

계측오차를 포함한 가속도의 이중적분을 위한 정규화 기법

A REGULARIZATION SCHEME FOR DOUBLE INTEGRATION OF ACCELERATIONS WITH MEASUREMENT NOISE

홍윤화¹, 박현우², 이해성¹

- 1) 서울대학교 지구환경시스템공학부, 서울 151-742
- 2) 서울대학교 교량설계핵심기술연구단, 서울 151-742

교신 저자: 이해성, chslee@plaza.snu.ac.kr

요약

최근 센서, 컴퓨터, 그리고 IT 기술 등이 급속히 발전하면서 구조물의 이상여부를 실시간으로 모니터링할 수 있는 구조물 건전성 감시기법(Structural health monitoring)에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 구조물 건전성 감시기법에 사용되는 여러가지 구조물의 동적응답들 중에서 변위이력은 지진과 같은 극한 하중시 구조물이 경험하는 손상의 크기와 밀접하게 관련되어 있다. 따라서, 극한 하중시 구조물의 손상을 정량적으로 평가하기 위해 정확한 구조물의 변위이력 계측이 필수적이다.

일반적으로 변위를 계산하기 위해 측정 가속도를 시간에 대해 두 번 적분하는 방법을 사용하게 되는데, 이 경우 다음의 세가지 계측오차가 발생할 수 있다. 첫번째는, 변위와 속도의 초기조건 불확실성에서 오는 오차, 두번째는 계측 가속도에 포함된 오차의 저주파 대역 증폭에서 오는 오차, 그리고 세번째는 아날로그 신호를 디지털화 하는데서 오는 오차[1, 2]이다. 토목구조물의 경우 기계구조물에 비해 측정시간간격이 길기 때문에 이에 따라 오차가 크게 증폭될 수 있다. 뿐만 아니라, 토목구조물의 경우 기계구조물에 비해 고유진동수의 대역이 매우 낮기 때문에 구조물의 변위이력이 저주파 대역에서 증폭된 계측오차의 영향을 직접적으로 받게 된다. 따라서, 기존의 대역필터(band pass filter)를 이용하여 구조물의 실제 변위를 계측오차 성분들과 분리하기 어렵다.

이 연구에서는 측정가속도의 이중적분 과정에서 증폭되는 저주파 대역의 오차를 감소시키고 보다 정확한 변위이력을 추정하기 위한 정규화 기법을 제안한다.

$$\text{Min}_{\mathbf{u}} \pi = \frac{1}{2} \|\mathbf{L}\mathbf{u} - \bar{\mathbf{a}}\|_2^2 + \frac{1}{2} \lambda \|\mathbf{u}\|_2^2 \quad (1)$$

여기서 \mathbf{u} 는 추정할 변위벡터, $\bar{\mathbf{a}}$ 는 측정 가속도벡터, \mathbf{L} 은 시간에 대한 2차 미분연산자, λ 는 정규화 계수이고, $\|\cdot\|_2$ 는 벡터의 2-norm 을 나타낸다. 우변의 첫번째 항은 추정할 변위를 두번 미분한 계산가속도와 측정 가속도의 차이를 최소화 시키기 위한 오차함수를 나타내고, 두번째 항은 저주파 대역의 계측오차에 의한 변위이력 드리프트(drift)를 최소화하기 위한 구속조건으로서 티코노프 정규화 함수형태로 표현된다. 논의의 편의상 속도, 변위 초기조건은 모두 0 으로 가정하였다. 식 (1)의 목적함수를 최소화하는 변위를 구하면 다음과 같다.

$$\mathbf{u} = (\mathbf{L}^T \mathbf{L} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{L}^T \bar{\mathbf{a}} \quad (2)$$

정규화 기법에서 수학적으로 의미있는 해를 구하기 위해서 적절한 정규화 계수를 결정해야 한다. 이론적으로 오차가 없는 측정 가속도를 두번 적분하여 계산된 변위 $\tilde{\mathbf{u}}$ 와 식(2)에서 계산된 추정변위 $\mathbf{u}(\lambda)$ 의 차이를 최소화하는 정규화계수를 최적 정규화 계수 λ_{opt} 로 정의할 수 있다:

$$\lambda_{opt} \equiv \underset{\lambda}{\text{Min}} A(\lambda) = \left\| \frac{\mathbf{u}(\lambda) - \tilde{\mathbf{u}}}{\|\tilde{\mathbf{u}}\|} \right\|^2 \quad (3)$$

최적 정규화 계수의 존재여부를 확인하기 위해 수행된 다양한 수치모사 실험들 중 대표 예제로서 5층 전단빌딩 수치모사 실험 결과를 수록했다. 계측오차는 10% 비례오차를 사용했고, 샘플링은 0.01 초 간격으로 20 초동안 수행했다. 그림 2에서는 그림 1에서 결정된 최적 정규화 함수를 이용하여 식 (2)로부터 계산된 변위를 정해와 Newmark- β 방법에 의한 결과와 비교하였다. 그림 2에서 Newmark- β 방법은 저주파 오차성분의 증폭으로 인한 심각한 드리프트가 발생하는 반면 정규화로부터 계산된 변위는 정해와 비교하여 6%정도 상대오차를 가지고 정확하게 추정하고 있음을 확인할 수 있었다.

실제상황에서는 변위의 정해를 모르기 때문에 식 (3)과 같이 최적 정규화 계수를 결정할 수 없다. 추후연구에서는 Generalized cross validation(GCV)와 같은 기법들을 이용하여 최적 정규화 계수를 결정하고 그에 따른 추정 결과들을 식(3)에 의한 결과와 비교 검증할 예정이다.

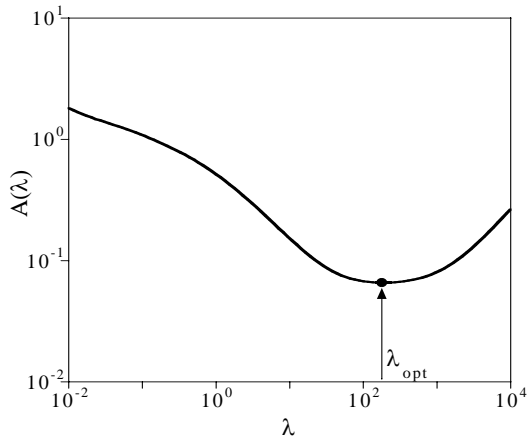


그림 1. λ 의 변화에 따른 $A(\lambda)$ 의 변화

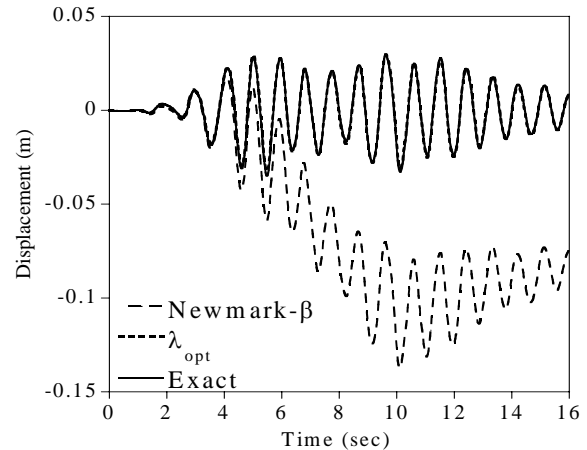


그림 2. 그림1의 λ_{opt} 을 이용하여 식(2)로부터 추정한 변위와 정해와의 비교.

참고문헌

1. Boore D.M., "On Pads and Filters: Procession Strong-Motion Data", *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.95, No. 2, pp. 745-750, April 2005.
2. Subia, S.R. and Wang, M.L. "Nonlinear Hysteresis Curve Derived by Direct Numerical Investigation of Acceleration Data", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 14, pp. 321-330 1995.