수추정기법은 해의 비 유일성, 비 존재성, 불연속성 등의 수치적 불안정성을 갖고 있는 역 해석 문제이다. 이 논문에서는 이런 수치적 불안정성을 극복하기 위해 다음 식과 같이 시스템 변수들의 시간에 따른 변화율을 나타내는 정규화 함수를 이용하여 수치적 불안정성을 극복하였다.

$$\Pi_R(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+d_w} \left\| \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right\|_1 dt \quad (4)$$

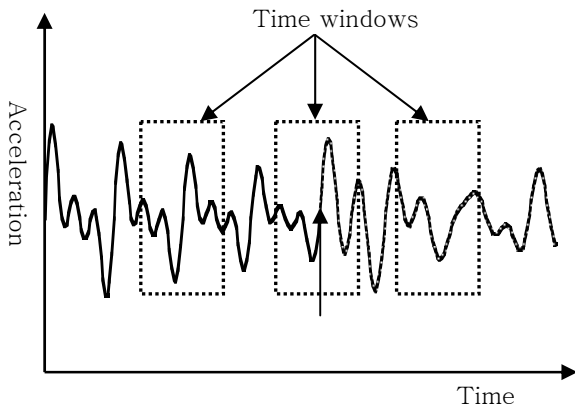


Fig. 1. Time window concept

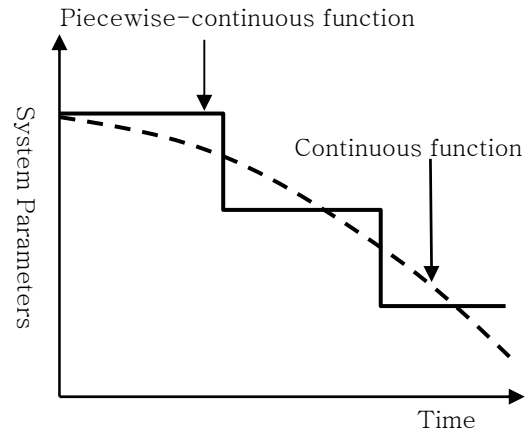


Fig. 2 Continuous and piecewise-continuous functions

이 방법은 미분 불가능한 함수를 포함하고 있으므로 기존의 Tikhnov 방법으로는 푸는데 어려움이 있다. 이러한 어려움을 피하기 위하여 이 논문에서는 TSVD 방법을 이용한다. 과정은 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Min}_{\mathbf{x}} \Pi_R(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+d_w} \left\| \frac{d\mathbf{x}}{dt} \right\|_1 dt \quad \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\mathbf{x}) \leq 0 \quad \text{and} \quad \text{Min}_{\mathbf{x}} \Pi_E(t) = \frac{1}{2} \int_t^{t+d_w} \left\| \tilde{\mathbf{a}}(\mathbf{x}) - \bar{\mathbf{a}} \right\|_2^2 dt \quad (5)$$

위 식을 discretize 하여 표현하면 다음과 같다.

$$\text{Min}_{\mathbf{x}_{nc}} \left\| \mathbf{x}_{nc} - \mathbf{x}_{nc-1} \right\|_1 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\mathbf{x}_{nc}) \leq 0 \quad \text{and} \quad \text{Min}_{\mathbf{x}_{nc}} \frac{1}{2} \sum_{k=nc}^{nc+ntw} \left\| \tilde{\mathbf{a}}_k(\mathbf{x}_{nc}) - \bar{\mathbf{a}}_k \right\|_2^2 \Delta t \quad (6)$$

또한 기존의  $L_2$ -Regularization function은 continuous한 함수까지 표현하는 것이 가능하지만  $L_1$ -Regularization function은 piecewise continuous한 함수까지 표현하는 것이 가능하기 때문에 보다 넓은 solution space를 지니고 있다. 그리고 Time Windowing Technique은 시간에 따른 system parameter의 급격한 변화를 표현해야 하므로 정규화 함수는  $L_1$ -Regularization function을 사용해야 한다.

