

시공단계와 크리프 현상을 고려한 콘크리트 사장교의 목표형상 해석법

Analysis of Target Configuration for Concrete Cable-stayed Bridges Considering Construction Stages and Creep Phenomenon

황재웅* · 이해성**

Jae Woong Hwang · Hae Sung Lee

1. 서 론

케이블은 장력이 도입되기 전에는 강성이 발생하지 않으므로 무응력 상태의 기하형상을 정의할 수 없다. 그러므로 사하중 하에서의 교량 형상을 구조해석을 위한 기준 형상으로 사용하는데, 이를 초기평형상태라 한다. 그리고 초기평형상태의 기하형상이 주어진 목표형상을 만족시키는 케이블의 장력이나 무응력 길이를 결정하는 과정을 초기평형상태 해석이라 한다.

기존의 초기평형상태 해석법은 초기 부재력을 이용한 방법 [1], 기하학적 구속조건을 이용한 방법 [2], 그리고 구조물의 변형 에너지를 최소화하면서 목표 형상을 만족시키는 초기평형상태 해석법 [3] 등이 있다. 그러나 기존의 연구들은 주로 크리프 현상이 발생하지 않는 구조계에 대해서만 이루어졌기 때문에 콘크리트 사장교에 적용하는 데에는 무리가 있다. 이 연구에서는 크리프 현상이 발생하는 콘크리트 사장교에 대해 시공단계를 고려한 목표 형상 해석법을 제시한다.

콘크리트 사장교는 초기평형상태에의 기하형상이 목표형상을 만족하더라도 시간이 지나면서 발생하는 크리프 변형에 의해 구조물의 기하 형상이 달라진다. 그러므로 구조물의 기하형상을 목표형상과 일치시키는 목표 시점을 설정하여, 목표 시점에서의 기하형상이 목표형상을 만족시키는 케이블의 무응력 길이를 Newton-Raphson 법을 이용하여 찾는다.

강재와 같이 외력에 대해 탄성 변형만 발생하는 재료를 사용한 구조물은 시공 과정 및 경로가 다르더라도 탄성 한계 내에서 시공이 이루어지면 시공단계에 관계없이 동일한 최종 상태가 얻어진다. 그러나 시간에 따라 탄성 변형 외의 크리프와 같은 추가의 변형이 발생하는 콘크리트와 같은 재료로 구성된 구조물은 시공 과정 및 경로에 따라 목표 시점에서의 기하형상이 달라진다. 그러므로 시공단계를 고려하여 목표형상 해석법을 수행하여야 한다.

제안된 방법을 캔틸레버 공법으로 시공된 콘크리트 사장교에 적용하여 제안된 방법의 적용성과 타당성을 검증하였다.

2. 콘크리트 사장교의 크리프 해석

* 학생회원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부 석사과정 · 공학사 · E-mail: jwh00@snu.ac.kr

** 정회원 · 서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수 · 공학박사 · E-mail: chslee@snu.ac.kr - 발표자

콘크리트와 같은 재료는 외력이 작용하면 시간이 지남에 따라 탄성 변형 외의 추가의 변형이 발생한다. 크리프 변형도는 크리프의 중첩 법칙에 기반하는 중첩 적분식(convolution integral)으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\epsilon_c^t = \int_0^t C(t, \tau) \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (1)$$

여기서, τ 는 콘크리트의 양생이 완료되어 거푸집이 제거되는 시점이고, $C(t, \tau)$ 는 비크리프 계수(specific creep coefficient)로서 단위 응력에 대한 크리프 변형도로 정의된다. Ketchum 등 [4]은 크리프 변형도를 수치 해석법으로 구하는 과정에서 비크리프 계수를 Dirichlet 급수 형태로 근사하였다. 식(1)을 이용하여 크리프 변형도의 증분량을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_c^{t+\Delta t} &= \sum_{i=1}^n (C(t+\Delta t, t_{i-1}) - C(t, t_{i-1})) \Delta\sigma^{t_i} + C(t+\Delta t, t) \Delta\sigma^{t+\Delta t} \\ &= f_c^t + D_c^{t+\Delta t} \Delta\sigma^{t+\Delta t} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 f_c^t 는 하중 재하 시점에서부터 시각 t 까지 구해진 각 시간 단계의 응력 증분량에 의해 발생하는 크리프 변형도의 증분값이고, $D_c^{t+\Delta t}$ 는 $t+\Delta t$ 에서의 응력 증분량 $\Delta\sigma^{t+\Delta t}$ 에 대한 비크리프 계수이다. 식(2)를 이용하여 응력의 증분을 구하고 이를 케이블 지지 구조물의 평형 방정식에 적용하면 다음과 같이 정리된다.

