

버페팅 하중이 작용하는 사장교의

케이블 국부 진동 평가를 위한 2 단계 해석법

Two-step procedure for analysis of local vibrations in the stay cables of a cable-stayed bridge under buffeting wind loads

정길제* · 안동희** · 김호경*** · 이해성****

Jung, Kilje · Ahn, Dong-Hee · Kim, Ho-Kyung · Lee, Hae Sung

1. 서론

최근 교량기술의 발전으로 교량들의 장경간화가 급속히 이루어지고 있는 실정이다. 이로 인한 교량들의 구조적인 안정성문제와 함께 진동에 의한 사용성문제가 대두되고 있다. 특히, 사장교의 장경간화로 인한 케이블의 진동현상은 케이블 자체의 피로현상을 야기시킬 뿐만 아니라, 주행자들에게 심리적 불안감을 주므로 간과할 수 없는 중요한 문제이다. 케이블 진동의 주요한 원인으로는 풍우진동, 구조물 진동에 의한 진동, Vortex shedding, galloping 진동, excitation by deck and tower oscillations 등이 있다. 이러한 여러 가지 원인들 중에서도 지점의 가진에 의한 케이블 진동은 케이블에 일정 진폭이상의 상시진동 뿐만 아니라 가진 진동수가 케이블의 공진 진동수와 일치할 때는 과도한 케이블 진동 변위에 의한 임계치 이상의 동적 장력의 발생으로 인해 케이블 소선의 피로문제 뿐만 아니라 극단적인 경우는 소선을 파괴할 수도 있다. 이러한 진동의 위험성은 케이블 개수가 많은 장지간의 교량에서 더욱 커지게 되며, 지점 가진에 의한 케이블의 불안정성에 대한 많은 연구가 필요하다.

본 연구에서는 사장교의 케이블 진동을 평가하기 위하여 시간영역 해석법에 기초한 2 단계 해석법을 제안한다. 먼저, 사장 케이블의 지점인 주탑 및 거더에서의 시간 이력 변위를 구하기 위하여 사장교의 시간 이력 버페팅 해석을 수행한다. 다음으로 얻어진 주탑 및 거더에서의 시간 이력 변위를 각 케이블의 지점 운동으로 가진하여, 케이블의 진동을 평가한다. 제안된 방법을 서해대교에 적용하여 풍하중시 각 케이블의 진동을 평가하고, 전체 구조계의 동특성과 이로 인한 케이블의 공진 가능성을 파악하고자 한다.

2. 케이블 국부 진동 평가를 위한 2 단계 해석법

* 학생회원 · 서울대학교 건설환경공학부 박사과정 · E-mail: kjjung01@snu.ac.kr

** 학생회원 · 목포대학교 토목공학과 석사과정 · E-mail: hee128@mokpo.ac.kr

*** 정회원 · 서울대학교 건설환경공학부 부교수 · 공학박사 · E-mail: hokyungk@snu.ac.kr

**** 정회원 · 서울대학교 건설환경공학부 교수 · 공학박사 · E-mail: chslee@snu.ac.kr

2.1 시간영역에서 사장교의 버페팅 해석

교량 경간을 따라 상관 분포된 변동풍속으로부터 대상 교량의 버페팅 응답의 시간이력을 산정하기 위하여 시간영역에서의 버페팅 해석을 수행하였다[1]. 교량의 응답에 영향을 미치는 풍하중은 평균 풍하중, 버페팅 하중, 자발진동 하중의 합으로 표현할 수 있다. 버페팅 해석을 위하여, 교량 경간을 따라 상관 분포된 변동풍속 생성은 multi-variate spectral representation 법을 적용하였다. 그리고 자발진동 하중은 바람 속도 뿐만 아니라 주파수 영역에서 정의되는 필터 계수로 표현된다. 따라서, 필터계수의 주파수 의존성을 고려하기 위하여 유리함수 근사법(Rational Function Approximation)과 합성적분을 사용하였다.