#### 4. 감쇠 모델

실제 구조물에서 감쇠 특성을 정확하게 파악하는 것은 거의 불가능하다. 하지만 실제 감쇠 특성은 구조물의 동적 응답에 매우 큰 영향을 끼치므로 시스템 변수 추정 법에 있어서 감쇠 특성을 기지의 값으로 보아서는 안되며 강성 특성뿐만 아니라 감쇠 특성까지도 추정해야 한다. 이 연구에서는 가장 일반적인 모드감쇠와 Rayleigh 감쇠를 이용하여 강성 특성뿐만 아니라 감쇠 특성까지도 추정한다.

#### 5. 예 제

Time Windowing Technique의 타당성을 검증하기 위하여 5 story shear building를 가지고 numerical simulation study를 수행하였다. 재료의 성질은 다음과 같다. 1 층의 휨 강성은  $58.6 \text{ N-cm}^2$ 이고 2 층부터 5 층까지의 휨 강성은  $24.8 \text{ N-cm}^2$ 이다. 다음 구조물의 Natural frequency는  $1.5\text{Hz} \sim 9.4\text{Hz}$ 의 범위를 갖고, 손상을 입은 경우는  $1.3\text{Hz}$ 부터  $8.9\text{Hz}$ 까지의 범위를 갖게 된다. Damage에 따른 stiffness의 감소는 5 초까지는 모든 부재에 손상이 없는 상태이고, 5 초 후에 1 층의 부재에만 손상이 50% 발생한다. 손상을 입은 부재는 그림에서 점선으로 표시되었다. 그림에서와 같이  $104.5\text{N}$ 의 하중을 갑자기 제거하고 free vibration을 통한 가속도를 사용하였다. 측정오차는 3%의 random noise가 발생하도록 simulation하였다. 측정 점은 full measure의 경우에 각 층마다 측정하였고, partial measure의 경우 1,3,5 층에서 측정을 하였다.

그림 3 과 그림 4 는 각각 측정 점이 5 개인 경우와 3 개인 경우에 대해서 모든 부재의 시간에 따른 stiffness 의 변화를 보여주고 있다. 두 가지 경우 모두 시간에 따른 stiffness 의 변화를 잘 추정하고 있음을 알 수 있다. 하지만 측정 점이 3 개인 경우에는 보다 진동이 심한 것을 알 수가 있다. 그림 5 과 그림 6 은 각각 측정 점이 5 개인 경우와 3 개인 경우에 대해서 exact modal damping ratio 와 Rayleigh damping 에 의하여 계산된 modal damping ratio 를 보여주고 있다. 두 가지 경우 모두 추정된 damping ratio 가 실제의 modal damping ratio 를 잘 근사화 함을 알 수 있다. 그림 7 은 측정 점이 5 개인 경우와 3 개인 경우에 대해서 1 층에서의 가속도의 변화를 보여주고 있다. 시간이 5 초일 때 손상이 일어나면서 가속도의 불연속이 일어나게 되는데 full measure 와 partial measure 의 경우에 대해서 추정된 stiffness 에 의해서 계산된 가속도가 실제의 가속도를 잘 따라가는 것을 알 수가 있다.

