

# 사장교의 폐합 단계에 대한 구조 해석

## Structural Analysis for Closing Cable-stayed Bridge

이민권\* · 이해성\*\* · 김모세\*\*\*

Lee, Min Kwon · Lee, Hae Sung · Kim, Mo Se

### 1. 서 론

일반적으로 두 개의 타워에 의하여 지지 되는 사장교는 양측 타워로부터 거더를 설치하기 시작하여 캔틸레버 공법으로 시공된다. 완성계의 폐합단면에서는 교축 방향으로의 휨 모멘트와 전단력이 작용하고 있으므로 적합조건이 만족된다. 반면 시공단계에서는 사장교의 중앙부에서 거더가 폐합되기 전까지는 타워를 중심으로 두개의 독립적인 구조체가 구성되고 폐합단면에서 단면력이 영이기 때문에 폐합단면에서의 적합조건이 만족되지 않게 된다. 따라서, 완성계에서 작용하고 있는 폐합단면에서의 단면력을 양측 구조물의 폐합단면에 재하 하여야 만이 폐합단면에서 구조물의 변위 및 처짐각이 일치하게 된다. 그러나, 실제 시공단계에서 폐합단면에 전단력과 교축 방향의 휨 모멘트를 재하하는 것은 거의 불가능하기 때문에 사장교 시공 중에 재하할 수 있는 외력에 의하여 폐합단면에서의 적합조건을 만족시켜야 한다. 실제 시공 중에 폐합단면에서의 처짐을 조정할 수 있는 힘은 최종 Key Segment 를 인양하는 데릭 크레인의 인양력과 사장 케이블의 장력이다. 사장 케이블의 장력은 케이블을 길이를 조정하여 변화 시킬 수 있다. 이 연구에서는 시공단계에서 폐합단면의 적합 조건을 만족시킬 수 있는 사장 케이블의 초기 무응력 길이와 데릭 크레인의 인양력을 Newton-Raphson 방법에 의하여 구하는 방법을 제시한다. Newton-Raphson 방법에서 필요한 변위의 민감도는 직접 미분법에 의하여 구한다. 제시한 방법을 현재 시공 중에 있는 제 2 진도 대교에 적용하여 그 타당성을 검증한다.

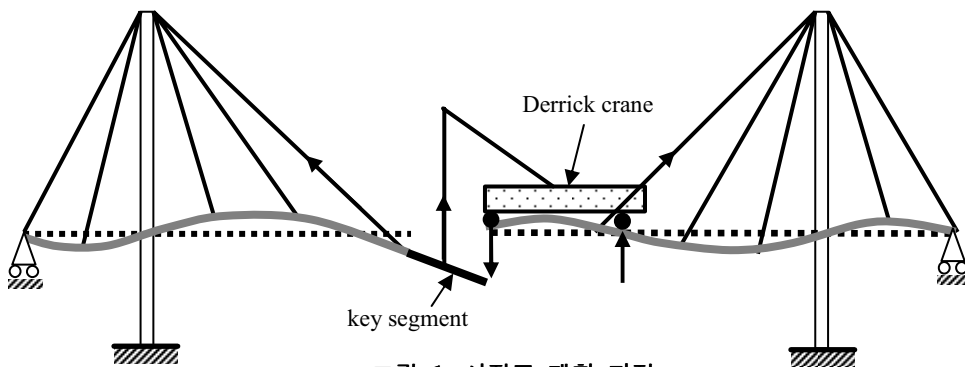


그림 1. 사장교 폐합 과정

\* 서울대학교 지구환경시스템공학부 · 석사과정 · 공학사 · E-mail: mkleee99@snu.ac.kr

\*\* 정희원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수 · 공학박사 · E-mail: chslee@plaza.snu.ac.kr - 발표자