2.2 버페팅 응답을 통한 케이블의 진동 평가

버페팅 해석을 통하여 각 케이블의 지점에 해당하는 거더 및 주탑에서의 응답을 얻고, 이를 케이블의 지점 운동으로 재해하여 풍하중시 케이블에 발생하는 진동에 대한 시간이력 응답을 구한다. 케이블의 시간이력 해석은 다음의 가상일 원리에 기초한 케이블의 동적해석법을 적용하였다[2].

$$\int_{l_0} \rho_0 (\delta x_d \ddot{x} + \delta y_d \ddot{y}) ds + \int_{l_0} \tilde{T} \delta \epsilon_d ds - \int_{l_0} \delta y w_0 ds = 0 \tag{1}$$

케이블의 장력 및 변형도를 변형 전 라그랑지 좌표에 대한 이차 P-K 응력과 Green 변형도에 대하여 정의하고, 이를 사용하여 무응력 좌표계에 대한 적분식을 유도하였다. 어떠한 가정도 도입되지 않았으며, 고체 역학에서 정의되는 기본적인 관계식을 사용하였다. 정적 평형상태에서 케이블이 놓이게 되는 평면을 x-y 평면으로 정하였다. l_0 , ρ_0 , w_0 는 무응력 상태에서의 케이블 길이, 단위 길이당 질량 및 무게를 의미하며, s 는 무응력 상태에서의 라그랑지 좌표를 나타낸다. \tilde{T}_s , ϵ_d 는 무응력 상태의 케이블에서 정의되는 케이블 장력 및 변형도를 의미한다.

식 (1)은 비선형 운동방정식으로, 케이블의 시간이력 응답을 구하기 위해서는 선형화한 증분식을 반복적으로 풀어 구할 수 있다. 또한 동적 변위 성분을 이산화하기 위하여 Rayleigh-Ritz 방법을 사용하였다. 현 방향 및 현 수직 방향 변위 성분을 sine 함수로 가정하여 이산화하였다. 길이 방향 적분을 위해서는 Gauss Integral 을, 시간 적분을 위해선 Newmark-b 법을 적용하였다.

케이블의 감쇠는 케이블 자체의 구조 감쇠 및 공기역학적 감쇠, 그리고 댐퍼에 의한 감쇠로 나눌 수 있다. 본 연구에서는 댐퍼의 영향을 고려하지 않았으며, 케이블의 공기역학적 감쇠 ξ_{aero} 는 다음의 식과 같이 Macdonald 는 제안하는 값을 사용하였다[3].

$$\xi_{aero} = \frac{\rho D C_D V}{4 \omega_n w} \tag{2}$$

여기서, ρ , V 는 공기 밀도 및 평균 풍속을 나타내며, D , C_D , ω_n 은 케이블의 직경, 항력 계수, 고유 각 진동수를 의미한다.

2.3 지점 가진에 의한 케이블 진동

케이블은 지점 가진에 의해 동적 불안정 상태에 있을 수 있다. 가진 진동수와 케이블 고유진동수의 관계에 따라 다양한 공진이 발생된다[4]. 케이블의 첫 번째 모드(ω_1)에 대해서 가진 진동수가 다음의 값 근처인 경우 동적 불안정 현상이 발생할 수 있다.

$$\omega_{exc} = \frac{2\omega_1}{k} \quad \text{for all } k(\text{integer}) \tag{3}$$

특히 $\omega_{exc} \approx 2\omega_1$ 일 때를 Parametric resonance, $\omega_{exc} \approx \omega_1$ 일 때를 Primary resonance라고 한다. 또한 $k > 2$ 인 경우는 상대적으로 고차의 공진으로 Super-harmonic resonance라고 한다. 케이블의 이러한 비선형 불안정 현상은 케이블의 감쇠비, 가진 진동수 그리고 가진 변위의 크기에 의존한다.

3. 서해대교 적용예제

제안한 방법을 서해대교에 적용하였다. 교량의 거더 높이에서 평균 풍속이 20m/s 라고 가정하였으며, 지속시간은 5 분으로 하였다. 예제로 중앙 경간의 케이블 중 가장 길이가 긴 최외측 케이블의 응답을 도시하였다. 거더에서의 진동 진폭이 가장 큰 케이블이며, 길이가 가장 긴 케이블로 정적 상태에서의 1 차 지배 진동수가 가장 작기 때문에 풍하중 하에서 진동 진폭이 가장 큰 결과를 보이고 있다.