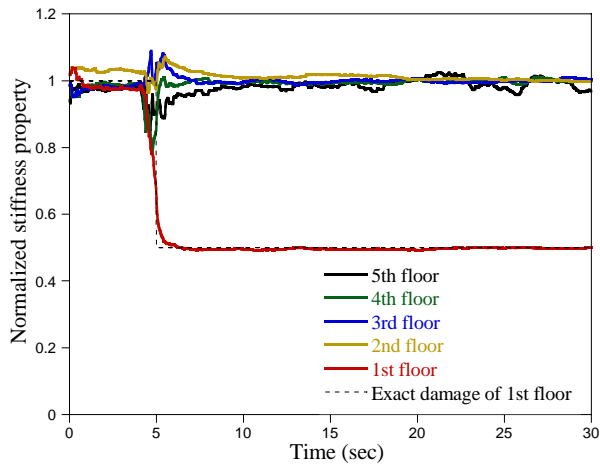


Fig. 3. Estimated stiffness parameter by full measure

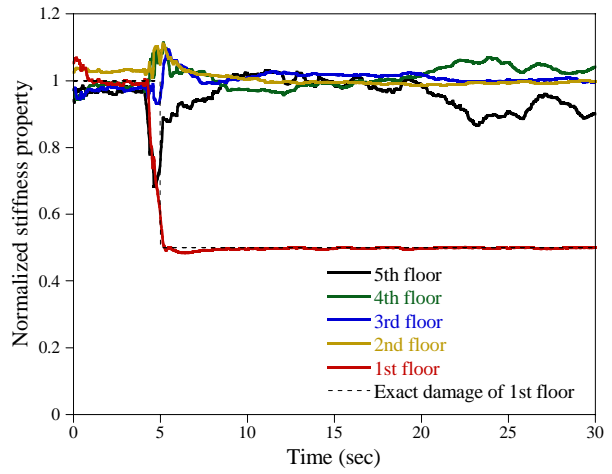


Fig. 4. Estimated stiffness parameter by partial measure

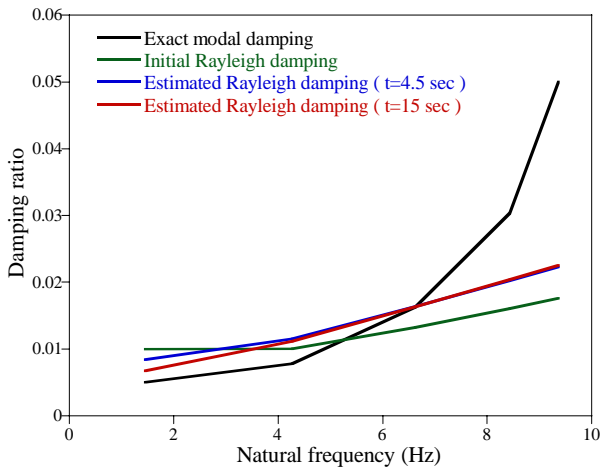


Fig. 5. Estimated & exact damping ratio by full measure

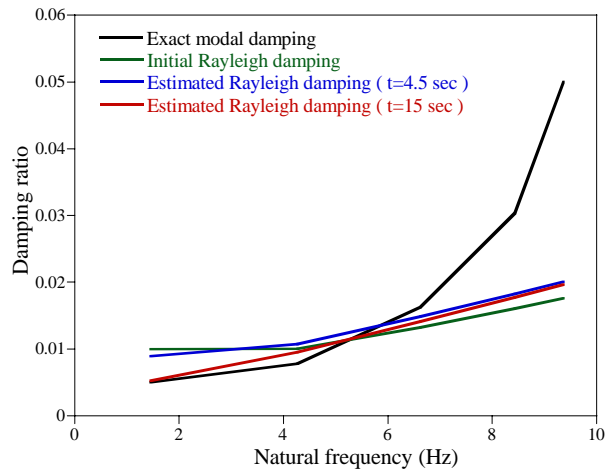


Fig. 6. Estimated & exact damping ratio by partial measure

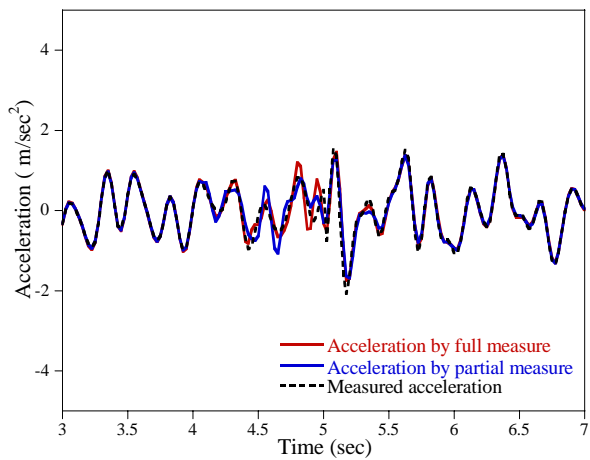


Fig. 7. Estimated & exact acceleration at 1<sup>st</sup> floor

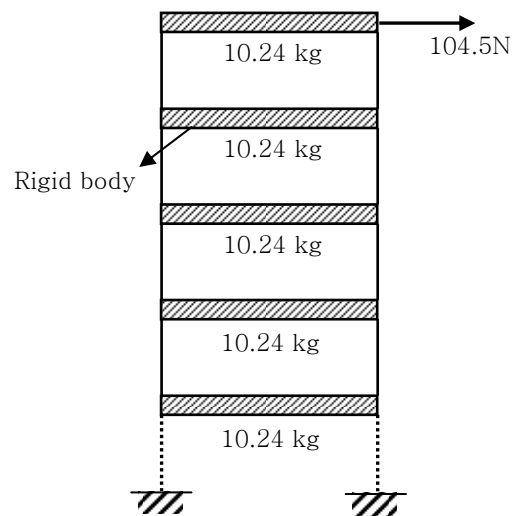


Fig. 8. 5 story shear building

## 6. 결론

시간영역에서 System Identification을 위한  $L_1$ -Regularization function과 Time Windowing Technique을 제안하였다. 구조물의 stiffness 뿐만이 아니라 damping parameter 까지도 system parameter에 포함이 되어 SI를 수행하였다. 측정 가속도와 계산 가속도와의 차이의 least square error를 error function으로 적용하였다. 역 해석 문제의 불 안정성을 해소하기 위한 Regularization function으로  $L_1$ -Regularization function을 사용하였다. 시간에 따른 system parameter의 급격한 변화를 표현하기 위하여 Time Windowing Technique을 적용하였다. 또한 Time Windowing Technique에서는 급격한 변화를 표현하기 위해서 사용되는 정규화 함수는  $L_1$ -Regularization function을 사용해야 한다. 예제를 통하여 제안한 방법이 시간에 따른 system parameter의 변화를 적절히 표현하고 있으며, 추정된 system parameter에 의해 계산된 가속도 또한 실제의 가속도를 잘 따라가는 것을 알 수 있었다. 그리고 추정된 damping parameter역시 실제의 damping parameter를 잘 근사화하는 것을 알 수 있었다.