\*\*\* 현대건설기술연구소 선임연구원 · 공학사 · E-mail : kims@hdec.co.kr

## 2. 폐합단계 해석

그림 1 에는 폐합 시공 단계에서의 사장교의 구조 시스템을 보이고 있다. 폐합 시공은 먼저 Key Segment 를 왼쪽 구조물에 가설하고 오른쪽 구조물에 설치된 데릭 크레인이 Key Segment 를 인양하여 폐합단면에서의 변위 및 처짐각을 일치시켜 두 구조물을 폐합하는 것으로 가정한다. 이때 데릭 크레인에 적절한 인양력을 가하면 양쪽 구조물의 폐합단면에서의 처짐을 일치시킬 수 있다. 그러나 인양력의 조정만으로는 처짐각을 일치시킬 수 없기 때문에 추가로 사장 케이블의 장력을 조정하여야 한다.

폐합 시에 양쪽 구조물이 폐합단면에서 만족시켜야 하는 적합조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta^L(\mathbf{L}^L, P) &= \delta^R(\mathbf{L}^R, P) \\ \theta^L(\mathbf{L}^L, P) - \theta^R(\mathbf{L}^R, P) &= \varepsilon \end{aligned} \tag{1}$$

여기서  $\delta^L, \delta^R, \theta^L$  그리고  $\theta^R$  은 각각 폐합 시공 직전의 왼쪽 구조물과 오른쪽 구조물의 처짐 및 처짐각이며,  $\mathbf{L}^L, \mathbf{L}^R$  그리고  $P$  는 각각 왼쪽 구조물과 오른쪽 구조물에 설치된 사장 케이블의 무응력장 길이와 크레인의 인양력이다. 식 (1)에서  $\varepsilon$  은 처짐각의 허용오차를 나타낸다. 케이블 지지 교량은 비선형 거동을 하기 때문에 식 (1)에서 정의된 적합조건을 만족시키는 인양력과 케이블의 초기 길이는 Newton-Raphson 방법에 의한 반복계산에 의하여 구한다. 식(1) 을 1 차항까지를 포함하는 Taylor 급수로 전개하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta_k^L + \frac{\partial \delta_k^L}{\partial \mathbf{L}^L} \Delta \mathbf{L}^L + \frac{\partial \delta_k^L}{\partial P} \Delta P &= \delta_k^R + \frac{\partial \delta_k^R}{\partial \mathbf{L}^R} \Delta \mathbf{L}^R + \frac{\partial \delta_k^R}{\partial P} \Delta P \\ \theta_k^L + \frac{\partial \theta_k^L}{\partial \mathbf{L}^L} \Delta \mathbf{L}^L + \frac{\partial \theta_k^L}{\partial P} \Delta P - \left( \theta_k^R + \frac{\partial \theta_k^R}{\partial \mathbf{L}^R} \Delta \mathbf{L}^R + \frac{\partial \theta_k^R}{\partial P} \Delta P \right) &= \varepsilon \end{aligned} \tag{2}$$

여기서 아래 첨자  $k$  는 반복 계산 회수를 나타낸다. 식 (2)에는 조건식의 개수 보다 많은 수의 미지수가 포함되어 있기 때문에 식 (2)를 풀기 위하여는 추가의 조건식이 필요하다. 이러한 추가의 조건은 문제에 따라 달라지게 되기 때문에 일반적으로 정의할 수 없으나, 가장 쉽게 생각할 수 있는 조건으로서 장력을 조정하는 케이블의 수를 제한하는 방법을 사용할 수 있다.

식 (2)에는 케이블의 초기 길이 및 데릭 크레인 인양력에 대한 민감도가 포함되어 있다. 변위의 민감도는 케이블 지지 구조물의 강성도 방정식을 직접 미분하여 구할 수 있다. 케이블 지지구조물의 강성도 방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\mathbf{K}_F \mathbf{u} + \mathbf{F}_c(\mathbf{L}, \mathbf{u}(\mathbf{L})) = \mathbf{P} \tag{3}$$

