교량의 측정 가속도를 이용한 이동차량의 중량 추정

Moving vehicle identification using Measured Bridge Acceleration

김종헌* · 박현우** · 홍윤화*** · 이해성****

Kim, Jongheon · Lee, Hae Sung

1. 서 론

사회, 경제적 발전으로 인한 화물자동차의 급격한 증가는 교량의 균열 파손을 증대시켜 유지 및 복구를 위한 막대한 예산지출을 발생시키고 있다. 따라서, 주행 중인 차량의 중량을 파악하여 과적 차량의 불법운행을 단속할 필요성이 증대되고 있다. 그러나 차량을 정지시켜 측정하는 것은 번잡함과 사회경제적 손실을 발생시키므로 주행중인 차량을 정지시키지 않고 중량을 계측 할 수 있는 시스템의 개발이 필요하다. 미국의 Moses 가 주행중인 차량의 무게를 추정 하기 위하여 교량을 이용하는 원리를 처음으로 제안하였으며 이것이 BWIM (Bridge Weight-in-Motion)의 효시이다.[1] 이 후, 미국과 유럽을 중심으로 꾸준한 연구가 진행되어져 왔으나[2,3,4], 전통적인 BWIM 시스템은 다음과 같은 근본적인 문제점을 가지고 있다. 즉, BWIM 시스템은 교량의 변형도 즉, 정적인 응답에 기반한 추정 방법이기 때문에 이동하는 차량의 동적 효과, 교량의 동적 효과, 차량과 교량 사이의 동적 상호작용 등을 정확하게 반영할 수 없다. 또한, 축 센서를 교량이 시작하기 전의 도로 표면에 설치함으로써 마모되거나 끊어지는 문제가 발생하여 유지 및 보수가 어려운 단점이 있다. 이 논문에서는 동적 지배 방정식의 수치적 시간 이력 해석에 기반하여 교량의 가속도 응답을 이용하는 방법을 제안한다. 유한 요소법에 의해 교량을 모델링 하고 차량의 중량과 속도를 시스템 변수로 정의한 후, 모델링 된 구조물의 계산 가속도와 교량의 실제 측정 가속도의 자승오차를 최소화 하는 문제로서 주행 차량의 중량을 추정한다. 이 비선형 최적화 문제를 풀기 위해 Newton-Rhapson 방법을 사용하며, 동적 지배 방정식을 시간에 대해 이산화 및 적분 한 후 이를 직접 미분하여 민감도를 계산한다. 차량 중량의 실시간 및 연속적인 추정을 위해서 시간창 기법을 도입하며, 역해석 문제에 내포된 해의 불안정성 문제를 해결 하기 위해 Tikhonov 정규화[5]를 적용한다. 단일 경간-양방향 차량 통행모델에 대한 수치예제를 통하여 제안된 방법의 타당성을 검증한다.

2. 이동 차량 중량 추정 시스템

그림 1 은 교량 위를 주행중인 차량의 중량을 추정하기 위한 시스템의 개념도이다. 유한 요소법에 의해 구조물을 모델링 하고 모델링 된 구조물의 계산 가속도와 교량의 실제 측정 가속도의 자승오차를 최소화

* 학생회원 · 서울대학교 건설환경공학부 석사과정 · 공학사 · E-mail: jhkim01@snu.ac.kr – 발표자
** 정회원 · 동아대학교 토목공학부 전임강사 · 공학박사 · E-mail: hwpark@dau.ac.kr
*** 학생회원 · 서울대학교 건설환경공학부 박사과정 · 공학석사 · E-mail: hyh99@snu.ac.kr
**** 정회원 · 서울대학교 건설환경공학부 교수 · 공학박사 · E-mail: chslee@snu.ac.kr

하는 문제로서 주행 차량의 중량을 추정한다. 그러나, 실제로 이동 중인 차량의 중량 뿐만 아니라 속도 역시 미지수이기 때문에 차량의 속도도 구하고자 하는 해, 즉 시스템 변수에 포함시켜야 한다. 이 때, 시스템 변수들의 구속조건은 다음과 같다. 즉, 차량의 중량은 물리적으로 음수가 될 수 없으며, 실제로 최대값도 예측 할 수 있기 때문에 차량 중량의 하한값과 상한값을 결정 할 수 있다. 또, 차량의 속도는 현재 대부분의 교량에서 통행 차량에 대하여 측정 되고 있으며, 최대 오차는 ±10%로 알려져 있기 때문에 이로부터 차량 속도의 하한값과 상한값을 결정 할 수 있다. 이러한 선형 구속 조건을 더하여 차량 중량을 추정하기 위한 최적화 식은 다음과 같다.

$$\underset{\mathbf{\Omega}}{\mathrm{Min}}\,\mathbf{\Pi}_E = \frac{1}{2}\int_0^{\tau} \left\| \mathbf{a}(\mathbf{\Omega}\,|\,t) - \overline{\mathbf{a}}(t) \right\|_2^2 dt \quad \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\mathbf{\Omega}) \le 0 \tag{1}$$

여기서, $\mathbf{a}$ 는 모델링 된 교량에서 계산된 가속도, $\overline{\mathbf{a}}$ 는 실제 교량의 측정 가속도, τ 는 가속도의 총 측정시간이다. 또, $\mathbf{\Omega}$ 는 시스템 변수로써 차량의 중량과 속도이며 시간에 대하여 변하지 않는다고 가정한다. 가속도는 실제로 각각의 시간단계에서 측정되므로 식 (1)을 시간에 대해 이산화 하면 다음과 같다.

$$\underset{\mathbf{\Omega}}{\mathrm{Min}}\,\mathbf{\Pi}_E = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{nt} \left\| \mathbf{a}_k(\mathbf{\Omega}) - \overline{\mathbf{a}}_k \right\|_2^2 \Delta t \quad \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\mathbf{\Omega}) \le 0 \tag{2}$$

여기서, nt 는 총 측정 시간 τ 에서 가속도가 측정된 횟수, Δt 는 측정간격이다. 식(2.2)으로 정의되는 최소화 문제는 교량의 가속도가 시스템 변수, 특히 차량의 속도에 대한 비선형 함수이기 때문에 비선형 최적화 문제이며, 이를 풀기 위해 이 연구에서는 Newton-Rhapson 방법을 사용한다. 즉, 식 (2)을 선형화 한 식 (3)의 이차종속문제를 반복적으로 풀어서 최적해를 구한다.

$$\underset{\Delta\mathbf{\Omega}_k}{\mathrm{Min}} \left[\frac{1}{2}\Delta\mathbf{\Omega}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{H}_k\Delta\mathbf{\Omega}_k - \Delta\mathbf{\Omega}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{a}_k^r \right] \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\mathbf{\Omega}_k + \Delta\mathbf{\Omega}_k) \le 0 \tag{3}$$

여기서, k 는 반복 단계, $\mathbf{S}_k$ 는 $\mathbf{\Omega}_k$ 에 대한 $\mathbf{a}_k$ 의 민감도 행렬, $\mathbf{H}_k$ 는 오차함수에 대한 헤시안 행렬, $\mathbf{a}_k^r$ 는 가속도의 잔차이다. 헤시안 행렬에는 오차함수의 이차 미분항이 포함되어 있으며, 계산의 간편함을 위해서 가속도의 일차 민감도만으로 근사하는 Gauss-Newton 헤시안 행렬을 사용한다. 식(3)의 선형 최적 조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{H}_k\Delta\mathbf{\Omega}_k - \mathbf{S}_k^{\mathrm{T}}\mathbf{a}_k^r = 0 \tag{4}$$

식 (4)를 수렴 조건이 만족 될 때까지 반복적으로 풀어 해를 결정한다.

3. 시간창 기법

식 (2)로 정의 되는 최적화 문제는 측정 데이터의 개수가 증가함에 따라 더욱 큰 데이터 저장 공간이 필요하게 될 뿐만 아니라 해석시간도 증가하게 되므로 결과적으로 차량 중량의 실시간 추정이 어렵게 된다.

따라서, 특정 시점에 진입한 차량에 대하여 추정할 시, 전체 시간영역의 데이터를 이용하는 대신 식 (5)로 정의 되는 특정 시간 영역에서의 데이터만을 이용하여 추정할 필요가 생기며, 이것이 시간창 기법을 도입하는 주요한 이유이다.

$$\underset{\mathbf{\Omega}}{\text{Min}}\,\Pi_E = \frac{1}{2}\int_{\tau_1}^{\tau_2} \| \mathbf{a}(\mathbf{\Omega}\,|\,t) - \overline{\mathbf{a}}(t) \|_2^2\, dt \quad \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\mathbf{\Omega}) \le 0 \tag{5}$$

여기서, τ_1 , τ_2 는 시간창의 시작과 끝 시점이다. 시간창 기법의 도입 시, τ_1 과 τ_2 에 의해 결정되는 시간창의 크기 및 범위, 각 시간창 내에서 추정 대상이 되는 차량, 즉 시스템 변수의 결정 방법은 추정 결과에 영향을 미치는 주요 인자이며, 이들 인자들은 수치해석 결과로부터 결정하였다.

각 시간창은 추정 대상 차량이 구조물에 진입한 시점으로부터 3 초로 정의한다. 이때, 차량이 구조물에 진입한 후 빠져나가기 까지의 시간이 3 초 이하이면, 즉 차량이 구조물을 빠져나간 이후의 데이터가 측정 가속도에 포함되면 식 (1)로 정의되는 최적화 함수에는 local minimum 들이 발생하게 된다. 따라서, 차량이 빠져 나가기 전까지의 데이터를 이용하여 1 차 해석을 하여 초기값을 정해 부근으로 접근 시킨 후 전체 데이터를 이용한 2 차 해석을 수행하여 최종 해를 결정하는 방법을 제안한다.

만약, 현재 시간창의 측정 가속도를 과거 시간창에서 진입한 차량에 의한 가속성분과 성분과 현재 시간창에서 진입한 차량에 의한 가속도 성분으로 분리할 수 있다면 현재 시간창에서 진입한 차량에 의한 가속도만에 의해 해석을 수행하여 과거 차량의 영향을 해소 할 수 있을 것이다. 그러나 이 두 성분의 가속도는 개념적으로만 분리할 수 있을 뿐 실제로는 분리하는 것이 불가능하다. 해석을 수행하는 과정에서는 측정 가속도에서 과거 시간창에서 추정된 차량에 의한 가속도를 뺀 가속도로부터 현재 시간창에 진입한 차량을 추정하게 된다. 따라서 만약 과거 시간창에서 추정된 차량의 중량과 속도가 정해가 아니면서 고정되어 있다면, 이로 인한 부정확한 가속도는 현재 시간창에서의 해석결과에 나쁜 영향을 미치게 되며, 결과적으로 과거 시간창에서 발생된 오차가 현재 시간창으로 전파되는 현상이 발생한다. 이와 같은 오차의 전파를 막기 위해서는 과거 시간창에서 추정된 차량의 중량과 속도를 현재 시간창에서의 해석시 고정시켜서는 안되며, 시스템 변수에 포함시켜야 한다. 이것은 비록 과거 시간창에서 구조물에 진입한 차량이라 할지라도, 만약 현재 시간창에서 아직 구조물을 빠져 나가지 않은 상태라면 그 차량에 대한 가속도의 민감도가 존재하며 여전히 시스템 변수로 정의될 수 있기 때문에 타당하다.

4. 정규화 기법

구조물의 측정 가속도로부터 이동 차량의 중량 및 속도를 추정하는 것은 역해석 문제이며, ill-posed 문제의 일종이다. 이것은 측정 가속도의 noise 로 인하여 해의 불안정성-해의 비유일성, 해의 불연속성 문제를 내포하고 있기 때문이다. 이러한 문제는 전 장에서 기술하였던 시간창 기법을 사용하여 일부 해소될 수 있으나 수치해석 결과 만족할 만한 수준의 추정정확도를 얻을 수 없었다. 이 연구에서는 해의 불연속성을 해소하고 수렴성을 높여주기 위해서 Tikhonov 정규화 기법을 사용한다. 즉, 식 (1) 같이 오차함수를 최소화 하는 것으로 정의된 최적화 문제에서 식 (6)과 같이 정규화 함수가 더하여진 새로운 오차함수를 최소화 하는 문제로 변환하여 불안정성을 해소한다.

$$\underset{\boldsymbol{\Omega}}{\text{Min}}\,\boldsymbol{\Pi} = \frac{1}{2}\left\|\mathbf{a}(\boldsymbol{\Omega}) - \bar{\mathbf{a}}\right\|_2^2 + \frac{\lambda^2}{2}\left\|\boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega}_{base}\right\|_2^2 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\boldsymbol{\Omega}) \le 0 \tag{5}$$

여기서 λ 는 정규화 계수, $\boldsymbol{\Omega}_{base}$ 는 시스템 변수의 정규화 베이스라인이다. 정규화 계수는 비선형 문제의 적용에 효과적인 Geometric Mean Scheme (GMS)[5]을 사용하여 결정한다. 정규화 베이스라인은 차량 속도에 대해서는 측정 속도를 베이스라인으로 사용하고, 차량 중량에 대해서는 차량이 진입하는 순간의 교량 가속도와 차량의 측정 속도로부터 계산되는 값을 사용한다.

5. 결론

이 논문에서는 교량의 가속도 응답을 이용하여 교량에서 주행중인 차량의 중량을 추정하는 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 보다 심도 있는 연구와 검증을 통해서 우리나라의 교량 설계 및 유지관리를 효율적으로 수행하고 교통량 조사와 중차량 단속 시스템의 구축을 위해 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

이 연구는 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 건설교통부 건설핵심기술연구개발사업과 서울대학교 SIR BK21(안전하고 지속가능한 사회기반건설)사업단의 연구비 지원으로 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

참고문헌

1. F. Moses, Weigh-in-Motion System Using instrumented Bridges, *Journal of Transportation Engineering*, *ASCE*, 1979
2. EU, COST323 European Specification on Weigh-in-Motion of Road Vehicle, Draft 2.2, 1997
3. Sarah K. Leming, Harold L. Stalford, Bridge Weigh-in-Motion System Development Using Static Truck/Bridge Models, *Proceedings of the American Control Conference Anchorage AK May 8-10*, 2002
4. R. Karoumi, J. Wiberg, A. Liljencrantz, Monitoring traffic loads and dynamic effects using an instrumented railway bridge, *Engineering Structures 27*, 2005
5. A. Tikhonov, V. Arsenine, Solutions to Ill-Posed Problems, Winston-Wiley, New York, 1977

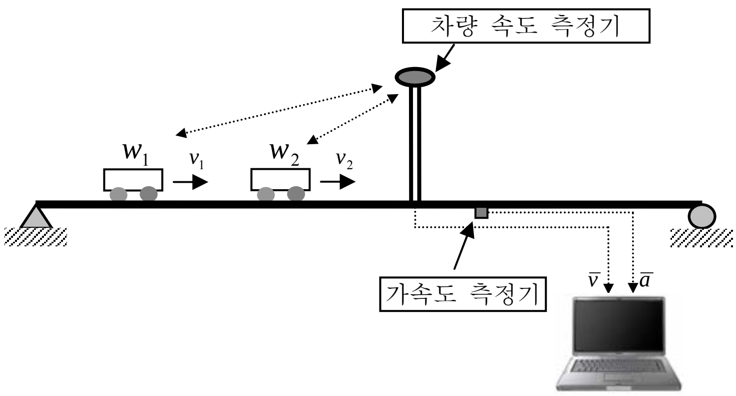

그림 1 이동 차량 중량 추정 시스템