## 참고문헌

1. Yeo, I. H., Shin, S. B., Lee, H. S. and Chang, S. P., Statistical damage assessment of framed structures from static responses, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 126, No. 4, pp. 414-421, 2000
2. Shi, Z.Y., Law, S.S. and Zhang, L.M., Damage localization by directly using incomplete mode shapes, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 126, No. 6, pp. 656-660, 2000
3. Vestouni, F. and Capecchi, D., Damage detection in beam structures based on frequency measurements, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 126, No. 7, pp. 761-768, 2000
4. Kang, J.S., Yeo, I.H. and Lee, H.S., Structural damage detection algorithm from measured acceleration, Proceeding of KEERC-MAE Joint Seminar on Risk Mitigation for Regions of Moderate Seismicity, pp. 79-86, 2001
5. Hansen, P.C., Rank-deficient and discrete ill-posed problems : Numerical aspects of linear inversion, SIAM, Philadelphia, 1998
6. Hansen, P. C., and Mosegaard, K. Piecewise polynomial solutions without a priori break points, Numerical Linear Algebra with Applications, Vol. 3, 513-524, 1996
7. Chopra, A.K., Dynamics of Structures (theory and applications to earthquake engineering, Prentice Hall, 1995.
8. 박 현우, "구조물의 손상진단을 위한 SI에서의 정규화 기법", 공학박사학위논문, 서울대학교, 2002