여기서  $\mathbf{K}_F, \mathbf{F}_c, \mathbf{P}$  그리고  $\mathbf{u}$  는 각각 뼈대 구조물의 강성도 행렬, 케이블의 장력, 외부하중, 구조물의 변위이다. 케이블의 장력은 탄성현수선 방정식에 의하여 정의된다 [1]. 식 (3)을 케이블의 초기 길이와 데릭 크레인의 인양력에 대하여 미분하면 다음과 같다.

$$\mathbf{K}_s \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{L}} + \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial \mathbf{L}} + \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{L}} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{L}} = 0$$

$$\mathbf{K}_s \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial P} + \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial P} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial P} = \mathbf{I}_d \tag{4}$$

여기서  $\mathbf{I}_d$  는 데릭의 인양력이 작용하고 있는 자유도에 1 이 위치하고 나머지 부분은 모두 0 인 벡터이다. 식 (4)를 각각 케이블의 초기 길이와 인양력에 대한 변위의 민감도에 대하여 풀면 다음과 같이 민감도를 구할 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{L}} = -\left( \mathbf{K}_s + \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial \mathbf{u}} \right)^{-1} \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial \mathbf{L}}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial P} = \left( \mathbf{K}_s + \frac{\partial \mathbf{F}_c}{\partial \mathbf{u}} \right)^{-1} \mathbf{I}_d \tag{5}$$

식 (4) 와 (5)에서 정의된 케이블 장력에 대한 변위의 민감도 행렬에 관한 자세한 유도 과정은 참고 문헌 [2] 에 주어져 있다.

표 1. 폐합해석 결과

허용 각 오차		폐합전	0 rad	1/400 rad	1/200 rad
데릭하중 (tonf)		-	13.129	14.427	15.722
케이블장력 (tonf)	진도측	204.810	228.974	212.253	195.488
	해남측	191.014	234.088	219.267	204.349
케이블 조절 길이 (cm)	진도측	-	-10.298	-5.474	-0.615
	해남측	-	-10.298	-5.474	-0.615
처짐 (cm)	진도측	-10.854	14.179	7.177	0.190
	해남측	7.531	14.179	7.177	0.190
처짐각 ( $\times 10^{-3}$ rad)	진도측	3.282	-0.712	0.409	1.530
	해남측	-2.123	-0.712	-2.091	-3.470

### 3. 해석 예제

해석 예제로서 현재 시공 중에 있는 제 2 진도 대교를 선택하였다. 제 2 진도 대교는 폭 12.55m, 총 길이 493m, 주탑의 높이 69m, 교각의 높이가 약 30m 인 강 사장교이다. 그림 1 과 같이 진도측에 key segment 를 접합한 후, 해남측에 설치된 데릭 크레인에 의하여 key segment 를 인양하는 순서로 폐합 시공이 진행된다. 중앙 경간의 최외측에 설치된 케이블의 장력을 조정하였으며, 진도측과 해남측의 케이블 조정량은 같다고 가정하였다. 표 1 에는 허용 처짐각에 따른 해석 결과를 보이고 있다. 제안된 방법은 각각의 경우에 대하여 적합조건을 정확히 만족시키는 해를 계산하였다. 표 1 에서 보이듯이 허용 각 오차가 커질수록 케이블의 장력 보정량이 감소한다.

#### 4. 결론

이 연구에서는 사장교 시공 중 폐합단계에서 필요한 케이블 장력의 보정량과 데릭 크레인의 인양력을 Newton-Raphson 방법에 의하여 계산하였다. 변위의 민감도는 케이블 지지 구조물에 대한 강성도 방정식을 직접 미분하여 계산하였다. 제안된 방법은 빠른 수렴성을 보였으며, 주어진 적합조건을 정확히 만족시키는 해를 도출하였다.

#### 참고문헌

1. Kim, K.S and Lee, H.S., (2001) Analysis of target configurations under dead loads for cable-supported bridges, *Journal of Computers and Structures*, Vol. 79, Issue 29-30, pp. 2681-2692
2. 김창현., (2003) , 에너지 최소화를 이용한 사장교의 초기평형상태 해석 기법 및 최적 형상 구현, 공학석사 학위논문, 서울대학교