

구조물의 계측가속도를 이용한 변위 재구성에서의 정규화 기법

A REGULARIZATION SCHEME FOR DISPLACEMENT RECONSTRUCTION USING ACCELERATION DATA MEASURED FROM STRUCTURES

홍윤화*, 박현우**, 이성욱***, 이해성****

Hong, Yun Hwa · Park, Hyun Woo · Lee, Sung Uk · Lee, Hae Sung

1. 서 론

최근 센서, 컴퓨터, 그리고 IT기술 등이 급속히 발전하면서 구조물의 이상 여부를 실시간으로 감시할 수 있는 구조물 건전성 감시기법(Structural health monitoring)에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 구조물 건전성 감시기법에 사용되는 여러가지 구조물의 동적응답들 중에서 변위이력은 지진과 같은 극한 하중시 구조물이 경험하는 손상의 크기와 밀접하게 관련되어 있다. 따라서, 극한 하중시 구조물의 손상을 정량적으로 평가하기 위해 정확한 구조물의 변위이력 계측이 필수적이다.

일반적으로 변위를 계산하기 위해 측정 가속도를 시간에 대해 두 번 적분하는 방법을 사용하게 되는데, 이 경우 다음의 세가지 계산오차가 발생할 수 있다. 첫번째는 변위와 속도 초기조건 불확실성에서 오는 오차, 두번째는 측정 가속도에 포함된 계측오차가 시간적분과정에서 증폭되어 발생하는 오차, 그리고 마지막으로 아날로그 신호를 디지털 신호로 샘플링할 때 시간 간격이 적절하지 않은 경우 발생하는 오차이다(Boore, 2005; Subia 1995).

토목구조물의 경우 기계구조물에 비해 동적응답계측을 위한 샘플링 시간 간격이 길기 때문에 저주파 대역에서 계측오차성분이 시간적분과정에서 크게 증폭된다. 이렇게 증폭된 계측오차 성분은 시간에 대해 비선형 드리프트(nonlinear drift)형태로 변위이력에 포함된다. 고유진동수 대역이 낮은 토목구조물의 경우, 계측 가속도를 이중적분하여 변위이력을 계산하면 저주파 대역에서 증폭된 계측오차의 영향을 직접 받게 되어 정확한 변위이력을 계산하기 어렵다.

이 연구에서는 계측 가속도로부터 변위이력을 계산하는 과정에서 계측오차에 의해 발생하는 비선형 드리프트를 효과적으로 감쇠시킬 수 있는 정규화 기법을 제안한다. 계측 가속도가 주어질 때, 가속도와 변위의 운동학법칙으로부터 변위를 재구성하는 문제는 경계조건문제로 표현된다. 만일, 양쪽 경계조건에 해당하는 변위가 주어지지 않는 경우, 변위이력에 대한 해가 유일성이 보장되지 않기 때문에, 변위에 대한 적절한 기지정보를 구속조건으로 부여하는 정규화 기법을 도입한다. 정규화기법을 통하여 해의 유일성 문제를 해결할 수 있을 뿐만 아니라 계측오차에 의한 비선형 드리프트 현상도 효과적으로 감쇠시킬 수 있음을 보인다. 변위 재구성과정에서 계산 효율성을 높이기 위한 시간창 기법을 간략하게 소개한다.

제안된 방법을 전단빌딩과 트러스 교량에서 수치적으로 모사된 가속도 데이터로부터 변위를 재구성하는 문제에 적용하여 타당성을 검증한다.

2. 정규화 기법을 이용한 가속도 이중적분

일반적으로 구조물의 동적 거동을 나타내는 지배 방정식은 다음 식(1)-(2)의 평형방정식과 운동방정식으로 나타낼 수 있고 초기 및 경계조건이 적절히 주어질 때 유일해가 존재하는 초기-경계조건문제이다.

* 학생회원 서울대학교 지구환경시스템공학부 석사과정 E-mail: hyh99@snu.ac.kr

** 비회원 한국철도공사 철도연구개발센터 차장 공학박사 E-mail: hwpark91@snu.ac.kr -발표자

*** 비회원 한국철도공사 철도연구개발센터 기술연구팀장 · 공학박사 E-mail: ksleesu5802@hanmail.net

**** 정회원 서울대학교 지구환경시스템공학부 부교수 공학박사 E-mail: chslee@snu.ac.kr

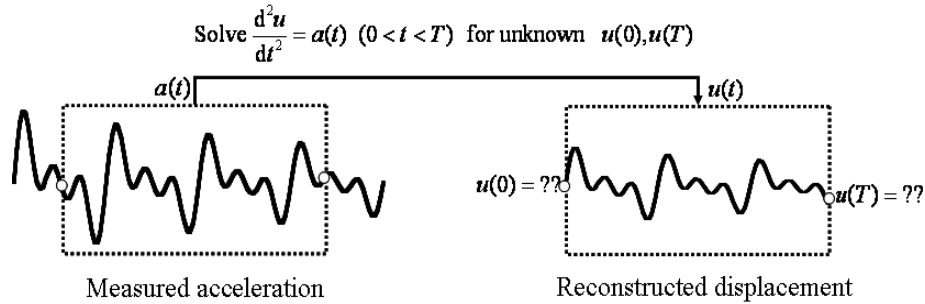


그림 1. 가속도 이중적분을 이용한 변위 추정(Boundary Value Problem)

