

# 동적하중에 대한 케이블교량의 신뢰도 산정

## Determination of Reliability of Cable Bridges Subject to Dynamic Load

백인열\*      김종서\*\*      윤재웅\*\*\*      이해성\*\*\*\*  
Paik, In Yeol      Kim, Jong Seo      Yun, Jae Ung      Lee, Hae Seong

### ABSTRACT

The variable loads acting on cable bridges are time-varying dynamic loads and the response of the bridge is also time-varying. In order to find the reliability index of the cable bridges, it is essential to construct the limit state function with time varying design variables and obtain the probability of failure. When dynamic term of the response is significant, dynamic analysis is required in reliability analysis. In this study, the methods to find the reliability index for the cable bridges are reviewed.

### 1. 서론

장경간 케이블교량에 작용하는 변동하중인 차량활하중, 풍하중, 지진하중, 파랑하중 등은 시간에 따라 변하는 동적하중이며, 이에 대한 구조물의 응답도 시간에 따라 변동하는 값이다. 구조물의 고유진동수와 작용하중의 주파수 영역에 따라 구조물의 동적응답 성분이 영향을 받으며, 동적 성분을 무시하지 못할 경우에는 해석에서 고려하여야 한다. 케이블교량의 신뢰도를 구하기 위해서는 시간에 따라 변하는 설계변수들로 이루어진 한계상태 방정식을 수립하고 신뢰도지수를 구하는 문제를 해결하여야 한다. 이 연구에서는 케이블교량의 변동하중에 대한 응답의 신뢰도지수를 구하는 방법과 시간에 따라 변동하는 설계변수를 다루는 방법을 검토한다.

### 2. 시간 변동 한계상태의 신뢰도

일반적으로 구조물에 가해지는 하중은 시간에 따라 변하며, 매 시각 불확정성을 갖는 값이다.

\* 정회원·경원대학교 토목환경공학과, 부교수

\*\* 학생회원·서울대학교 건설환경공학부, 박사과정

\*\*\* 학생회원·경원대학교 토목환경공학과, 석사과정

\*\*\*\* 정회원·서울대학교 건설환경공학부, 교수

따라서 이를 구조물에 작용시켜 구해지는 하중효과 또는 구조물의 응답 또한 이와 유사한 불확정성의 특징을 갖게 된다. 또한 구조물의 저항도 열화 등으로 인하여 시간에 따라 변동하는 함수로 볼 수 있으며, 이를 도식적으로 나타내면 그림 1과 같다(Melchers, 1999). 이로부터 기초적인 신뢰도 수식은 시간에 따라 변하는 항으로 표현하면 다음과 같다.

$$p_f(t) = P[R(t) \leq S(t)] \quad (1)$$

만일, 매 순간의  $R(t)$ 와  $S(t)$ 에 대한 확률밀도함수  $f_R(t)$ 와  $f_S(t)$ 가 주어진다면, 매 순간의 파괴 확률  $p_f(t)$ 를 구할 수 있다.

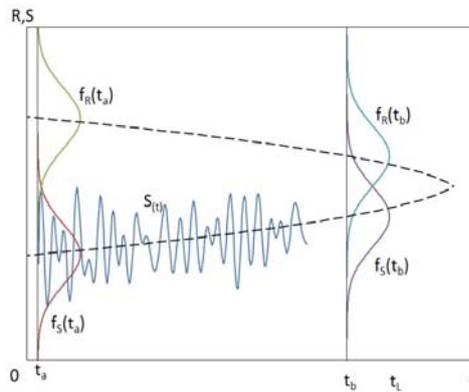


그림 1. 시간 변동 신뢰도

시간에 따라 하중은 증가하는 경향이 있고, 저항은 감소하는 경향이 있다. 불확정성은 시간에 따라 모두 증가하는 것이 일반적이다. 즉, 시간에 따라 하중과 저항의 확률밀도함수가 넓어지고 평평해지며 평균값이 변한다는 의미이다. 하중과 저항의 확률밀도함수가 겹치는 부분이 한계상태를 위반하는 경우이므로, 위반하는 확률은 시간에 따라 변동하는 함수라고 할 수 있다.

그러나 대개의 경우에 하중효과와 저항을 시간에 따른 함수로 취급하지 않는 것이 편리하다. 하중이 한번 작용하고 이에 대한 한계상태 위반 확률을 구하는 경우에 해당한다. 하중이 여러번 작용하는 경우에도 최대 하중이 주요한 관심이므로 이 최대 하중에 대한 구조물의 파괴에 대한 문제를 풀면 된다. 이러한 경우에 하중을 Gumbel 분포와 같은 극치분포로 나타내면 적절하다. 이와 같이 하면 신뢰도 해석에서 시간의 효과를 무시할 수 있게 된다.

사장교에 작용하는 설계지진하중의 통계특성을 표 1과 같이 가정한다면(Nowak, 1999), 그림 2와 같은 예제 교량의 주탑에 대하여 주어진 단면의 신뢰도를 표 2와 같이 구할 수 있다.