$$\int_V \mathbf{B} \mathbf{E}_e^{t+\Delta t} \mathbf{B}^T dV \Delta \mathbf{u}^{t+\Delta t} + \frac{\partial \mathbf{F}_{ca}}{\partial \mathbf{u}} \Delta \mathbf{u}^{t+\Delta t} = \Delta \mathbf{P}^{t+\Delta t} + \int_V \mathbf{B} \mathbf{E}_e^{t+\Delta t} f_c^t dV \quad (3)$$

여기서 $\Delta \mathbf{P}^{t+\Delta t}$ 는 t 와 $t+\Delta t$ 사이에서 증가한 외력으로서, $t+\Delta t$ 에서 작용하는 전체 외부 하중 $\mathbf{P}^{t+\Delta t}$ 를 t 에서의 뼈대 요소 부재력 $\int_V \mathbf{B} \sigma^t dV$ 과 케이블 요소 부재력 $\mathbf{F}_{ca}(\mathbf{L}_0, \mathbf{u}^t)$ 로 뺀 값이다. 추가의 외력

$\Delta \mathbf{P}^{t+\Delta t}$ 가 없더라도, 시간이 지남에 따라 f_c^t 가 발생하므로 크리프 현상에 의해 추가의 변위가 발생한다.

3. 콘크리트 사장교의 목표형상 해석법

콘크리트 사장교는 시간에 따른 크리프 변형에 의해 초기평형상태가 시간이 지남에 따라 변하게 된다. 그러므로 목표형상을 만족하도록 완공되었더라도 완공 이후의 목표 시점에서는 구조물의 형상이 목표형상에서 벗어나게 된다. 그러므로 적절한 목표 시점을 설정하고 목표 시점에서의 교량 형상이 목표형상을 만족시키도록 케이블의 무응력 길이를 결정해야 한다. 교량 개통시점을 목표시점으로 설정하고 해석을 수행하였을 때, 목표시점 부근에서 크리프 변형이 안정화되지 못하고 구조물의 거동에 큰 영향을

미칠 수준으로 발생하면 케이블의 무응력 길이나 시공단계를 조정해야 한다. 목표시점까지의 발생한 변위가 목표형상과 일치해야 한다는 조건을 Newton-Raphson 법으로 풀기위해 Taylor 급수로 1 차 항까지 전개하면 다음과 같다.

$$\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{u}(\mathbf{L}_0, \bar{t}) = \mathbf{u}_k^{\bar{t}} + \frac{\partial \mathbf{u}_k^{\bar{t}}}{\partial \mathbf{L}_0} \Delta \mathbf{L}_0 + \text{H.O.T.} \quad (4)$$

여기서 $\bar{\mathbf{u}}$ 는 구조물의 초기형상에서부터 목표형상까지의 변위, $\mathbf{u}(\mathbf{L}_0, \bar{t})$ 는 케이블 무응력 길이 \mathbf{L}_0 에 대해 목표시점 \bar{t} 까지 발생한 변위, k 는 \mathbf{L}_0 를 구하기 위한 반복계산 회수이다. $\partial \mathbf{u}_k^{\bar{t}} / \partial \mathbf{L}_0$ 은 케이블 무응력 길이에 대한 변위 민감도로서 케이블 지지 구조물의 평형 방정식을 \mathbf{L}_0 에 대해 직접 미분하여 구할 수 있다 [5]. 크리프 현상이 발생하는 구조물의 변위 민감도는 크리프 변형도의 민감도에 영향을 받으므로 다음 식을 통해 변위 민감도를 계산할 수 있다.

$$\left(\int_V \mathbf{B} E_e^{t+\Delta t} \mathbf{B} dx + \mathbf{K}_{ca}^{t+\Delta t} \right) \frac{\partial \mathbf{u}^{t+\Delta t}}{\partial \mathbf{L}_0} - \int_V \mathbf{B} E_e^{t+\Delta t} g_c^t dV + \mathbf{K}_g^{t+\Delta t} = 0 \quad (5)$$

주어진 목표형상으로 결정되는 $\bar{\mathbf{u}}$, k 번째 반복계산으로 구해진 무응력 길이 \mathbf{L}_0^k 와 목표시점 \bar{t} 에 의해 결정되는 $\mathbf{u}_k^{\bar{t}}$, 식(5)에서 구해진 변위 민감도 $\partial \mathbf{u}_k^{\bar{t}} / \partial \mathbf{L}_0$ 를 식(4)에 대입하면 무응력 길이의 보정량 $\Delta \mathbf{L}_0$ 가 결정된다.