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{C}\mathbf{v} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{P}(t) \quad (t \geq 0) \quad \text{for given } \mathbf{u}(0), \mathbf{v}(0) \quad (1)$$

$$\mathbf{v}^{t+\Delta t} = \mathbf{v}^t + \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{a}(\tau) d\tau \quad \mathbf{u}^{t+\Delta t} = \mathbf{u}^t + \int_t^{t+\Delta t} \mathbf{v}(\tau) d\tau \quad (2)$$

여기서, \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} , \mathbf{a} , \mathbf{v} , \mathbf{u} , \mathbf{P} , 그리고 t 는 각각, 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬, 가속도벡터, 속도벡터, 변위벡터, 외력벡터, 그리고 시간을 나타낸다.

반면, 구조물로부터 직접 측정 가속도가 주어질 때, 변위이력을 구하는 문제는 가속도와 변위의 운동학 관계로부터 변위이력을 재구성하는 문제로서 그림1과 같은 경계조건문제로 표현된다. 측정가속도만을 이용하여 변위이력을 재구성하는 문제는 그림1과 같이 경계조건 ($u(0), u(T)$)이 미지값이 되므로 해의 유일성이 보장되지 않는 rank-deficient 문제이다. 미지의 경계값으로 인한 rank deficiency를 해결하고 측정가속도의 이중적분 과정에서 증폭되는 저주파 비선형 드리프트를 감쇠시켜 보다 정확한 변위 이력을 추정하기 위해 다음과 같은 오차함수와 정규화 기법을 제안한다.

$$\text{Min } \pi = \frac{1}{2} \|\mathbf{L}\tilde{\mathbf{u}} - \bar{\mathbf{a}}\|_2^2 + \frac{1}{2} \lambda \|\tilde{\mathbf{u}}\|_2^2 \quad (3)$$

여기서 $\tilde{\mathbf{u}}$ 는 추정할 변위벡터, $\bar{\mathbf{a}}$ 는 측정 가속도벡터, \mathbf{L} 은 시간에 대한 2차 미분연산자, λ 는 정규화 계수이고, $\|\cdot\|_2$ 는 벡터의 2-norm을 나타낸다. 우변의 첫번째 항은 추정할 변위를 두번 미분한 계산가속도와 측정 가속도의 차이를 최소화 시키기 위한 오차함수를 나타내고, 두번째 항은 저주파 대역의 계측오차에 의한 변위이력 드리프트(drift)를 최소화하기 위한 구속조건으로서 티코노프 정규화 함수형태로 표현된다. 일반적인 감쇠를 가진 구조물에서 발생한 변위성분은 시간의 경과에 따라 감쇠로 인해 감소하여 정적저집상태에 도달하게 되므로 두 번째 항의 구속조건은 그 물리적 정당성을 갖는다. 식 (3)의 목적함수를 최소화하는 변위를 구하면 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{u}} = (\mathbf{L}^T\mathbf{L} + \lambda\mathbf{I})^{-1}\mathbf{L}^T \bar{\mathbf{a}} \quad (4)$$

정규화 기법에서 의미있는 해를 구하기 위해서 적절한 정규화 계수를 결정해야 한다. 이론적으로 오차가 없는 측정 가속도를 두번 적분하여 계산된 변위 $\hat{\mathbf{u}}$ 와 식(4)에서 계산된 추정변위 $\tilde{\mathbf{u}}$ 의 차이를 최소화하는 정규화계수를 최적 정규화 계수 λ_{opt} 로 정의할 수 있다.

$$\lambda_{opt} \equiv \text{Min } A(\lambda) = \left[\frac{\|\tilde{\mathbf{u}} - \hat{\mathbf{u}}\|^2}{\|\hat{\mathbf{u}}\|^2} \right] \quad (5)$$