교량의 거더 및 주탑은 thin-walled beam element 를 사용하여 모델링 하였으며, 케이블은 탄성현수선 요소를 사용하였다. 그림 1 은 서해대교의 FE-model 을 나타낸 것이며, 그림 2 는 주요 모드 형상을 그린 것이다.

그림 3 은 최외측 케이블의 지점에 해당하는 주탑 및 거더에서의 버페팅 해석 응답을 나타낸 것이다. 그림 4 는 그림 3 에서 구해진 응답을 케이블의 지점 운동으로 재해하여 얻은 케이블 중앙에서의 현 수직 방향 상대 변위이다. 상대 변위는 지점 운동으로 구해진 절대 변위에서 지점 운동으로 인한 정적 변위를 제외하여 구할 수 있다. 그림 4 에서 케이블의 감쇠는 구조 감쇠비는 0.1%로 정하였고, 식 (2)로 구해진 공기역학적 감쇠비 0.17%를 적용하였다.

최외측 케이블의 1 차 고유 진동수는 0.51Hz 로 전체 구조계의 1 차 모드인 0.24Hz 의 두 배 근처의 값이다. 즉, 케이블의 고유 진동수가 Secondary super-harmonic resonance 근처에 위치하여, 그림 4 와 같이 진동 진폭이 가진 진폭에 비하여 크게 발생하고 있다.

4. 결론

본 연구는 풍하중이 작용하는 사장교의 케이블 진동을 평가하기 위한 2 단계 해석법을 제안하였다. 전체

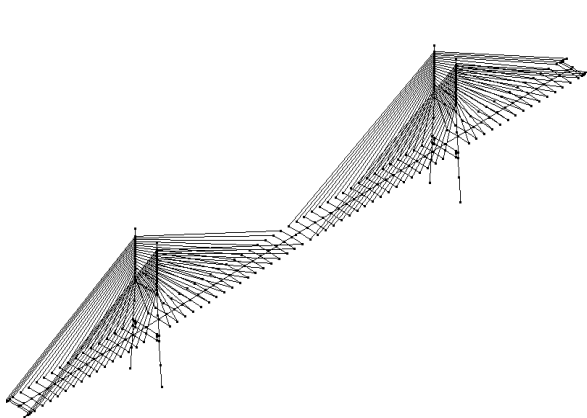


Fig. 1 FE-Modeling of the bridge

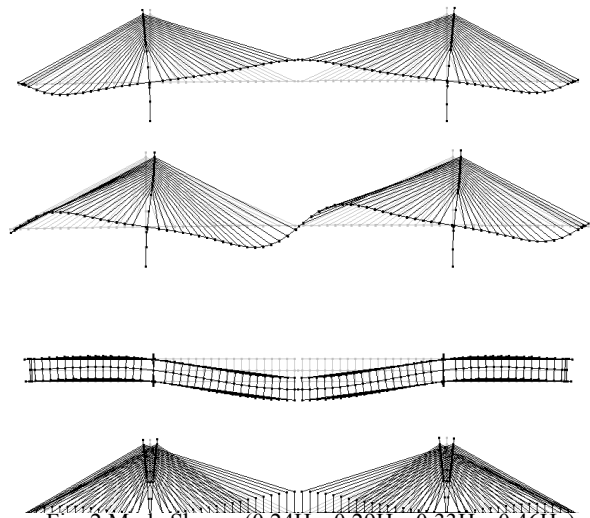


Fig. 2 Mode Shapes (0.24Hz, 0.29Hz, 0.33Hz, 0.46Hz)

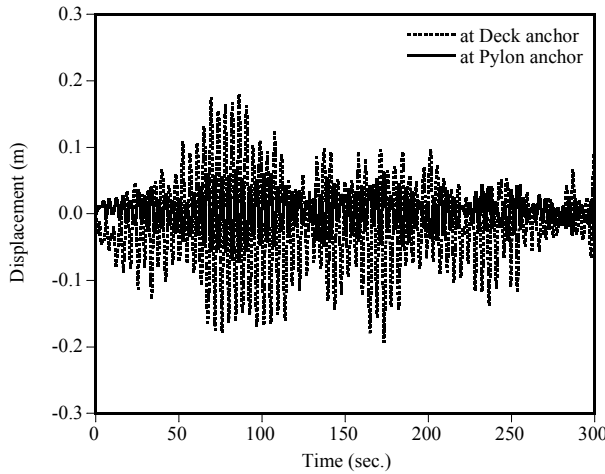


Fig. 3 최외측 케이블의 거더 및 주탑의 버페팅 응답

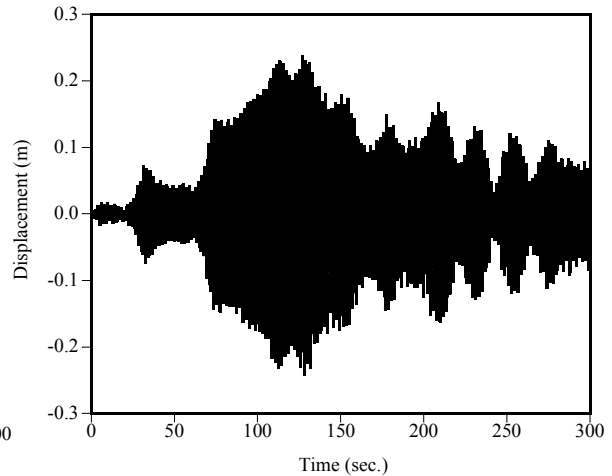


Fig. 4 최외측 케이블 중앙에서 현 수직 방향 상대변위

구조물의 버페팅 해석과 버페팅 해석으로 얻어진 응답을 케이블의 지점 가진으로 적용하여 각 케이블의 시간이력 응답을 구하였다. 제안된 방법을 서해대교에 적용한 결과, 최외측 케이블의 경우 동적 불안정성을 보이며 다른 케이블에 비해 큰 진폭이 발생하는 것을 볼 수 있었다. 일반적으로 전체 구조물의 1 차 고유진동수가 각 케이블의 진동수에 비하여 작은 값을 갖기 때문에, 서해대교와 같이 케이블의 1 차 지배진동수가 전체 구조물의 1 차 고유진동수의 2 배가 되는 경우 공진이 발생할 가능성 큰 것으로 보여진다.

만일 케이블을 하나의 요소가 아닌 여러 개의 요소로 구성한다면, 제안한 2 단계 해석법 대신 버페팅 해석을 통해 구조물의 전체 응답 뿐만 아니라 각 케이블의 응답을 구할 수 있다. 그러나, 이는 많은 계산 시간을 요구하고 각 케이블에 설치된 댐퍼의 성능을 정확히 평가하기 어렵다. 제안된 방법은 각 케이블의 시간이력에서 설치된 댐퍼를 모델링하여 댐퍼의 성능을 평가할 수 있고, 최적 댐퍼 설계에 적용할 수 있다.

감사의 글

이 연구는 건설교통부 지역기술혁신사업의 연구비지원(05 지역특성 B05-01) 및 서울대학교 SIR BK21(안전하고 지속가능한 사회기반건설)사업단의 연구비 지원으로 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

참고문헌

1. Kim, H.-K., Shinozuka, M., and Chang, S.-P. (2004). " Geometrically Nonlinear Buffeting Response of a Cable-Stayed Bridge." *Journal of Engineering Mechanics.*, 130(7), 848-857.
2. 정길제, 박연철, 김현경, 이해성. (2007) 케이블의 동적해석을 위한 가상일 원리의 정식화, 교량설계핵심기술연구단
3. Macdonald, J.H.G (2002). " Separation of the contributions of aerodynamic and structural damping in vibrations of inclined cables." *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics.*, 90, 19-39.
4. Lilien, J.L. (1994). " Vibration amplitudes caused by parametric excitation of cable stayed structures." *Journal of Sound and Vibration.*, 174(1), 69-90.