표 1. 지진하중 지배단면의 저항강도 및 하중별 통계특성 예시

분류	편심계수 $\lambda$	변동계수 $V$	분포형식
저항강도, $R$	1.165	0.196	대수정규
고정하중, $D$	1.050	0.100	정규
지진하중, $E$	0.300	0.700	극치

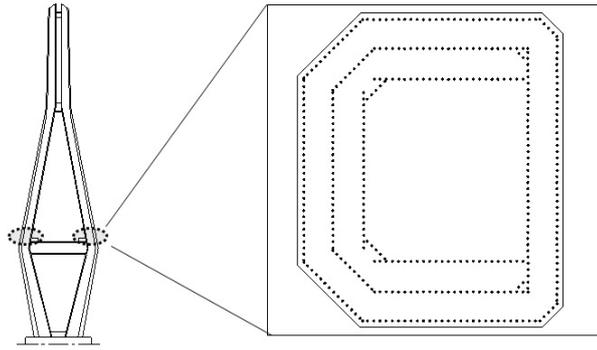


그림 2. 지진하중이 지배하는 사장교 주탑의 설계단면 예

표 2. 지진하중 조합에 대한 신뢰도지수 산정 예

한계상태	신뢰도지수
$g = R - D - E$	3.55

### 3. 신뢰도지수 산정 방법

한계상태 함수를  $g$  라고 할 때, 이를 하중과 저항을 이용한 식으로 표현할 수 있는 비교적 간단한 문제인 경우에는 일차신뢰도방법(first-order reliability method, FORM)을 적용하면 된다. 이 방법은  $g$  함수를 통계변수들에 관하여 편미분한 값으로 표현되는 민감도 지수를 계산하여 설계점(design point)까지의 최소거리를 시행착오법을 통하여 찾는 과정을 수행하는데, 모든 변수를 정규분포로 가정하는 Hasofer-Lind 방법이나, 비정규분포를 따르는 변수를 등가의 정규분포화하는 Rackwitz-Fiessler 방법 등이 있다(Haldar and Mahadevan, 2000).

$g$  함수를 쉽게 계산할 수 있는 경우에는, 시뮬레이션을 통하여 한계상태를 위반하는 경우를 충분한 수만큼 찾아내도록, 경우에 따라서는 매우 큰 횟수를 반복 수행한 후, 파괴확률(probability of failure) 또는 위반확률(probability of violation)을 구한 뒤 이로부터 신뢰도지수를 구할 수 있다.

$g$  함수를 간단한 수식으로 표현할 수 없는 복잡한 구조물인 경우에는  $g$  함수를 이용한 민감도 기반 방법을 적용할 수 없으므로, 만일  $g$  함수가 유한요소모델로 표현되는 경우에는 반복 수행을 거쳐 파괴확률을 구한다. 그러나 케이블교량의 구조해석과 같이 한번의 수행에 시간이 많이 걸리면서 파괴확률이 매우 작은 문제에는 적용하기 어려운 단점이 있다.

정해는 아니지만 다항식 등 근사적으로  $g$  함수를 나타낼 수 있다면, 민감도 기반 방법이나 시뮬레이션을 적용하여 신뢰도지수를 구할 수 있다. 응답면 방법(response surface approach)에서는 몇 개의 대푯값에 대한 해석을 수행하고 이들에 대한 회귀분석을 통하여 근사적으로  $g$  함수를 통계변수로 표현한 다항식을 구한다. 이 방법은 통계변수가  $g$  함수에 미치는 민감도와 비선형성에 대한 지식에 따라 정확도가 좌우된다.

#### 4. 동적하중

구조물에 가해지는 시간에 따라 변동하는 하중이 구조물과 상호작용을 일으켜 구조물의 응답이 영향을 받는 경우에는 동적해석이 필요하다. 신뢰도분석을 위해서는 설계변수의 통계특성이 필요하다. 시간이력이나 주파수성분을 구한 후 이로부터 통계특성을 구하는 과정이 필요하다. 예를 들어 시간영역의 correlation function  $R_{xx}(t)$ 에 상응하는 주파수영역의 spectral density  $S_x(\omega)$ 의 관계를 이용하여 시간변동 설계변수의 평균과 표준편차 등의 통계특성을 구할 수 있다. 현재 그림 3과 같은 교량예제에 대하여 지진하중 시간이력을 가하고 그림 4와 같이 구조물의 응답 시간이력을 구한 후 이의 통계특성과 신뢰도지수를 구하는 과정 검토 연구를 진행하고 있다.

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) \cos \omega \tau d\tau \quad (2)$$

$$\sigma_x^2 = E[X(t)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega \quad (3)$$

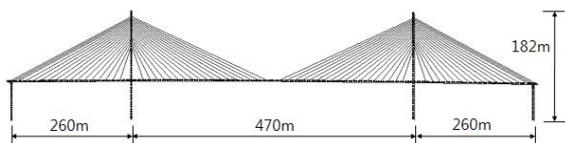


그림 3. 사장교 정면도 예

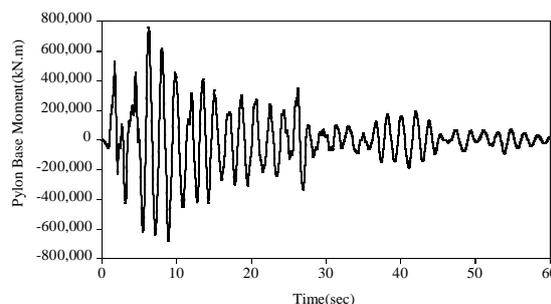


그림 4. 지진시간이력에 대한 주탑 위험단면에서의 소요 휨모멘트 예

#### 감사의 글

이 연구는 초장대교량 사업단 제1핵심과제를 통하여 지원된 국토해양부 건설기술혁신사업 (08기술혁신E01)에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

#### 참고문헌

1. Haldar, A. and Mahadevan, S., Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis, John Wiley & Sons, 2000.
2. Melchers, R. E., Structural Reliability Analysis and Prediction, John Wiley & Sons, 1999.
3. Nowak, A. S., Calibration of LRFD Bridge Design Code, Report 368, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, 1999.