다양한 수치예제들에 제안된 기법을 적용시킨 결과 식(5)를 만족시키는 최적 정규화 계수가 존재함을 확인하였다. 그들중 대표적인 예제로서 5층 전단빌딩(고유진동수:2.2~13Hz)의 최상층에서 측정된 가속도로 부터 변위를 재구성한 결과를 수록했다. 계측오차는 10% 비례오차를 사용했고, 샘플링은 0.01초 간격으로 계측 시간은 20초이다. 그림3에서는 그림2에서 결정된 최적 정규화 함수를 이용하여 식 (5)로부터 계산된 변위를 정해와 Newmark- β 방법에 의한 결과와 비교하였다. 그림3에서 Newmark- β 방법은 저주파

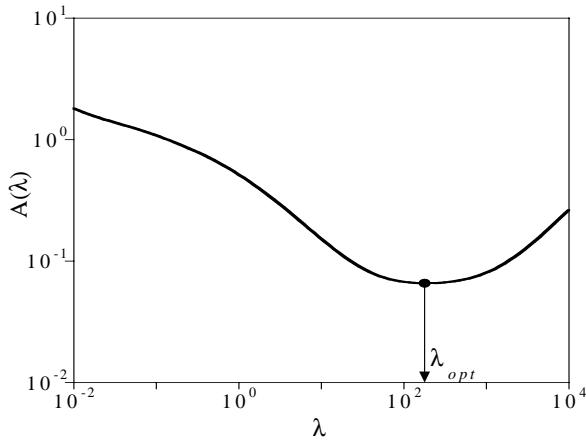


그림 2. λ 의 변화에 따른 $A(\lambda)$ 의 변화

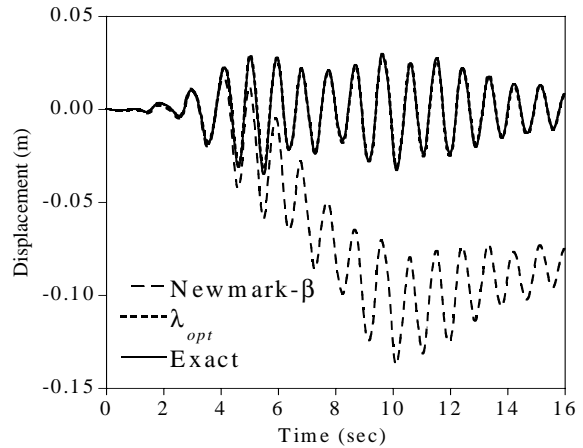


그림 3. 그림 1의 λ_{opt} 을 이용하여 식(2)로부터 추정된 변위와 정해와의 비교.

오차성분의 증폭으로 인한 심각한 비선형 드리프트가 발생하는 반면 정규화로부터 계산된 변위는 6% 상대오차 범위에서 실제 변위를 정확하게 추정하고 있음을 확인할 수 있었다.

실제상황에서는 변위의 정해를 모르기 때문에 식 (5)과 같이 최적 정규화 계수를 결정할 수 없다. 이 연구에서는 generalized cross validation(GCV)(Hansen, 1997)와 같은 기법들을 이용하여 최적 정규화 계수를 결정하고 그에 따른 추정 결과들을 식(5)에 의한 결과나 해석해와 비교 검증하였다.

3. 시간창 기법 (Time Window Technique)

시간의 흐름에 따라 누적되는 모든 가속도 데이터를 한 번에 계산하는 것은 방대한 시간이 소요되므로 구조물 건전성 감시(Structural health monitoring)를 위해 변위 추정에 필요한 계산시간을 단축시킬 필요가 있다. 이 연구에서는 그림4와 같이 측정된 가속도 자료를 일정한 크기(t_w)의 시간창 단위로 분할하고 각각의 시간창 내의 측정가속도에 대해 식(3)과 GCV를 적용하여 변위이력을 추정하였다. 경계조건문제의 특성상 초기조건이 불확실할 때 그 영향을 가장 덜 받는 지점이 시간창의 중앙 지점이다. 이를 고려하여 그림4와 같이 각각의 시간창에서 재구성된 변위중 중앙 지점의 변위를 해당 시간창을 대표하는 변위로 정의하였다. 시간창을 시간스텝에 대해 그림4와 같이 점진적으로 이동시키면서 각각의 시간창의 중앙 지점의 변위를 계산하게 되면 전체 시간에 대해 변위이력을 구성할 수 있다.

GCV를 이용한 최적정규화계수 결정의 적절성과 시간창 기법의 효용성을 확인하기 위해 수행된 수치예제들 중 그림5과 같이 7번,16번부재가 각각 40%,50%로 손상된 2경간트러스교량 (고유진동수:6~114 Hz)에 고베지진 지반운동이 가해진 모사실험 결과에 대해서 수록했다. 계측오차는 10% 비례오차를 사용했고, 샘플링은 0.005초 간격으로 14초동안 수행했다. 시간창의 크기는 2초이고 정규화계수는 첫 시간창에서 결정된 값을 나머지 시간창들에 적용하였다. 그림6에서 보는 바와 같이 정규화를 통해 추정된 변위는 해석변위와 위상이 일치하고 최대변위와 변위 이력을 적절하게 추정하고 있음을 확인할 수 있다.