4. 시공단계를 고려한 목표형상 해석법

콘크리트 구조물은 탄성 변형 외에도 크리프 변형이 발생하기 때문에 시공 과정이나 경로에 영향을 받는다. 또한 케이블 구조물은 시공 과정에서 응력의 변화가 빈번하게 발생하므로 이를 고려하여 케이블의 무응력 길이를 추정해야 한다. 현장 타설 콘크리트 사장교를 캔틸레버 공법으로 가설하면, 각 세그먼트별로 타설 시점, 하중 재하 시점 등이 달라진다. k 번째 부재의 크리프 변형도는 다음과 같다.

$$\epsilon_c^t = \int_{t_k}^t C(t, \tau - t_k) \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (6)$$

여기서 t_k 는 거푸집에 콘크리트가 타설되는 시점이다. 추가의 보강형이 타설, 케이블의 정착, 콘크리트 양생 후 거푸집 제거와 케이블의 긴장의 과정을 식(6)을 이용하여 수행한다.

4. 예제

일방향 캔틸레버(one-side cantilever) 공법으로 시공된 지간장 104m(24-48-24), 케이블 개수 12 개의

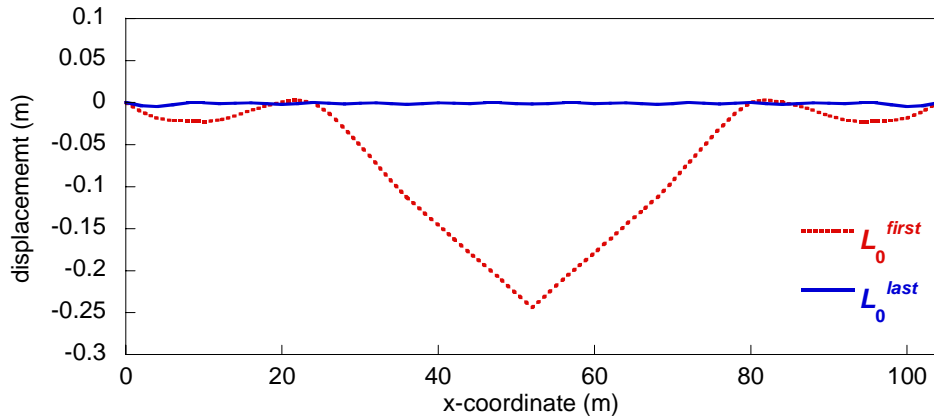


그림 1. 무응력 길이에 따른 거더 형상

팬타입(fan type) 콘크리트 사장교 모델에 대하여 이 연구에서 제안한 목표형상 해석법을 적용하였다. L_0^{first} 는 초기 가정치이고, L_0^{last} 는 반복 계산을 통해 얻은 무응력 길이이다. L_0^{first} 와 L_0^{last} 에 대한 콘크리트 사장교의 목표시점 1,000 일에서의 거더 형상을 그림 1에서 나타내었다.

5. 결론

이 논문에서는 크리프 현상이 발생하는 콘크리트 사장교의 목표형상 해석법을 제안하였다. 시공 과정에 발생한 응력 이력을 고려하여 목표 시점에서의 구조물 기하형상이 목표형상을 정확히 만족시키도록 케이블의 무응력 길이를 추정하는 방법을 제안하였다. 또한 팬타입 콘크리트 사장교 모델을 통해 제안된 방법의 적용 가능성과 타당성을 검증하였다.

감사의 글

이 연구는 (주)유신코퍼레이션 지원하에 지진공학연구센터에 연구 관리를 받는 신형식 교량의 시간의존적 특성을 고려한 거동연구 과제에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사 드립니다.

참고문헌

1. 김제춘, 사장교의 초기평형상태 및 시공형상 결정, 공학박사학위논문, 서울대학교, 1999
2. Kim, K. S. and Lee, H. S., Analysis of target configurations under dead loads for cable-supported bridges, *Journal of Computers and Structures*, Vol. 79, Issue 29-30, pp. 2681-2692, 2001
3. 김창현, 이해성(2005), 최적화 기법을 이용한 사장교의 초기평형상태 해석, 토목학회논문집, Vol. 25, No.6A, pp. 1071-1084.
4. M. A. Ketchum and A. C. Scordelis, Redistribution of stresses in segmentally erected prestressed concrete bridges. Report no. UCB/SESM-86/07, University of California, Berkeley, CA (1986).
5. 이민권, 이해성(2006), 대칭형 강 사장교의 폐합해석과 시공오차 예측, 토목학회논문집, Vol. 25, No.6A, pp. 1071-1084.