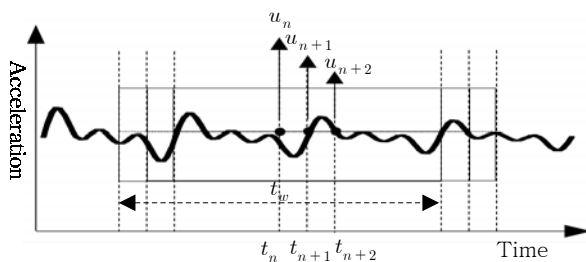


그림 4. Time Windowing Technique를 이용한 변위 추정 변화

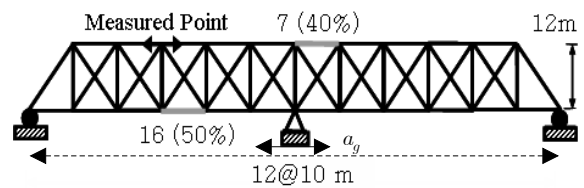


그림 5. 2경간 연속트러스의 기하형상, 경계조건, 가속도 계측점

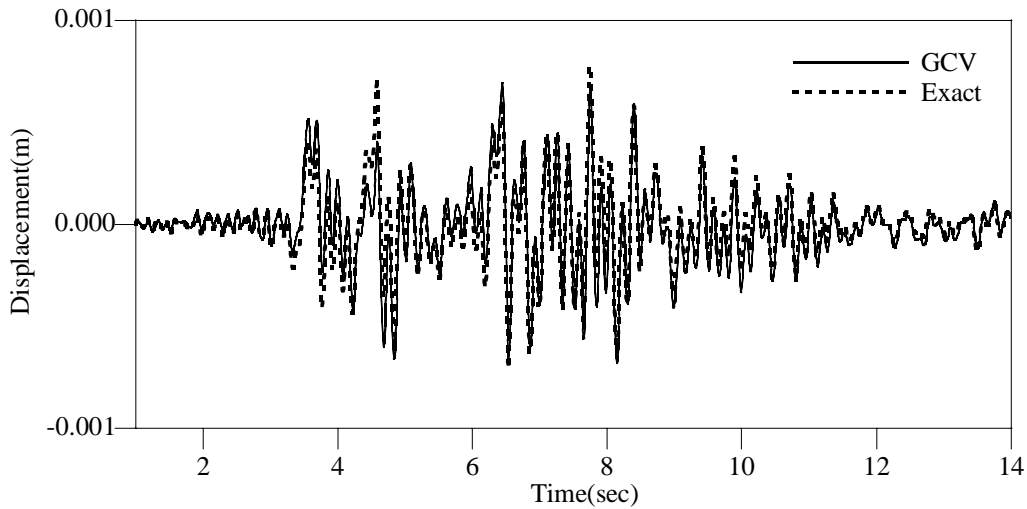


그림 8. 2경간 트러스에서 정규화를 통한 변위추정 결과

4. 맺음말

이 연구에서는 계측 가속도로부터 재구성된 변위이력에서 발생할 수 있는 비선형 드리프트를 효과적으로 감쇠시킬 수 있는 정규화 기법을 제안하였다. 계측 가속도가 주어질 때, 변위를 재구성하는 문제가 가속도와 변위의 관계식으로부터 경계조건문제로 표현됨을 보였다. 이 때, 양쪽 경계조건에 해당하는 변위가 주어지지 않는 경우, 변위이력에 대한 해의 유일성이 보장되지 않는다. 정규화기법을 통하여 변위에 대한 구속조건을 부여함으로써 해의 유일성 문제를 해결할 수 있을 뿐만 아니라 계측오차에 의한 비선형 드리프트 현상도 효과적으로 감쇠시킬 수 있음을 보였다. 시간에 따라 전진하는 시간창 기법을 적용하여 변위 재구성과정에서 계산 시간을 크게 단축시킴으로써 구조물 건전성 감시에 적용할 수 있음을 보였다. 추후, 실제 구조물에서 가속도와 변위를 동시에 측정하여 제안된 방법에서 복원된 변위와 실제변위, 기존의 주파수 영역의 대역필터기법들과 비교하여 타당성을 검증할 예정이다.

참고문헌

1. Boore D.M. (2005) "On pads and filters: procession strong-motion data," *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.95, No. 2, pp. 745-750.
2. Subia, S.R. and Wang, M.L. (1995) "Nonlinear hysteresis curve derived by direct numerical investigation of acceleration data," *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 14, pp. 321-330 1995.
3. Hansen, P.C. (1997) *Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems*. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia