

공학석사학위논문

축하중과 휨을 받는 철근 콘크리트 기둥의
정밀 신뢰도 해석

Reliability Assessment of Reinforced
Concrete Column under Axial-Flexural
Loading

2013년 2월

서울대학교 대학원
건설환경공학부
김 지 현

초록

국내외 교량설계 개념이 경험적 설계에 기반한 허용응력설계법(ASD, Allowable Stress Design)에서 통계자료에 근거한 확률기반의 하중-저항계수설계법(LRFD, Load and Resistance Factor Design)로 변화하고 있다. 하중-저항계수설계법에서는 설계대상 부재의 안정성여부를 판단할 수 있도록 한계상태식을 설정하고, 설계 변수들의 확률적·통계적 특성을 반영하여 신뢰도 분석을 수행한다. 이 결과를 바탕으로 균일한 안전성을 확보하도록 하중계수 및 저항계수를 산정하는 한다. 따라서 신뢰도기반 하중저항계수법으로 교량 설계의 개념을 전환하기 위해서는 기존 교량들에 대한 신뢰도평가가 선행되어야 한다.

현재 우리나라의 교량설계기준은 강부재에 대해서는 허용응력 설계법을 적용하며, 콘크리트 부재에 대해서는 강도설계(USD, Ultimate Strength Design)법을 적용하여 설계하도록 제안한다. 철근콘크리트 기둥을 설계하기 위해서는 강도설계법을 적용해야 하는데, 이 경우 대상 부재의 안정성 여부를 판단할 수는 있지만 파괴에 대한 정량적인 지표를 나타내는 신뢰도평가를 수행 할 수 없다는 문제점이 있다.

철근콘크리트 기둥의 신뢰도지수를 평가하기 위하여 지금까지 많은 연구가 진행되어 왔다. 기둥은 축력을 받는 부재지만 제작오차 등에 의한

편심과 외부 하중에 의해 휨을 동시에 받게 되며 순수 축력을 받는 경우는 거의 없다. 따라서 휨과 축력을 거동을 동시에 고려할 수 있는 신뢰도 해석이 반드시 필요하다.

휨과 축력을 동시에 고려할 수 있는 방법으로는 철근콘크리트 기둥 PM상관도를 이용한 연구가 있다. PM상관도는 단면의 축강도와 휨강도의 관계를 나타내는 상관도로써, 단면에 작용하는 외부 하중이 PM상관도 내에 존재하면 ‘안전’, 외부에 존재하면 ‘파괴’가 된다. 이러한 성질을 이용하여 PM상관도를 한계상태로 보고 신뢰도해석을 한 여러 연구가 있다. 하지만 기존의 연구에서는 동일한 편심상에서 반드시 파괴한다고 가정하거나, 파괴 가능한 점을 일부 구간으로 제한하는 등이 한계가 있다.

본 연구에서는 PM상관도 상의 모든 점을 파괴 가능 점으로 보고, 보다 개선된 철근콘크리트 기둥의 신뢰도해석 기법을 제안한다. 제안한 방법을 MCS결과와 비교하여 그 타당성을 검증하고, 하중확률변수의 분포 특성에 따라서 파괴거동이 달라지는 것을 보인다. 제안하는 기법을 이용하여 얻어진 신뢰도지수와 파괴양상은 설계지침서의 목표신뢰도지수를 산정하는 기초자료가 될 것이다.

주요어: PM상관도, 신뢰도해석, FORM, Cubic Spline Interpolation, 한계상태방정식

Student Number: 2011-20970

목 차

초록.....	I
목 차.....	III
그림 목 차.....	V
표 목 차.....	VII
1. 서론.....	1
1.1 연구 배경.....	1
1.2 기존 연구 분석.....	3
2. CUBIC SPLINE을 이용한 한계상태 방정식의 근사.....	4
2.1 CUBIC SPLINE INTERPOLATION.....	5
2.2 CUBIC SPLINE을 이용한 PM상관도의 보간.....	13
3. FORM을 이용한 신뢰도 평가.....	18
4. 한계상태 방정식의 민감도 산정.....	23
5. 해석 예제.....	31
6. 결론.....	46

참고문헌.....	47
부록.....	1
A. 축 하중- 휨 모멘트 상관도와 강도의 민감도.....	1
A.1 축 하중- 휨 모멘트 상관도	1
A.2 철근콘크리트 기둥 강도의 민감도.....	15

그림 목 차

그림1. PM상관도의 압축지배구간	15
그림2. PM상관도의 인장지배구간	16
그림3. 해석 예제 단면	31
그림4. 해석 예제 단면의 PM상관도	32
그림5. 인장지배구간내의 하중이 작용할 때 신뢰도해석 결과	34
그림6. 변화구간내의 하중이 작용할 때 신뢰도해석 결과	36
그림7. 압축지배구간내의 하중이 작용할 때 신뢰도해석 결과	38
그림8. 하중에 따른 파괴 양상	40
그림9. 저항이 정규분포일 때 신뢰도해석 결과	42
그림10. 저항이 대수정규분포 일 때 해석 결과	42
그림11. 저항이 정규분포일 때 신뢰도해석 결과	44
그림12. 저항이 대수정규분포 일 때 해석 결과	44
그림13. 저항이 정규분포일 때 신뢰도해석 결과	45
그림14. 저항이 대수정규분포 일 때 해석 결과	45
그림 A.1 단면설계를 위한 콘크리트의 응력 변형률 곡선	3
그림 A.2 단면설계를 위한 콘크리트의 응력 변형률 곡선	4
그림 A.3 순수 압축을 받는 경우	5
그림 A.4 축력이 큰 경우	5

그림A.5 중립축이 단면 밖에 있는 경우	6
그림 A.6 중립축이 단면 밖에 있는 경우.....	7
그림 A.7 순수 휨을 받는 경우	12
그림 A.8 휨이 큰 경우.....	12
그림A.9 중립축이 단면 내에 있는 경우	12
그림A.10 중립축이 단면 내에 있는 경우	13

표 목 차

표1. 인장지배구간 내의 확률변수	34
표2. 신뢰도해석 결과 비교	35
표3. 변화구간 내의 확률변수	36
표4. 신뢰도해석 결과 비교	37
표5. 압축 지배구간 내의 확률변수	38
표6. 신뢰도해석 결과 비교	39
표7. CASE1 확률변수와 신뢰도지수	41
표8. CASE2 확률변수와 신뢰도지수	43
표9. CASE3 확률변수와 신뢰도지수	43

1. 서론

1.1 연구 배경

현재 우리나라의 교량 설계는 경험을 기반으로 하는 허용응력설계법 (Allowable Stress Design, ASD)에 기초하고 있다. 안전하고 경제적인 구조물 설계를 수행하기 위해서는 설계에 관련된 변수들의 불확실성을 반드시 고려해야 하는데, 허용응력설계법에서는 이러한 불확실성을 고려하기 위하여 과거의 경험으로부터 결정된 안전계수(safety factor)사용하고 있다. 하지만 이러한 방법은 구조물의 과다설계 혹은 부분적 과소설계가 유발되어 안전성과 경제성을 보장하지 못하고 있다. 따라서 보다 합리적인 설계를 수행하기 위해서는 작용하중, 재료특성 및 제작오차 등의 불확실성을 정량적으로 고려할 수 있는 신뢰도기반 설계개념이 필요하다. 이는 설계에 고려해야 할 변수들의 확률적·통계적 특성을 이용하여 신뢰도평가를 하고, 이 결과를 바탕으로 균일한 안전성을 확보하도록 하는 것이다.

현재 미국의 ASSHTO LRFD와 유럽의 Eurocode에서는 교량설계를 신뢰도분석에 기초한 하중-저항계수설계법으로 대체 하였으며, 우리나라에서도 2012년도에 신뢰도기반으로 작성된 도로교설계기준(한계상태설계법)이 발간되었다. 또한 장경간 케이블교량을 위한 신뢰도기반 설계지침서를 만들기 위하여 여러 설계사와 시공사, 연구소, 학계 등의 전문가들

이 함께 다양한 기술개발과 연구를 진행하고 있다.

하중-저항계수설계법을 도입하기 위해서는 먼저 기존의 설계기준에 따라 설계된 여러 교량에 대하여 신뢰도평가를 하고, 이를 토대로 설계 기준을 마련하기 위한 목표신뢰도 수준을 결정해야 한다. 케이블 교량의 주탑은 단중지간 일반교량의 교각과 구조적 거동이 유사하며, 일반적으로 기둥부재로 설계를 한다. 기존 기둥부재의 설계는 강도설계법 (Ultimate Strength Design, USD)를 사용하였기 때문에 단순히 안전여부만 판단이 가능하며, 신뢰도지수의 정확한 분류체계가 없고 신뢰도지수 평가가 어렵다는 문제점이 있다. 본 연구에서는 철근콘크리트 주탑의 신뢰도해석을 하기 위하여, 철근콘크리트 기둥의 정밀 신뢰도해석기법을 제안한다. 제안한 정밀 신뢰도해석기법을 사용하여 철근콘크리트 기둥에 대한 신뢰도평가를 수행하면, 신뢰도기반 하중-저항계수설계법의 대상부재 설계를 위한 하중계수 및 저항계수 산정에 근거자료로 사용 될 수 있다.

1.2 기존 연구 분석

PM상관도(P-M Interaction Diagram)란 축력과 휨을 동시에 받는 기둥 단면의 축강도와 휨강도를 보여주는 상관도로써, 단면의 파괴를 일으키는 모든 축력과 휨의 조합을 나타낸다. 대상 단면에 대한 외부하중 조합이 PM상관도 내부에 존재하는 경우 그 부재는 안전하고, 외부에 존재하는 경우 파괴한다는 특징이 있다. 이러한 성질은 신뢰도해석관점에서 PM상관도가 한계상태와 같은 역할을 한다고 볼 수 있다. PM상관도를 이용하여 철근콘크리트 기둥의 신뢰도해석 방법은 계속 해서 연구되어 왔다.

먼저 Dan M. Frangopol[1]은 PM상관도를 이용한 기둥의 신뢰도해석방법을 제안하였다. 본 연구에서는 하중조합만을 확률변수로 고려하였고, MCS(Monte Carlo Simulation)을 통하여 파괴확률을 계산하였다. 저항은 하중의 평균값으로 계산한 편심과 동일한 편심을 가지는 PM상관도 상의 점을 저항으로 정의하였다. 즉, 난수생성을 통하여 하중 확률 변수를 생성하면 그 때의 하중 조합이 저항과 동일한 편심상에 있고 그 크기가 저항보다 클 때 파괴라고 보는 것이다. 하지만 하중조합이 동일한 편심을 따라서 증가하여 극한강도에 도달한다고 가정하는 것은 확률변수의 분포가 달라짐에 따라 파괴 거동이 달라지는 것을 고려하지 않는 한계가 있다.

이화미[3]는 PM상관도를 이용한 기둥의 신뢰도해석방법을 제안하였다. 이 연구에서는 음함수(Implicit Function)로 주어지는 PM상관도를 임의의 4구간으로 나누어서 응답면기법(RSM: Response Surface Method)을 이용하여 양함수로 근사하였다. 근사된 응답면함수를 한계상태식으로 정의하고 모든 확률변수는 정규분포라고 가정하여 FOSM(First Order Second Moment)을 이용하여 신뢰도해석을 수행하였다. 하지만 이 연구는 PM상관도를 임의의 4구간으로 나누는 근거를 정확하게 제시하지 않고 있으며, 네 구간 중에서 하나의 구간을 선택하여 그 구간 내에서만 파괴 가능하다고 보는 한계점이 있다. 또한 FOSM을 이용한 신뢰도해석 시 확률변수에 대한 한계상태식의 민감도가 필요한데, 이 논문에서는 한계상태식의 민감도의 식이 정확하게 제시되어 있지 않다는 문제점이 있다.

본 연구에서는 파괴점(MPFP, Most Probable Failure Point)을 편심이나 구간으로 제한하지 않고, PM상관도 상의 모든 점을 파괴 가능점으로 보고 신뢰도해석을 할 수 있는 방법을 제안한다.

2. Cubic Spline을 이용한 한계상태 방정식의 근사

Cubic Spline은 주어진 점들을 가지고 그 점들이 구성하는 각 요소를 3차 다항식으로 보간하는 방법이다. PM상관도는 단면이 파괴가 되는 모든 휨-하중 강도의 조합으로 많은 점들의 조합으로 구성되어있다. 따라서, Cubic spline을 이용하여 PM상관도를 3차식으로 보간한다.

2.1 Cubic Spline Interpolation

Cubic spline은 주어진 점(정보)들을 가지고 그 점들이 구성하는 각 요소를 3차 다항식으로 보간하는 방법이다. n 개의 점이 존재할 때 $n-1$ 개의 요소가 존재하며 그 $n-1$ 개의 요소를 각각 3차 다항식으로 보간하는 것이다. 이 다항식은 함수 값이 연속이며, 1계미분과 2계미분이 연속인 Piecewise continuous조건을 만족한다.

$$S(x) = \begin{cases} s_1(x) & \text{if } x_1 \leq x \leq x_2 \\ s_2(x) & \text{if } x_2 \leq x \leq x_3 \\ \vdots & \\ s_{n-1}(x) & \text{if } x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases} \quad (2.1)$$

where $s_i = a_i(x-x_i)^3 + b_i(x-x_i)^2 + c_i(x-x_i) + d_i$
for $i = 1, 2, \dots, n-1$

여기서 a_i, b_i, c_i, d_i 는 주어진 정보들을 이용하여 결정되어야 할 i 번

째 다항식의 미정 계수를 의미한다. 각 요소에 4개의 미지수를 가지므로 미지수의 개수는 $4(n-1)$ 개이며 양 끝점을 제외한 점들의 함수값과 1계미분값, 2계미분값이 동일하다는 조건과 모든 점에서 함수값을 안다는 조건을 통하여 방정식의 개수는 $4n-6$ 개가 된다. 미지수의 개수가 방정식의 개수보다 많으므로 추가적인 두 개의 조건식이 필요하다. 일반적으로 양 끝점의 2계미분값이 0 이라는 조건을 많이 사용한다.

식(2.1)의 1계미분과 2계미분은 각각 다음과 같다.

$$s'_i(x) = 3a_i(x-x_i)^2 + 2b_i(x-x_i) + c_i \quad \text{for } i=1,2,\dots,n-1 \quad (2.2)$$

$$s''_i(x) = 6a_i(x-x_i) + 2b_i \quad \text{for } i=1,2,\dots,n-1 \quad (2.3)$$

주어진 점에서 함수 값이 y_i 라고 할 때 점과 그 함수 값을 모두 안다는 조건을 이용하면 식(2.1)로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} S(x_i) &= s_i(x_i) = y_i \quad \text{for } i=1,2,\dots,n-1 \\ \rightarrow s_i(x_i) &= a_i(x_i-x_i)^3 + b_i(x_i-x_i)^2 + c_i(x_i-x_i) + d_i = y_i \\ \therefore d_i &= y_i \quad \text{for } i=1,2,\dots,n-1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

여기서 끝점 x_n 에 대한 함수 값 y_n 라는 조건이 하나 남는다. 이 조건은 다음과 같은 식으로 나타난다.

$$\begin{aligned}
s_{n-1}(x_n) &= y_n \\
s_{n-1}(x_n) &= a_{n-1}(x_n - x_{n-1})^3 + b_{n-1}(x_n - x_{n-1})^2 + c_{n-1}(x_n - x_{n-1}) + d_{n-1} = y_n \\
\text{Put } h_{n-1} &= x_n - x_{n-1} \\
\therefore a_{n-1}h_{n-1}^3 + b_{n-1}h_{n-1}^2 + c_{n-1}h_{n-1} + d_{n-1} &= y_n \tag{a}
\end{aligned}$$

양 끝점을 제외한 점에서의 함수 값이 연속이라는 조건을 이용하면 다음과 같이 정리 할 수 있다.

$$\begin{aligned}
s_i(x_i) &= s_{i-1}(x_i) \quad \text{for } i=2, \dots, n-1 \\
s_i(x_i) &= d_i \\
s_{i-1}(x_i) &= a_{i-1}(x_i - x_{i-1})^3 + b_{i-1}(x_i - x_{i-1})^2 + c_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + d_{i-1} \\
\text{Put } h_{i-1} &= x_i - x_{i-1} \quad \text{for } i=2, \dots, n-1 \\
d_i &= a_{i-1}h_{i-1}^3 + b_{i-1}h_{i-1}^2 + c_{i-1}h_{i-1} + d_{i-1} \quad \text{for } i=2, \dots, n-1 \tag{2.5}
\end{aligned}$$

1계 미분 값이 연속이어야 한다는 조건에 의해서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
s'_i(x_i) &= s'_{i-1}(x_i) \quad \text{for } i=2, \dots, n-1 \\
s'_i(x_i) &= c_i \\
s'_{i-1}(x_i) &= 3a_{i-1}(x_i - x_{i-1})^2 + 2b_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + c_{i-1} \\
\text{Put } h_{i-1} &= x_i - x_{i-1} \quad \text{for } i=2, \dots, n-1 \\
c_i &= 3a_{i-1}h_{i-1}^2 + 2b_{i-1}h_{i-1} + c_{i-1} \quad \text{for } i=2, \dots, n-1 \tag{2.6}
\end{aligned}$$

2계 미분 값이 연속이어야 한다는 조건에 의해서 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 s_i''(x_i) &= s_{i-1}''(x_i) && \text{for } i=2, \dots, n-1 \\
 s_i''(x_i) &= 2b_i \\
 s_{i-1}''(x_i) &= 6a_{i-1}(x_i - x_{i-1}) + 2b_{i-1} \\
 \text{Put } h_{i-1} &= x_i - x_{i-1} && \text{for } i=2, \dots, n-1 \\
 2b_i &= 6a_{i-1}h_{i-1} + 2b_{i-1} && \text{for } i=2, \dots, n-1
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

식 (2.4)~(2.7)을 정리하면 미정계수 a_i, b_i, c_i, d_i 를 구할 수 있다. 2계 미분값을 임의의 변수 $s_i''(x_i) = D_i$ 로 정의하고, 미정 계수 a_i, b_i, c_i, d_i 를 D_i 와 측정데이터 y_i 에 대해서 정리해 보자.

상수항 d_i 는 식 (2.4)로부터 결정되어 있다. 2차항의 계수 b_i 는 식 (2.3)과 $s_i''(x_i) = D_i$ 로부터 다음과 같이 표현할 수 있다.

여기서 b_i 는 식 (2.8)로부터 D_i 에 대한 식으로 나타낼 수 있으므로 위 식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

끝점에서의 2계 미분값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 s_{n-1}''(x_n) &= D_n \\
 6a_{n-1}(x_n - x_{n-1}) + 2b_{n-1} &= D_n \\
 6a_{n-1}h_{n-1} + 2b_{n-1} &= D_n
 \end{aligned} \tag{b)$$

3차항의 계수 a_i 는 식 (2.7)로부터 정리할 수 있다. 식 (2.7)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$2b_i = 6a_{i-1}h_{i-1} + 2b_{i-1} \quad \text{for } i = 2, \dots, n-1$$

여기서 b_i 는 식 (2.8)로부터 D_i 에 대한 식으로 나타낼 수 있으므로 위 식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned} 6a_{i-1}h_{i-1} &= 2b_i - 2b_{i-1} = D_i - D_{i-1} \\ a_{i-1} &= \frac{D_i - D_{i-1}}{6h_{i-1}} \quad \text{for } i = 2, \dots, n-1 \\ a_i &= \frac{D_{i+1} - D_i}{6h_i} \quad \text{for } i = 1, \dots, n-2 \end{aligned} \quad (2.9)$$

$n-1$ 일 때는 계수 a_{n-1} 은 식(b)에 의해서 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$a_{n-1} = \frac{D_n - D_{n-1}}{6h_{n-1}} \quad (c)$$

1차항의 계수 c_i 는 식 (2.5)로부터 정리할 수 있다. 식 (2.5)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$d_i = a_{i-1}h_{i-1}^3 + b_{i-1}h_{i-1}^2 + c_{i-1}h_{i-1} + d_{i-1} \quad \text{for } i = 2, \dots, n-1$$

여기서 a_i, b_i, d_i 는 식(2.4), (2.8), (2.9)로부터 알 수 있으므로 위 식은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
c_{i-1}h_{i-1} &= d_i - d_{i-1} - a_{i-1}h_{i-1}^3 - b_{i-1}h_{i-1}^2 \\
c_{i-1}h_{i-1} &= y_i - y_{i-1} - \left(\frac{D_i - D_{i-1}}{6}\right)h_{i-1}^2 - \frac{D_{i-1}}{2}h_{i-1}^2 \\
c_{i-1} &= \frac{y_i - y_{i-1}}{h_{i-1}} - \left(\frac{D_i + 2D_{i-1}}{6}\right)h_{i-1} \quad \text{for } i = 2, \dots, n-1 \\
c_i &= \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \left(\frac{D_{i+1} + 2D_i}{6}\right)h_i \quad \text{for } i = 1, \dots, n-2 \quad (2.10)
\end{aligned}$$

$n-1$ 일 때 c_{n-1} 은 식 (a)와 (c), (4)와 (2.8)에 의해서 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\frac{D_n - D_{n-1}}{6}h_{n-1}^2 + \frac{D_{n-1}}{2}h_{n-1}^2 + c_{n-1}h_{n-1} + y_{n-1} &= y_n \\
c_{n-1} &= \frac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}} - \left(\frac{D_n + 2D_{n-1}}{6}\right)h_{n-1} \quad (d)
\end{aligned}$$

모든 계수를 D_i 와 y_i, h_i 에 대해서 표현 하였으므로, 식 (2.6)에 대입해서 임의로 정의하였던 D_i 를 y_i 와 h_i 에 대한 식으로 정리한다. 식 (2.6)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$c_i = 3a_{i-1}h_{i-1}^2 + 2b_{i-1}h_{i-1} + c_{i-1} \quad \text{for } i = 2, \dots, n-1$$

식 (2.6)에 각 계수들을 대입하면 다음과 같이 식을 정리할 수 있다.

$$\begin{aligned}
& \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \left(\frac{D_{i+1} + 2D_i}{6}\right)h_i \\
&= 3\left(\frac{D_i - D_{i-1}}{6}\right)h_{i-1} + D_{i-1}h_{i-1} + \frac{y_i - y_{i-1}}{h_{i-1}} - \left(\frac{D_i + 2D_{i-1}}{6}\right)h_{i-1} \\
& \quad - \frac{h_{i-1}}{6}(3D_i - 3D_{i-1} + 6D_{i-1} - D_i - 2D_{i-1}) - \frac{h_i}{6}(D_{i+1} + 2D_i) \\
&= \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_{i-1}} \\
& \quad h_{i-1}D_{i-1} + 2(h_{i-1} + h_i)D_i + h_iD_{i+1} = 6\left(\frac{y_{i+1} - y_i}{h_i} - \frac{y_i - y_{i-1}}{h_{i-1}}\right) \\
& \quad \text{for } i = 2, \dots, n-1 \\
& \quad h_iD_i + 2(h_i + h_{i+1})D_{i+1} + h_{i+1}D_{i+2} = 6\left(\frac{y_{i+2} - y_{i+1}}{h_{i+1}} - \frac{y_{i+1} - y_i}{h_i}\right) \quad (2.11) \\
& \quad \text{for } i = 1, \dots, n-2
\end{aligned}$$

식 (2.4)와 (2.8)에서는 계수 b_i 와 d_i 가 $i=1, \dots, n-1$ 에 대해서 모두 만족하지만, 계수 a_i 와 c_i 는 $i=1, \dots, n-2$ 범위 내에서만 유효하다. 하지만 식 (2.11)을 유도 하기 위해서 c_{n-1} 을 사용하였다는 문제점이 있다. 이를 위해서 우리는 앞서 식(c)와 (d)로부터 $n-1$ 일 때도 계수 a_i 와 c_i 의 관계식이 동일하게 성립함을 보였다. 따라서 식 (2.11)은 유효하다.

식 (2.11)을 행렬식으로 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} h_1 & 2(h_1+h_2) & h_2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & h_2 & 2(h_2+h_3) & h_3 & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & h_{n-3} & 2(h_{n-3}+h_{n-2}) & h_{n-2} & 0 \\ & & & 0 & h_{n-2} & 2(h_{n-2}+h_{n-1}) & h_{n-1} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_{n-1} \\ D_n \end{pmatrix} \\
& = 6 \begin{pmatrix} \frac{y_3-y_2}{h_2} - \frac{y_2-y_1}{h_1} \\ \frac{y_4-y_3}{h_3} - \frac{y_3-y_2}{h_2} \\ \vdots \\ \frac{y_{n-1}-y_{n-2}}{h_{n-2}} - \frac{y_{n-2}-y_{n-3}}{h_{n-3}} \\ \frac{y_n-y_{n-1}}{h_{n-1}} - \frac{y_{n-1}-y_{n-2}}{h_{n-2}} \end{pmatrix} \quad (2.12)
\end{aligned}$$

여기서 방정식의 개수는 $n-2$ 개 이고, 미지수의 개수는 n 개이다. 따라서 추가의 조건식이 2개 더 필요하다. 추가의 조건식으로 양 끝점에서 2계미분값 혹은 기울기가 주어진다.

양 끝점이 힌지로 $D_1 = D_n = 0$ 이라고 가정하면 식(2.12)는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} 2(h_1+h_2) & h_2 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ h_2 & 2(h_2+h_3) & h_3 & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & h_{n-3} & 2(h_{n-3}+h_{n-2}) & h_{n-2} \\ & & & 0 & h_{n-2} & 2(h_{n-2}+h_{n-1}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D_2 \\ D_3 \\ \vdots \\ D_{n-2} \\ D_{n-1} \end{pmatrix} \\
& = 6 \begin{pmatrix} \frac{y_3-y_2}{h_2} - \frac{y_2-y_1}{h_1} \\ \frac{y_4-y_3}{h_3} - \frac{y_3-y_2}{h_2} \\ \vdots \\ \frac{y_{n-1}-y_{n-2}}{h_{n-2}} - \frac{y_{n-2}-y_{n-3}}{h_{n-3}} \\ \frac{y_n-y_{n-1}}{h_{n-1}} - \frac{y_{n-1}-y_{n-2}}{h_{n-2}} \end{pmatrix} \quad (2.13)
\end{aligned}$$

식 (2.13)에서 미지수의 개수와 방정식의 개수가 모두 $n-2$ 개로써 미지수 D_i 를 h_i 와 y_i 의 조합으로 나타낼 수 있다. 여기서 $h_i = x_{i+1} - x_i$ 이므로 D 는 점의 x 값과 함수 값 y 의 조합으로 표현이 가능하다. 그 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 2(x_3 - x_1) & x_3 - x_2 & 0 & \dots & 0 \\ x_3 - x_2 & 2(x_4 - x_2) & x_4 - x_3 & \ddots & \\ \vdots & & & x_{n-2} - x_{n-3} & 2(x_{n-1} - x_{n-3}) & x_{n-1} - x_{n-2} \\ 0 & \dots & & x_{n-1} - x_{n-2} & 2(x_n - x_{n-3}) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} D_2 \\ D_3 \\ \vdots \\ D_{n-2} \\ D_{n-1} \end{pmatrix} \\
 & = 6 \begin{pmatrix} \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} - \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} - \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \\ \vdots \\ \frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{x_{n-1} - x_{n-2}} - \frac{y_{n-2} - y_{n-3}}{x_{n-2} - x_{n-3}} \\ \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} - \frac{y_{n-1} - y_{n-2}}{x_{n-1} - x_{n-2}} \end{pmatrix} \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

2.2 Cubic Spline을 이용한 PM상관도의 보간

PM상관도는 단면이 파괴하는 모든 축력과 휨의 조합을 나타낸 것으로 몇 개의 조합을 직선으로 연결하여 그리는 것이 일반적이다. 축력과 휨의 강도 조합을 이용하여 일축 휨을 받는 PM상관도에서 x 축은 휨모멘트(M)이고 y 축은 축력(P)이다. PM상관도 상에 나타나 있는 파괴강

도의 조합으로 Cubic spline을 Piecewise continuous한 3차식으로 보간 할 수 있다. PM상관도를 구성하는 M 과 P 의 조합이 n 개 일 때 3차식은 다음과 같다.

$$s_i(M) = a_i(M - M_i)^3 + b_i(M - M_i)^2 + c_i(M - M_i) + d_i \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1 \quad (2.15)$$

3차항의 계수 a_i 는 식 (2.9)로부터 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$a_i = \frac{D_{i+1} - D_i}{6(M_{i+1} - M_i)} \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1 \quad (2.16)$$

여기서 M_i 는 PM상관도를 구성하는 점들 중에서 i 번째 점의 x 축 값으로 휨 모멘트이다. D_i 는 식 (2.14)으로부터 얻어지는 값으로 M 과 P 에 의해서 구할 수 있다.

2차항의 계수 b_i 는 식(2.8)로부터 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$b_i = \frac{D_i}{2} \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1 \quad (2.17)$$

1차항의 계수 c_i 는 식(2.10)으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$c_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{M_{i+1} - M_i} - \left(\frac{D_{i+1} + 2D_i}{6} \right) (M_{i+1} - M_i) \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1 \quad (2.18)$$

여기서 P_i 는 PM상관도를 구성하는 점들 중에서 i 번째 점의 y 축 값인 축력을 의미한다.

상수항 d_i 는 식 (2.4)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$d_i = P_i \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1 \quad (2.19)$$

PM상관도의 함수형상에 따라서 압축지배구간과 인장지배구간으로 나누어서 한계상태식을 정의 할 수 있다. PM상관도에서 압축지배구간과 인장지배구간은 다음과 같다.

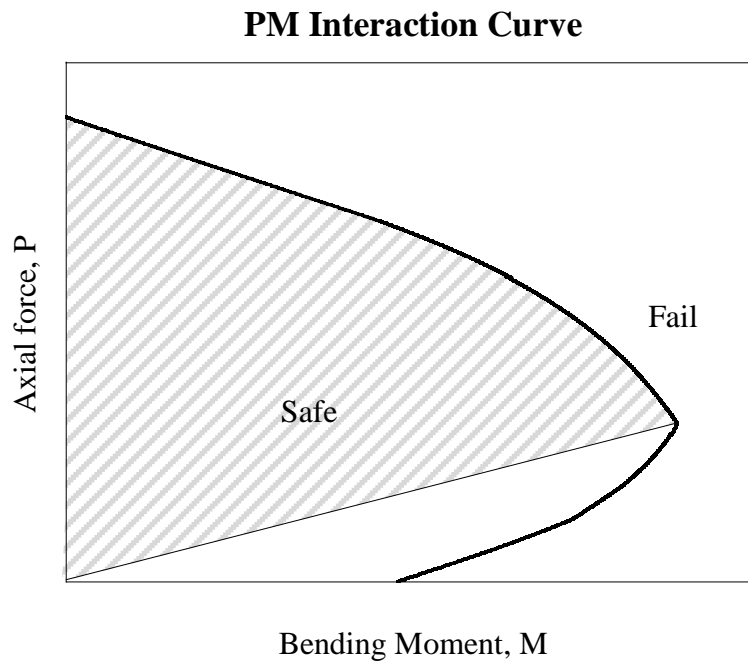


그림1. PM상관도의 압축지배구간

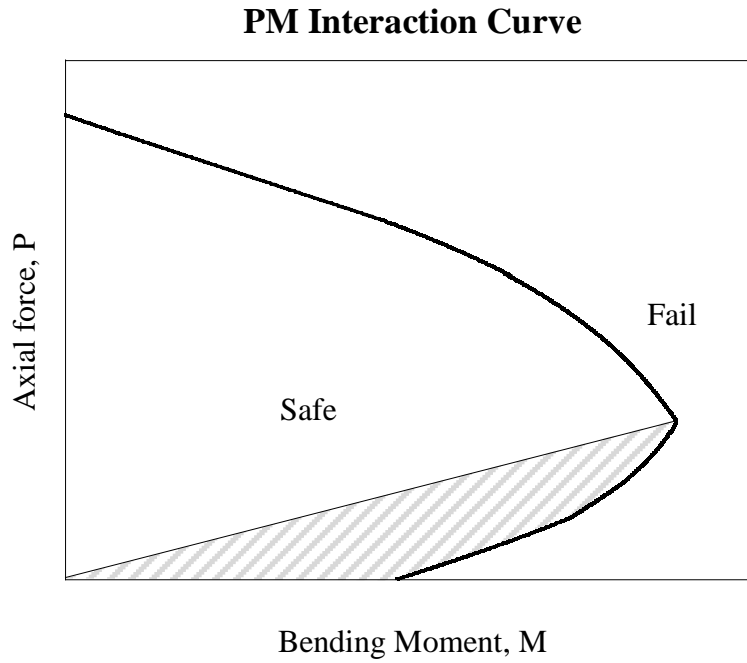


그림2. PM상관도의 인장지배구간

PM 상관도를 이용하여 한계상태식을 정의할 때 형상에 의해 압축지배구간과 인장지배구간의 한계상태식이 달라진다. 먼저 압축지배구간의 한계상태식은 다음과 같다.

$$G = a_i(M - M_i)^3 + b_i(M - M_i)^2 + c_i(M - M_i) + d_i - P \quad (2.20)$$

for $i = 1, \dots, n-1$

여기서 a_i, b_i, c_i, d_i 는 식(2.16)~(2.19)로부터 구해지는 미정계수이고 M_i 는 PM상관도 상에서 얻을 수 있는 점으로 a_i, b_i, c_i, d_i, M_i 모두 강도에

의해서 결정되는 변수이다. 그리고 M 과 P 는 하중변수로서 신뢰도 해석을 할 때 하중의 분포특성을 반영한다.

인장 지배구간의 한계상태식은 다음과 같다.

$$G = P - a_i(M - M_i)^3 + b_i(M - M_i)^2 + c_i(M - M_i) + d_i \quad (2.20)$$

for $i = 1, \dots, n-1$

마찬가지로 a_i, b_i, c_i, d_i 는 식(2.16)~(2.19)로부터 구해지는 미정계수이고 M_i 는 PM상관도 상에서 얻을 수 있는 점으로 a_i, b_i, c_i, d_i, M_i 모두 강도에 의해서 결정되는 변수이다. 그리고 M 과 P 는 하중변수로서 신뢰도 해석을 할 때 하중의 분포특성을 반영한다.

3. FORM을 이용한 신뢰도 평가

Cubic Spline을 이용하여 얻어진 한계상태식 G 는 PM상관도의 구간에 따라서 다음과 같다.

$$G = a_i(M - M_i)^3 + b_i(M - M_i)^2 + c_i(M - M_i) + d_i - P \quad (3.1a)$$

for $i = 1, \dots, n-1$

$$G = P - a_i(M - M_i)^3 + b_i(M - M_i)^2 + c_i(M - M_i) + d_i \quad (3.1b)$$

for $i = 1, \dots, n-1$

위 식에서 3차식의 계수 a_i, b_i, c_i, d_i 는 저항 (P 와 M)에 의해서 결정되는 값으로, 콘크리트의 압축강도 f_{ck} 와 철근의 인장강도 f_y 등의 함수이고, P 와 M 은 하중에 의해서 결정되는 값이다.

확률변수들이 정규분포를 따르지 않는 경우에는 FORM을 적용하기 위해서 먼저 Rackwitz-Fiezzler 변환법을 사용하여 비정규분포 확률변수 (\mathbf{X})를 등가정규분포 확률변수($\bar{\mathbf{X}}$)로 변환시켜야 한다. 등가 정규분포 확률변수의 평균과 표준편차를 이용하여, 등가정규분포공간에서 원점으로 부터 가장 가까이 있는 한계상태식상의 점까지를 신뢰도지수로 정의하여 구한다. 기하학적으로는 원점과 한계상태식 상의 한점을 이은 직선이 그 점에서의 한계상태식의 법선과 같은 방향이 되는 점을 MPFP로 정의한다.

본 연구에서는 한계상태식이 식(3.1)과 같이 비선형이므로 반복계산법에 의하여 MPFP를 계산한다. 하중변수 Q 와 저항변수 R 는 다음과 같다.

$$\mathbf{X}^T = (\mathbf{Q}, \mathbf{R})^T = ((P, M), (f_{ck}, f_y))^T \quad (3.2)$$

변환된 등가정규분포의 확률 변수는 다음과 같다.

$$\bar{\mathbf{X}}^T = (\bar{\mathbf{Q}}, \bar{\mathbf{R}})^T = ((\bar{P}, \bar{M}), (\bar{f}_{ck}, \bar{f}_y))^T \quad (3.3)$$

k 번째 반복 계산에서 결정된 점 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 중에서 $\bar{\mathbf{R}}_k$ 에 의해서 PM상관도가 결정되고, 그 위에 점 $\bar{\mathbf{Q}}_k$ 가 존재하게 된다. 점 $\bar{\mathbf{Q}}_k$ 에서 법선방향 벡터는 그래디언트 연산자에 의하여 표시할 수 있고, 현재 단계에서 MPFP가 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 에서 한계상태식의 법선 방향에 존재한다고 가정하면 MPFP는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\bar{\mathbf{X}}_{k+1} = \lambda \nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k) = \lambda [\nabla_{\bar{\mathbf{Q}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k), \nabla_{\bar{\mathbf{R}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k)] \quad (3.4)$$

여기서 λ 는 미지수로 스칼라 변수이고, $\nabla_{\bar{\mathbf{X}}}$, $\nabla_{\bar{\mathbf{Q}}}$, $\nabla_{\bar{\mathbf{R}}}$ 은 각각 $\bar{\mathbf{X}}$, $\bar{\mathbf{Q}}$, $\bar{\mathbf{R}}$ 에 대한 그래디언트 연산자이다.

등가정규분포공간에서 한계상태식의 그래디언트를 구하기 위하여, $\bar{\mathbf{X}}_k$ 를 원래의 확률분포 공간으로 역변환하여 \mathbf{X}_k 를 구한 후 $\nabla_{\mathbf{X}} G(\mathbf{X}_k)$

를 계산하여 그 값을 등가정규분포공간으로 변환하는 방법을 사용한다.
원래의 확률분포 공간에서 그래디언트는 다음과 같다.

$$\nabla_{\mathbf{X}}G(\mathbf{X}_k) = (\nabla_{\mathbf{Q}}G(\mathbf{Q}_k), \nabla_{\mathbf{R}}G(\mathbf{R}_k)) \quad (3.5)$$

원래의 확률분포공간에서 한계상태식의 그래디언트를 등가 정규분포공간으로 변환하면 식 (3.4)의 그래디언트를 구할 수 있다.

식(3.4)에서 주어진 MPFP는 한계상태식 위에 있어야 하므로 한계상태식을 만족 하여야 한다.

$$\bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_{k+1}) = \bar{G}(\lambda \nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k)) = 0 \quad (3.6)$$

식 (3.6)를 λ 에 대하여 풀면 새로운 MPFP를 결정할 수 있다. 그러나, 한계상태식 자체가 비선형이므로 식 (3.6)를 λ 에 대하여 풀기 위해서는 별도의 반복계산이 필요하다. 현 단계에서의 λ 는 전 단계의 값에 현단계에서의 증분을 더하여 표시할 수 있다.

$$\lambda_{p+1} = \lambda_p + \Delta\lambda \quad (3.7)$$

위의 식에서 p 는 λ 를 결정하기 위한 반복계산 회수를 나타낸다. 식 (3.7)를 식(3.6)에 대입한 후 λ 에 대한 일차 테일러 전개를 이용하여 한계상태식을 근사한다.

$$\begin{aligned}
\bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_{k+1}) &\approx \bar{G}(\lambda_p \bar{\mathbf{X}}_k) + \left. \frac{\partial \bar{G}}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=\lambda_p} \Delta\lambda \\
&= \bar{G}(\lambda_p \bar{\mathbf{X}}_k) + \left. \frac{\partial \bar{G}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \cdot \frac{\partial \bar{\mathbf{X}}}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=\lambda_p} \Delta\lambda \\
&= \bar{G}(\lambda_p \bar{\mathbf{X}}_k) + \nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\lambda_p \bar{\mathbf{X}}_k) \cdot \nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k) \Delta\lambda = 0
\end{aligned} \tag{3.8}$$

식(3.8)를 $\Delta\lambda$ 에 대하여 풀면 다음과 같다.

$$\Delta\lambda = -\frac{\bar{G}(\lambda_p)}{\nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\lambda_p \bar{\mathbf{X}}_k) \cdot \nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k)} \tag{3.9}$$

식(3.9)을 수렴할 때까지 반복적으로 풀면 새로운 MPFP $\bar{\mathbf{X}}_{k+1}$ 를 구할 수 있다. $G(\lambda_p) = \bar{G}(\lambda_p)$ 성질에 의하여 식(3.9)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Delta\lambda = -\frac{G(\lambda_p)}{\nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\lambda_p \bar{\mathbf{X}}_k) \cdot \nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k)} \tag{3.10}$$

반복 계산을 위한 초기값은 이전에 언급했던 바와 같이 $\bar{\mathbf{X}}_k$ 에서 접선방향과 $\bar{\mathbf{X}}_{k+1}$ 가 직교한다는 조건을 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k) \cdot (\bar{\mathbf{X}}_k - \lambda_0 \nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k)) &= 0 \text{ 혹은} \\
\lambda_0 &= \frac{\nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k) \cdot \bar{\mathbf{X}}_k}{\nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k) \cdot \nabla_{\bar{\mathbf{X}}} \bar{G}(\bar{\mathbf{X}}_k)}
\end{aligned} \tag{3.11}$$

수렴 조건은 λ_{p+1} 에 대하여 적용한다.

$$\frac{|\Delta\lambda|}{|\lambda_{p+1}|} \leq \varepsilon_\lambda \quad (3.12)$$

여기서 ε_λ 는 허용 오차이고, $|\cdot|$ 는 절대값을 의미한다. λ 을 구하는 반복 계산은 Newton-Raphson 방법에 기초하고 있기 때문에 2 차 수렴성을 보이며 매우 빠르게 수렴한다. λ 가 수렴하면 새로운 MPFP 가 결정되고, 새로 결정된 MPFP 를 이용하여 식 (3.4)~(3.12) 까지의 과정을 MPFP 가 수렴할 때까지 반복한다. MPFP 결정을 위한 반복 계산에 대한 수렴조건은 현 단계에서 MPFP 의 변화량으로 정의한다.

$$\frac{\|\bar{\mathbf{X}}_{k+1} - \bar{\mathbf{X}}_k\|_2}{\|\bar{\mathbf{X}}_{k+1}\|_2} \leq \varepsilon_{\bar{\mathbf{X}}} \quad (3.13)$$

위 식에서 $\varepsilon_{\bar{\mathbf{X}}}$ 는 MPFP 에 대한 허용 오차이다.

4. 한계상태 방정식의 민감도 산정

신뢰도해석을 하기 위해서는 확률변수에 대한 한계상태식의 민감도를 정확하게 계산해야 한다. 먼저 하중에 대한 한계상태식의 그래디언트는 식 (3.1a)을 P 와 M 에 대해서 각각 직접 미분 함으로써 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial P} &= -1 \\ \frac{\partial G}{\partial M} &= 3a_i(M - M_i)^2 + 2b_i(M - M_i) + c_i \end{aligned} \quad (4.1a)$$

마찬가지로 인장지배구간에서 하중에 대한 한계상태식의 그래디언트는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial P} &= 1 \\ \frac{\partial G}{\partial M} &= -3a_i(M - M_i)^2 - 2b_i(M - M_i) - c_i \end{aligned} \quad (4.1b)$$

저항에 대한 그래디언트는 철근의 항복응력과 콘크리트 압축강도가 계수 \mathbf{a} 에 포함되어있으므로 Chain Rule을 이용하여 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial G}{\partial f_{ck}} &= \frac{\partial G}{\partial \mathbf{a}} \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial f_{ck}} \\ \frac{\partial G}{\partial f_y} &= \frac{\partial G}{\partial \mathbf{a}} \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial f_y}\end{aligned}\quad (4.2)$$

계수 a_i 의 콘크리트 압축강도에 대한 민감도는 식 (2.16)으로부터 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial a_i}{\partial f_{ck}} &= \frac{\partial}{\partial f_{ck}} \left(\frac{D_{i+1} - D_i}{6(M_{i+1} - M_i)} \right) \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1 \\ \frac{\partial a_i}{\partial f_{ck}} &= \frac{\frac{\partial}{\partial f_{ck}} (D_{i+1} - D_i)(M_{i+1} - M_i) - (D_{i+1} - D_i) \frac{\partial}{\partial f_{ck}} 6(M_{i+1} - M_i)}{36(M_{i+1} - M_i)^2} \\ \therefore \frac{\partial a_i}{\partial f_{ck}} &= \frac{\left(\frac{\partial D_{i+1}}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial D_i}{\partial f_{ck}} \right) (M_{i+1} - M_i) - (D_{i+1} - D_i) 6 \left(\frac{\partial M_{i+1}}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial M_i}{\partial f_{ck}} \right)}{36(M_{i+1} - M_i)^2}\end{aligned}\quad (4.3)$$

마찬가지로 a_i 의 철근의 인장강도에 대한 민감도는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial a_i}{\partial f_y} = \frac{\left(\frac{\partial D_{i+1}}{\partial f_y} - \frac{\partial D_i}{\partial f_y} \right) (M_{i+1} - M_i) - (D_{i+1} - D_i) 6 \left(\frac{\partial M_{i+1}}{\partial f_y} - \frac{\partial M_i}{\partial f_y} \right)}{36(M_{i+1} - M_i)^2}\quad (4.4)$$

계수 b_i 의 콘크리트 압축강도에 대한 민감도는 식 (2.17)로부터 다음과 같다.

$$\frac{\partial b_i}{\partial f_{ck}} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_i}{\partial f_{dk}} \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1 \quad (4.5)$$

마찬가지로 철근의 인장강도에 대한 b_i 의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial b_i}{\partial f_y} = \frac{1}{2} \frac{\partial D_i}{\partial f_y} \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1 \quad (4.6)$$

계수 c_i 의 콘크리트 압축강도에 대한 민감도는 식 (2.18)로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial c_i}{\partial f_{ck}} &= \frac{\partial}{\partial f_{ck}} \left(\frac{P_{i+1} - P_i}{M_{i+1} - M_i} \right) - \frac{\partial}{\partial f_{ck}} \left(\frac{D_{i+1} + 2D_i}{6} \right) (M_{i+1} - M_i) \\ &\quad - \left(\frac{D_{i+1} + 2D_i}{6} \right) \frac{\partial}{\partial f_{ck}} (M_{i+1} - M_i) \\ &= \frac{\frac{\partial}{\partial f_{ck}} (P_{i+1} - P_i) (M_{i+1} - M_i) - (P_{i+1} - P_i) \frac{\partial}{\partial f_{ck}} (M_{i+1} - M_i)}{(M_{i+1} - M_i)^2} \\ &\quad - \frac{1}{6} \left(\frac{\partial D_{i+1}}{\partial f_{ck}} + 2 \frac{\partial D_i}{\partial f_{ck}} \right) (M_{i+1} - M_i) - \left(\frac{D_{i+1} + 2D_i}{6} \right) \left(\frac{\partial M_{i+1}}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial M_i}{\partial f_{ck}} \right) \\ \frac{\partial c_i}{\partial f_{ck}} &= \frac{\left(\frac{\partial P_{i+1}}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial P_i}{\partial f_{ck}} \right) (M_{i+1} - M_i) - (P_{i+1} - P_i) \left(\frac{\partial M_{i+1}}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial M_i}{\partial f_{ck}} \right)}{(M_{i+1} - M_i)^2} \\ &\quad - \frac{1}{6} \left(\frac{\partial D_{i+1}}{\partial f_{ck}} + 2 \frac{\partial D_i}{\partial f_{ck}} \right) (M_{i+1} - M_i) - \left(\frac{D_{i+1} + 2D_i}{6} \right) \left(\frac{\partial M_{i+1}}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial M_i}{\partial f_{ck}} \right) \end{aligned} \quad (4.7)$$

마찬가지로 철근의 인장강도에 대한 계수 c_i 의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial c_i}{\partial f_y} = \frac{\left(\frac{\partial P_{i+1}}{\partial f_y} - \frac{\partial P_i}{\partial f_y}\right)(M_{i+1} - M_i) - (P_{i+1} - P_i)\left(\frac{\partial M_{i+1}}{\partial f_y} - \frac{\partial M_i}{\partial f_y}\right)}{(M_{i+1} - M_i)^2} \quad (4.8)$$

$$- \frac{1}{6}\left(\frac{\partial D_{i+1}}{\partial f_y} + 2\frac{\partial D_i}{\partial f_y}\right)(M_{i+1} - M_i) - \left(\frac{D_{i+1} + 2D_i}{6}\right)\left(\frac{\partial M_{i+1}}{\partial f_y} - \frac{\partial M_i}{\partial f_y}\right)$$

계수 d_i 의 콘크리트 압축강도에 대한 민감도는 식 (2.19)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial d_i}{\partial f_{ck}} = \frac{\partial P_i}{\partial f_{ck}} \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1 \quad (4.9)$$

마찬가지로 철근의 인장강도에 대한 계수 d_i 의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial d_i}{\partial f_y} = \frac{\partial P_i}{\partial f_y} \quad \text{for } i = 1, \dots, n-1 \quad (4.10)$$

여기서 미지수 D_i 는 식 (2.14)로부터 결정된다. D_i 역시 콘크리트의 축력과 휨 모멘트에 대한 함수이며 식 (2.14)는 다음과 같은 행렬식으로 간단하게 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial f_{ck}} = \frac{\partial}{\partial f_{ck}} (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}) = \frac{\partial \mathbf{A}^{-1}}{\partial f_{ck}} \mathbf{B} + \mathbf{A}^{-1} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial f_{ck}} \quad (4.13)$$

여기서 $\frac{\partial \mathbf{A}^{-1}}{\partial f_{ck}}$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A} &= \mathbf{I} \\ \frac{\partial (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A})}{\partial f_{ck}} &= \frac{\partial \mathbf{A}^{-1}}{\partial f_{ck}} \mathbf{A} + \mathbf{A}^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial f_{ck}} = \mathbf{0} \\ \frac{\partial \mathbf{A}^{-1}}{\partial f_{ck}} &= -\mathbf{A}^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial f_{ck}} \mathbf{A}^{-1} \end{aligned} \quad (4.14)$$

따라서 식 (4.13)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial f_{ck}} = (-\mathbf{A}^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial f_{ck}} \mathbf{A}) \mathbf{B} + \mathbf{A}^{-1} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial f_{ck}} \quad (4.15)$$

여기서 \mathbf{A} 행렬의 민감도는 각 항을 편미분 한 것과 같다. 따라서 콘크리트 압축강도에 대한 \mathbf{A} 의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial f_{ck}} = \begin{bmatrix} 2\left(\frac{\partial M_3}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial M_1}{\partial f_{ck}}\right) & \frac{\partial M_3}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial M_2}{\partial f_{ck}} & 0 \\ \frac{\partial M_3}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial M_2}{\partial f_{ck}} & 2\left(\frac{\partial M_4}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial M_2}{\partial f_{ck}}\right) & \frac{\partial M_4}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial M_3}{\partial f_{ck}} \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

마찬가지로 철근의 인장강도에 대한 \mathbf{A} 의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial f_y} = \begin{bmatrix} 2\left(\frac{\partial M_3}{\partial f_y} - \frac{\partial M_1}{\partial f_y}\right) & \frac{\partial M_3}{\partial f_y} - \frac{\partial M_2}{\partial f_y} & 0 & & \\ \frac{\partial M_3}{\partial f_y} - \frac{\partial M_2}{\partial f_y} & 2\left(\frac{\partial M_4}{\partial f_y} - \frac{\partial M_2}{\partial f_y}\right) & \frac{\partial M_4}{\partial f_y} - \frac{\partial M_3}{\partial f_y} & & \\ & & & \ddots & \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

마찬가지로 \mathbf{B} 벡터의 민감도는 각 항을 편미분 한 것과 같다. \mathbf{B} 벡터의 i 번째 항의 콘크리트 압축강도에 대한 민감도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_i}{\partial f_{ck}} &= 6 \times \frac{\partial}{\partial f_{ck}} \left(\frac{P_{i+1} - P_i}{M_{i+1} - M_i} - \frac{P_i - P_{i-1}}{M_i - M_{i-1}} \right) \\ &= 6 \times \frac{\partial}{\partial f_{ck}} \left(\frac{P_{i+1} - P_i}{M_{i+1} - M_i} \right) - \frac{\partial}{\partial f_{ck}} \left(\frac{P_i - P_{i-1}}{M_i - M_{i-1}} \right) \\ &= 6 \times \left\{ \frac{\left(\frac{\partial P_{i+1}}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial P_i}{\partial f_{ck}} \right) (M_{i+1} - M_i) - (P_{i+1} - P_i) \left(\frac{\partial M_{i+1}}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial M_i}{\partial f_{ck}} \right)}{(M_{i+1} - M_i)^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\left(\frac{\partial P_i}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial P_{i-1}}{\partial f_{ck}} \right) (M_i - M_{i-1}) - (P_i - P_{i-1}) \left(\frac{\partial M_i}{\partial f_{ck}} - \frac{\partial M_{i-1}}{\partial f_{ck}} \right)}{(M_{i+1} - M_i)^2} \right\} \end{aligned} \quad (4.18)$$

마찬가지로 철근의 인장강도에 대한 i 번째 항의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial B_i}{\partial f_y} = 6 \times \left\{ \frac{\left(\frac{\partial P_{i+1}}{\partial f_y} - \frac{\partial P_i}{\partial f_y} \right) (M_{i+1} - M_i) - (P_{i+1} - P_i) \left(\frac{\partial M_{i+1}}{\partial f_y} - \frac{\partial M_i}{\partial f_y} \right)}{(M_{i+1} - M_i)^2} \right. \\ \left. - \frac{\left(\frac{\partial P_i}{\partial f_y} - \frac{\partial P_{i-1}}{\partial f_y} \right) (M_i - M_{i-1}) - (P_i - P_{i-1}) \left(\frac{\partial M_i}{\partial f_y} - \frac{\partial M_{i-1}}{\partial f_y} \right)}{(M_{i+1} - M_i)^2} \right\} \quad (4.19)$$

식 (4.15)으로부터 얻어진 D_i 의 민감도를 식 (4.3) ~식 (4.9)에 대입하면 각 계수의 콘크리트 압축강도에 대한 민감도와 철근의 인장강도에 대한 민감도를 구할 수 있다. 그리고 그 계수들의 민감도를 식(4.2)에 대입하면 한계상태방정식의 민감도를 계산 할 수 있다.

5. 해석 예제

본 연구에서 제안한 신뢰도해석 기법을 이용하여 아래 그림과 같은 철근 콘크리트 기둥 단면의 신뢰도평가를 수행한다. 철근 콘크리트 단면은 $400\text{mm} \times 400\text{mm}$ 의 정사각형 단면이며 $f_{ck} = 27.4\text{MPa}$, $f_y = 400\text{MPa}$, $E_s = 200\text{GPa}$ 등급의 8-D19 축방향 주철근을 배치 하였다.

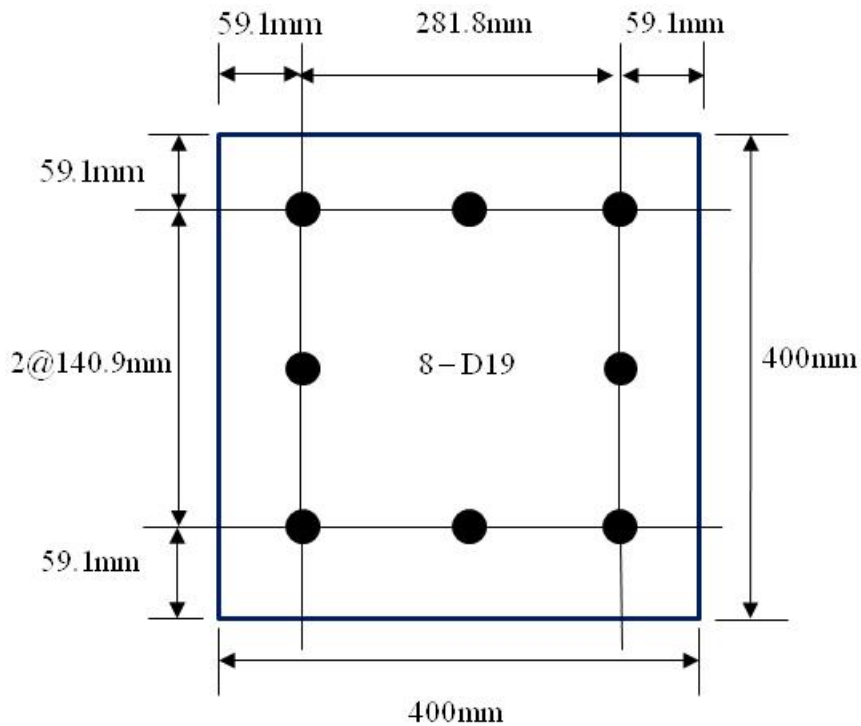


그림3. 해석 예제 단면

위 단면의 PM상관도는 다음과 같다.

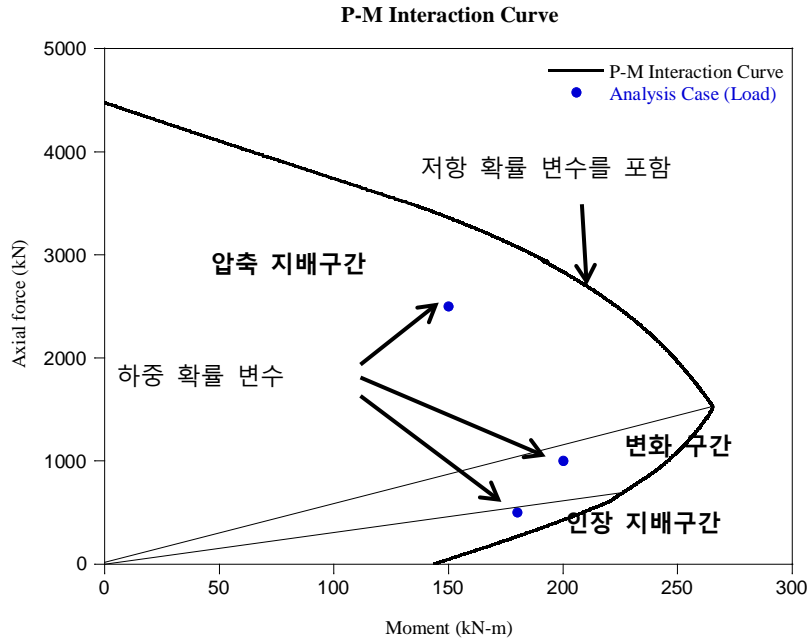


그림4. 해석 예제 단면의 PM상관도
 PM상관도는 단면의 강도를 나타내고 있기 때문에 저항의 확률변수를 포함하고 있으며 하중의 확률변수는 PM내부의 점으로 나타나고 있다. PM상관도는 그림4와 같이 크게 압축지배구간과 변화구간, 인장지배구간으로 나눌 수 있다. 각 구간 내에서 하나씩 총 세 개의 하중 케이스에 대해서 신뢰도해석을 수행하도록 한다. 반복계산시 결정되는 MPFP를 따라서 Cubic Spline을 이용하여 보간하는 구간을 계속해서 이동 시켜 나가기 때문에 PM상관도 상의 모든 점을 파괴 가능 점으로 보고 신뢰도해석을 할 수 있다.

위의 예제에서 확률변수(Random Variables)는 하중 확률변수인 축하중과 휨하중, 그리고 저항 확률변수인 콘크리트 압축강도와 철근의 항복강

도를 고려한다. 먼저 축하중과 휨하중의 분포특성은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P &\sim N(\mu_P, \sigma_P^2), & \text{cov}(P) &= \frac{\sigma_P}{\mu_P} = 0.1 \\
 M &\sim N(\mu_M, \sigma_M^2), & \text{cov}(M) &= \frac{\sigma_M}{\mu_M} = 0.1
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

여기서 N 은 정규분포를 의미하며 μ 는 평균, σ 는 표준편차, cov 는 변동계수(coefficient of variation)을 의미한다.

콘크리트 압축강도와 철근의 항복강도의 분포특성은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 f_{ck} &\sim N(\mu_{f_{ck}}, \sigma_{f_{ck}}^2), & \text{cov}(f_{ck}) &= \frac{\sigma_{f_{ck}}}{\mu_{f_{ck}}} = 0.16 \\
 f_{ck} &\sim LN(\mu_{f_{ck}}, \sigma_{f_{ck}}^2), & \text{cov}(f_{ck}) &= \frac{\sigma_{f_{ck}}}{\mu_{f_{ck}}} = 0.16 \\
 f_y &\sim N(\mu_{f_y}, \sigma_{f_y}^2), & \text{cov}(f_y) &= \frac{\sigma_{f_y}}{\mu_{f_y}} = 0.1 \\
 f_y &\sim LN(\mu_{f_y}, \sigma_{f_y}^2), & \text{cov}(f_y) &= \frac{\sigma_{f_y}}{\mu_{f_y}} = 0.1
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

두 확률변수의 변동계수는 Mirza[2]의 논문을 바탕으로 결정하였다. 여기서 콘크리트 압축강도의 변동계수가 큰 이유는 콘크리트 재료 자체의 비선형성과 불확실성이 높기 때문이다. 여기서 저항의 확률변수를 정규분포와 대수정규분포 모두 고려하여 확률변수에 따라 신뢰도해석 결과에 미치는 영향을 확인하도록 한다.

인장지배구간내의 하중이 작용할 때 신뢰도해석을 수행한다. 다음은 확률변수의 종류와 분포 특성을 나타낸 표이다.

표1. 인장지배구간 내의 확률변수

하중 확률 변수	$P \sim N(500, 50^2)$ $M \sim N(180, 18^2)$
저항 확률 변수	$f_{ck} \sim N(27.4, 4.384^2)$ $f_y \sim N(400, 40^2)$

본 연구에서 제안하는 방법으로 신뢰도평가를 한 결과는 다음과 같다.

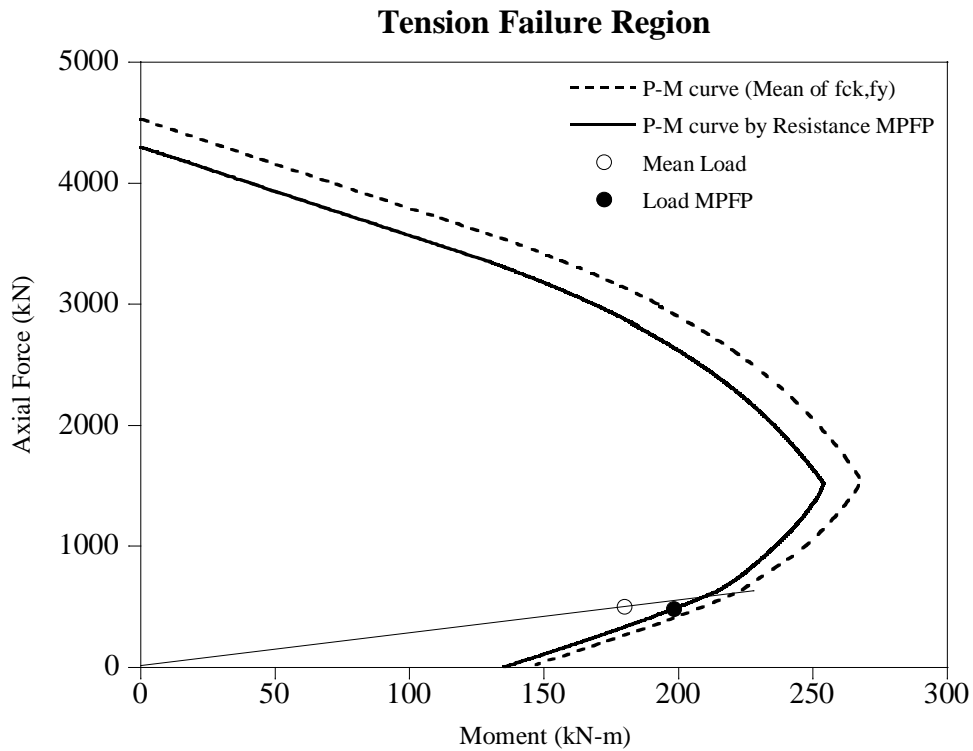


그림5. 인장지배구간내의 하중이 작용할 때 신뢰도해석 결과

표2. 신뢰도해석 결과 비교

	MCS(1,000,000)	CUBIC SPLINE-FORM
Reliability index	$\beta = 1.2122$	$\beta = 1.2949$
Probability of failure	$p_F = 1.1271 \times 10^{-1}$	$p_F = 9.7674 \times 10^{-2}$
Design point (MPFP)		$M^* = 198.51 \text{ kN} \cdot \text{m}$ $P^* = 483.11 \text{ kN}$ $f_{ck}^* = 26.28 \text{ MPa}$ $f_y^* = 373.45 \text{ MPa}$
cov of probability of failure	$\text{cov}(p_F) = 0.0028$	

위의 표는 MCS와 제안된 방법의 신뢰도해석 결과를 비교한 것이다. 신뢰도지수 차이는 PM상관도가 끝나는 지점이기 때문에 MCS의 표본추출이 한계가 있어서 발생하는 오차이다. 신뢰도해석 결과 얻어진 MPFP를 보면 콘크리트의 압축강도의 경우 평균에서 약간 감소하였지만, 철근의 항복강도는 평균에서 9% 정도 감소한 것을 알 수 있다. 이는 인장지배구간이 콘크리트의 압축강도보다 철근의 인장강도의 영향을 많이 받는 점을 반영하고 있다. 또한 그림5에서 나타나듯이 MPFP가 하중의 평균점과 원점을 연결한 일직선상에 있지 않고 그보다 약간 대각선 아래에 존재하는 것을 알 수 있다. MPFP결과에서도 평균에 비해서 축력이 3% 정도 감소 하였다.

변화구간내의 하중이 작용할 확률변수의 종류와 분포 특성을 나타낸 표이다.

표3. 변화구간 내의 확률변수

하중 확률 변수	$P \sim N(1000, 100^2)$ $M \sim N(200, 20^2)$
저항 확률 변수	$f_{ck} \sim N(27.4, 4.384^2)$ $f_y \sim N(400, 40^2)$

본 연구에서 제안하는 방법으로 신뢰도평가를 한 결과는 다음과 같다.

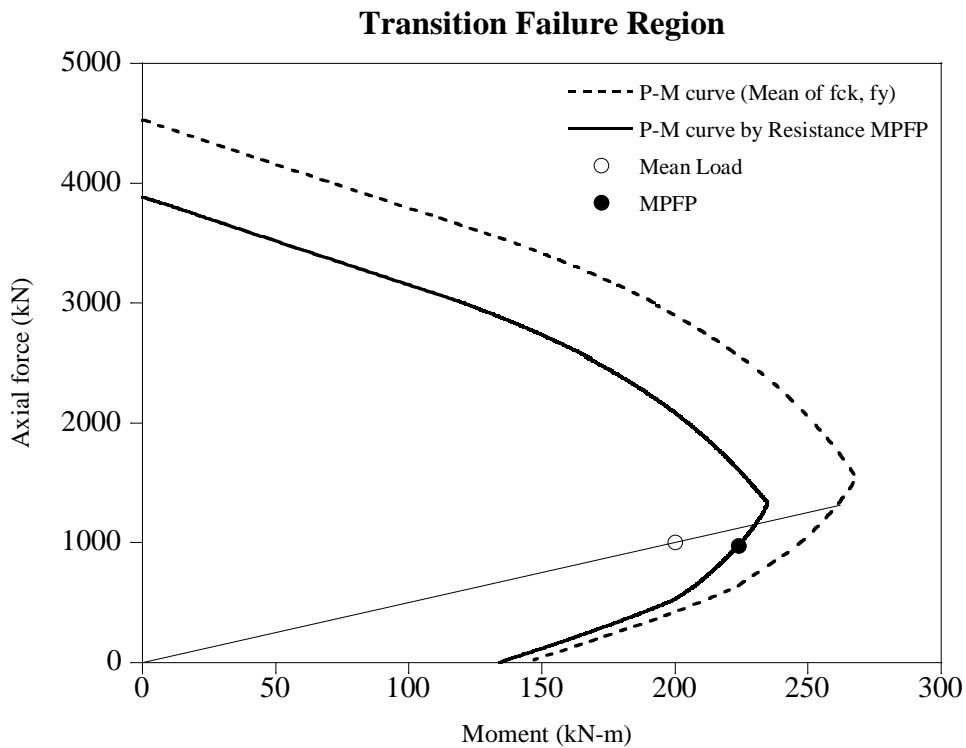


그림6. 변화구간내의 하중이 작용할 때 신뢰도해석 결과

표4. 신뢰도해석 결과 비교

	MCS(1,000,000)	CUBIC SPLINE-FORM
Reliability index	$\beta = 1.6252$	$\beta = 1.6987$
Probability of failure	$p_F = 5.206 \times 10^{-2}$	$p_F = 4.4689 \times 10^{-2}$
Design point (MPFP)		$M^* = 223.88 \text{ kN} \cdot \text{m}$
		$P^* = 975.63 \text{ kN}$
		$f_{ck}^* = 22.87 \text{ MPa}$
		$f_y^* = 376.87 \text{ MPa}$
Cov of probability of failure	$\text{cov}(p_F) = 0.0043$	

신뢰도해석 결과 얻어진 MPFP를 보면 인장지배구간에 비해서 콘크리트의 압축강도가 평균에서 4% 더 많이 감소 하였다. 철근의 항복강도는 평균에서 감소량은 비슷하지만 덜 감소 하였다. 이는 변화구간이 인장지배구간보다 콘크리트의 압축강도의 영향을 많이 받으며, 콘크리트와 철근의 재료 특성 모두 변화구간의 강도에 영향을 끼치는 점을 반영하고 있다. 또한 그림5 에서 나타나듯이 MPFP가 하중의 평균점과 원점을 연결한 일직선상에 있지 않고 그 차이가 눈에 띄는 것을 볼 수 있다. 하중의 MPFP결과에서 축력은 2.5%정도로 인장지배구간과 비슷하게 감소 하였다. 두 경우 모두 파괴의 거동을 보아 축력의 영향은 매우 작고 휨이 파괴거동에 지배적인 것을 알 수 있다.

압축지배구간내의 하중이 작용할 확률변수의 종류와 분포 특성은 다음과 같다..

표5. 압축 지배구간 내의 확률변수

하중 확률 변수	$P \sim N(2500, 250^2)$ $M \sim N(150, 15^2)$
저항 확률 변수	$f_{ck} \sim N(27.4, 4.384^2)$ $f_y \sim N(400, 40^2)$

본 연구에서 제안하는 방법으로 신뢰도평가를 한 결과는 다음과 같다.

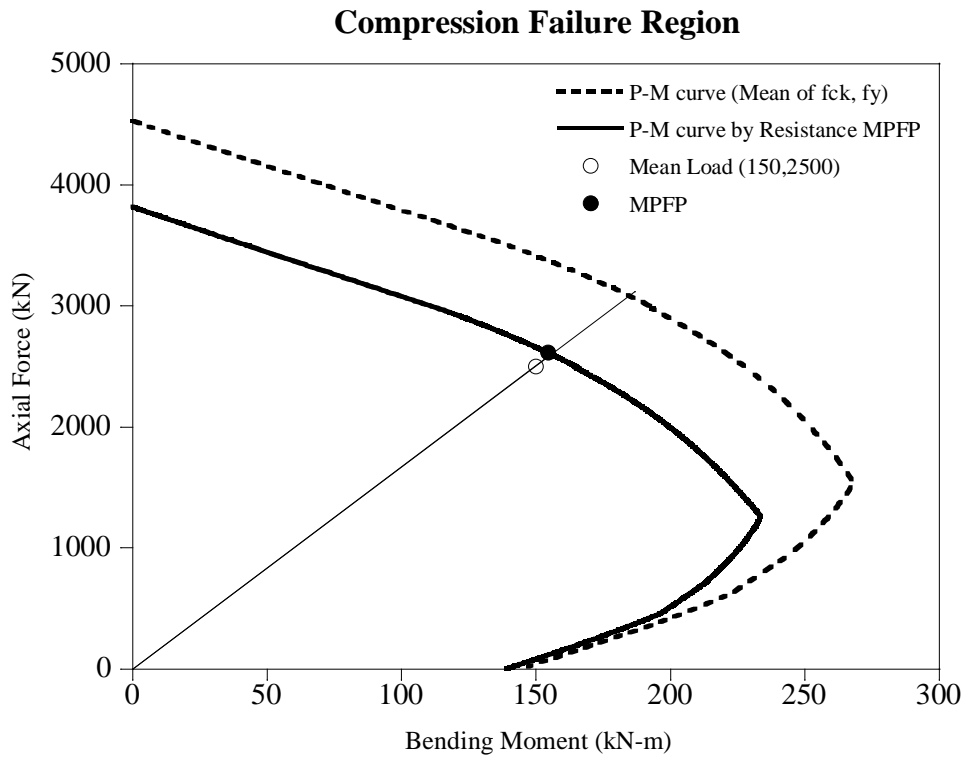


그림7. 압축지배구간내의 하중이 작용할 때 신뢰도해석 결과

표6. 신뢰도해석 결과 비교

	MCS (1,000,000)	CUBIC SPLINE-FORM
Reliability index	$\beta = 1.3221$	$\beta = 1.3343$
Probability of failure	$p_F = 9.3072 \times 10^{-2}$	$p_F = 9.1046 \times 10^{-2}$
Design point (MPFP)		$M^* = 154.39 \text{ kN} \cdot \text{m}$ $P^* = 2617.69 \text{ kN}$ $f_{ck}^* = 22.13 \text{ MPa}$ $f_y^* = 393.63 \text{ MPa}$
COV of probability of failure	$\text{cov}(p_F) = 0.0031$	

위 결과로부터 제안한 신뢰도해석방법이 정확한 것을 확인 할 수 있다. 압축 지배구간의 경우 철근의 항복강도가 평균에서 약 2%감소한 것으로 인장지배구간과 변화구간에 비해서 철근의 항복강도의 변화가 매우 적은 것을 알 수 있다. 또한 세 경우 중에서 콘크리트의 압축강도 감소가 가장 큰 것은, 콘크리트 압축강도가 축력에 영향을 많이 미치는 점을 반영하고 있다. 하중의 MPFP로부터 휨보다 축력의 영향을 많이 받는 파괴거동을 나타낸 것을 확할 수 있다. 앞의 세가지 경우로부터 파괴거동은 항상 동일한 것이 아니라 하중에 따라서 달라지는 것을 확인 할 수 있었다. 따라서 파괴점을 동일 편심상의 점으로 보거나, 모멘트만 고려하여 안전 여부를 판단하는 것은 바람직하지 않다.

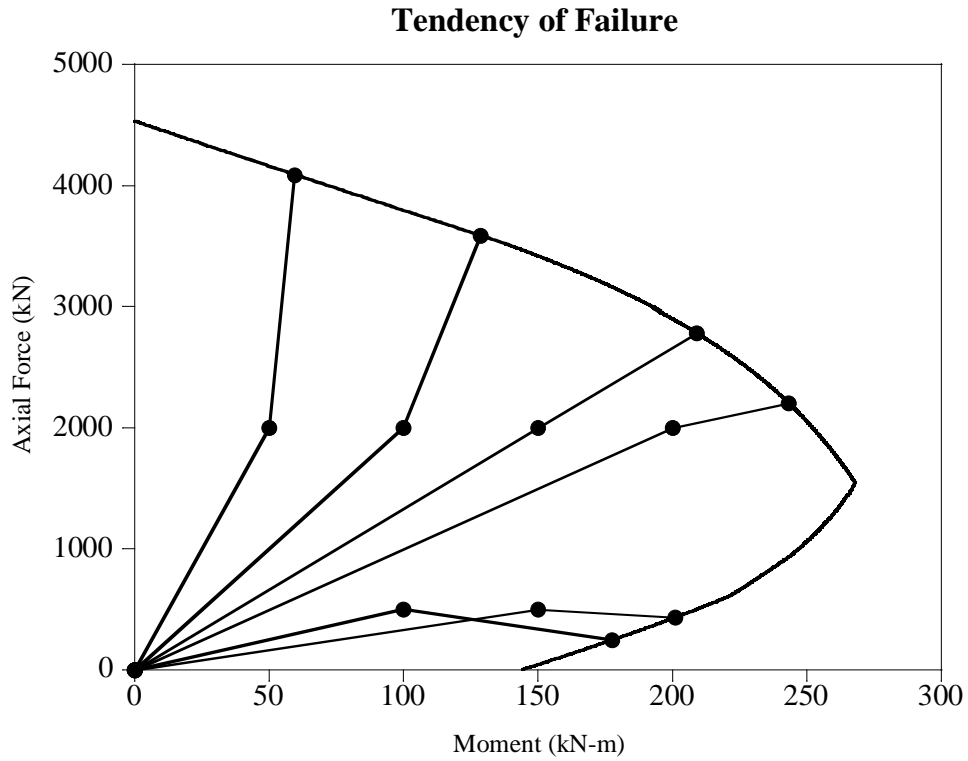


그림8. 하중에 따른 파괴 양상

위의 그림은 하중의 크기에 따라서 파괴 양상을 나타낸 것이다. 위 결과는 최대압축강도에 가까울수록 축력의 영향을 많이 받고 멀어질수록 점차 휨의 영향을 많이 받는 것을 나타낸다. 따라서 기존 연구와 같이 편심상에서 반드시 파괴한다고 보거나, 모멘트의 영향이 지배적이라고 보고 신뢰도해석을 하는 것은 바람직 하지 않다. 또한 임의로 구간을 나누어서 그 구간 내에서만 파괴 한다고 보는 것도 한계가 있다. 따라서 본

연구에서처럼 모든 점이 파괴 가능하도록 반드시 고려해야 한다.

일반적으로 저항의 확률변수는 대수정규분포를 많이 따른다. 하중의 분확률변수가 같을 때 저항의 확률변수의 종류에 따른 신뢰도평가 결과를 살펴 보도록 하자.

표7. Case1 확률변수와 신뢰도지수

Load random variables	Resistance random variables	Reliability index
$M \sim N(50, 5^2)$ $P \sim N(2000, 200^2)$	$f_{ck} \sim N(27.4, 4.384^2)$ $f_y \sim N(400, 40^2)$	$\beta = 3.4843$
$M \sim N(50, 5^2)$ $P \sim N(2000, 200^2)$	$f_{ck} \sim LN(27.4, 4.384^2)$ $f_y \sim LN(400, 40^2)$	$\beta = 4.4132$

위의 표에서 저항이 대수정규분포 일 때 신뢰도지수가 더 큰 것을 볼 수 있다. 또한 그림 9와 그림10으로부터 저항이 대수정규 분포일 때 저항의 MPFP가 더 크기 때문에 안전한 구간이 더 큰 PM상관도가 그려지는 것을 볼 수 있다. 이것은 대수정규분포의 비대칭도를 반영한 결과로써 분포의 종류에 따른 변화를 무시할 수 없음을 보이고 있다.

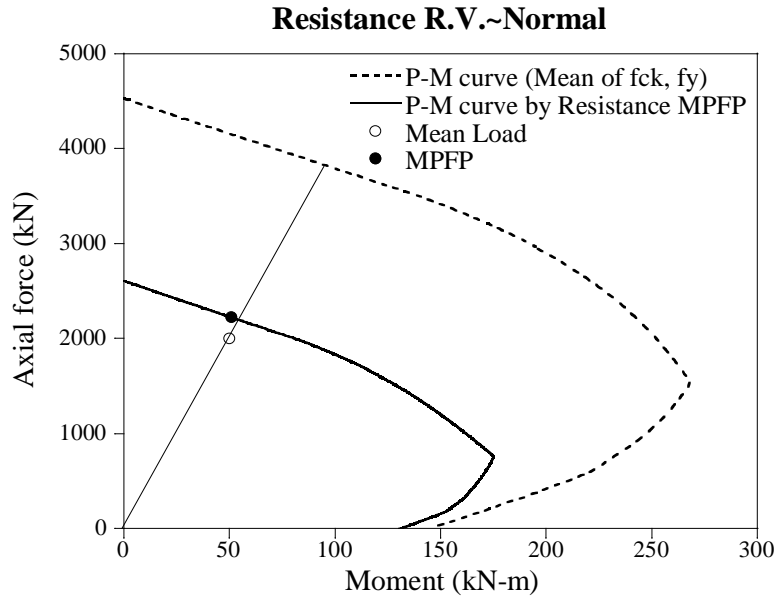


그림9. 저항이 정규분포일 때 신뢰도해석 결과

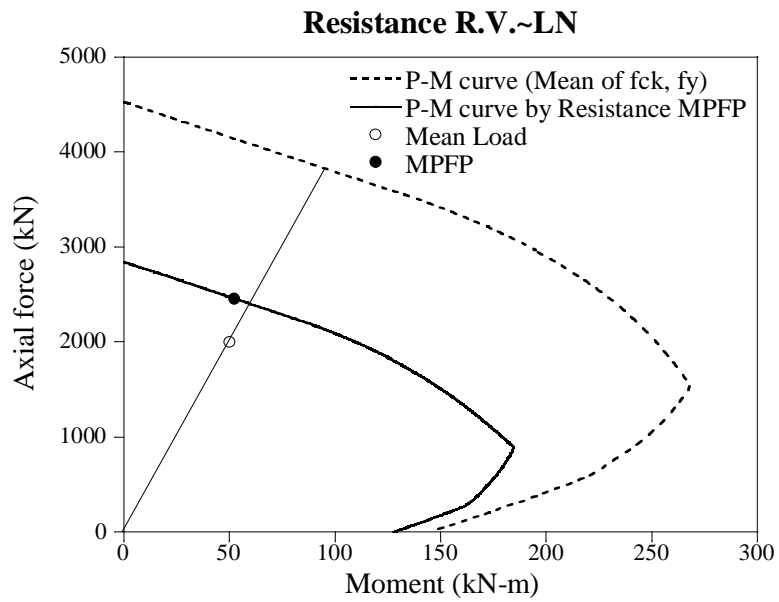


그림10. 저항이 대수정규분포 일 때 해석 결과

표8. Case2 확률변수와 신뢰도지수

Load random variables	Resistance random variables	Reliability index
$M \sim N(100, 10^2)$ $P \sim N(2000, 200^2)$	$f_{ck} \sim N(27.4, 4.384^2)$ $f_y \sim N(400, 40^2)$	$\beta = 2.8545$
$M \sim N(100, 10^2)$ $P \sim N(2000, 200^2)$	$f_{ck} \sim LN(27.4, 4.384^2)$ $f_y \sim LN(400, 40^2)$	$\beta = 3.4231$

마찬가지로 대수정규분포 일 때 신뢰도지수가 더 크며, 그림 11과 그림 12로부터 대수정규분포일 때 안전한 구간이 더 많이 확보되는 것을 볼 수 있다.

표9. Case3 확률변수와 신뢰도지수

Load random variables	Resistance random variables	Reliability index
$M \sim N(150, 15^2)$ $P \sim N(2000, 200^2)$	$f_{ck} \sim N(27.4, 4.384^2)$ $f_y \sim N(400, 40^2)$	$\beta = 2.7231$
$P \sim N(2000, 200^2)$	$f_{ck} \sim LN(27.4, 4.384^2)$ $f_y \sim LN(400, 40^2)$	$\beta = 3.2129$

신뢰도지수와 그림13, 그림14로부터 동일한 결과를 확인 할 수 있다.

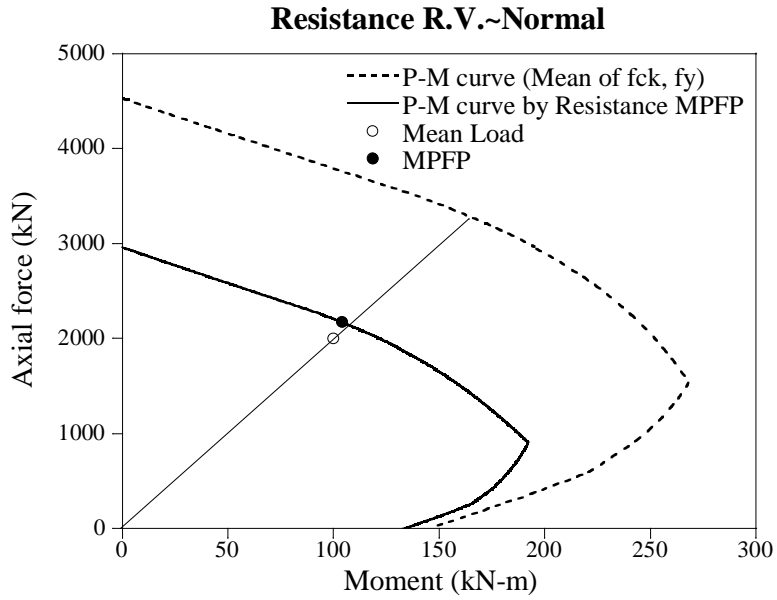


그림11. 저항이 정규분포일 때 신뢰도해석 결과

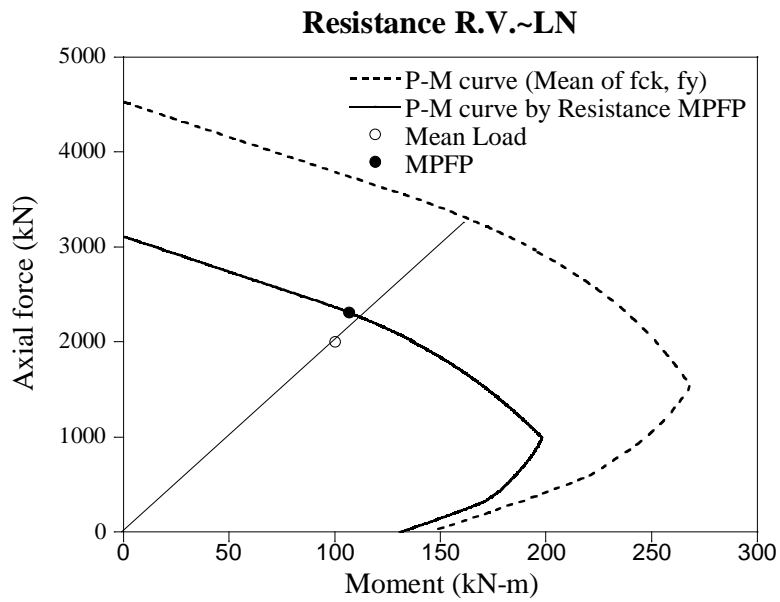


그림12. 저항이 대수정규분포 일 때 해석 결과

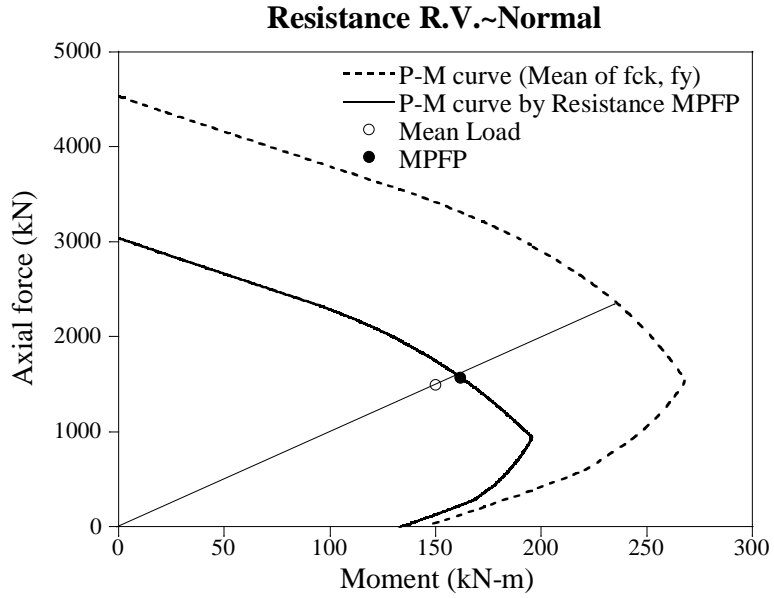


그림13. 저항이 정규분포일 때 신뢰도해석 결과

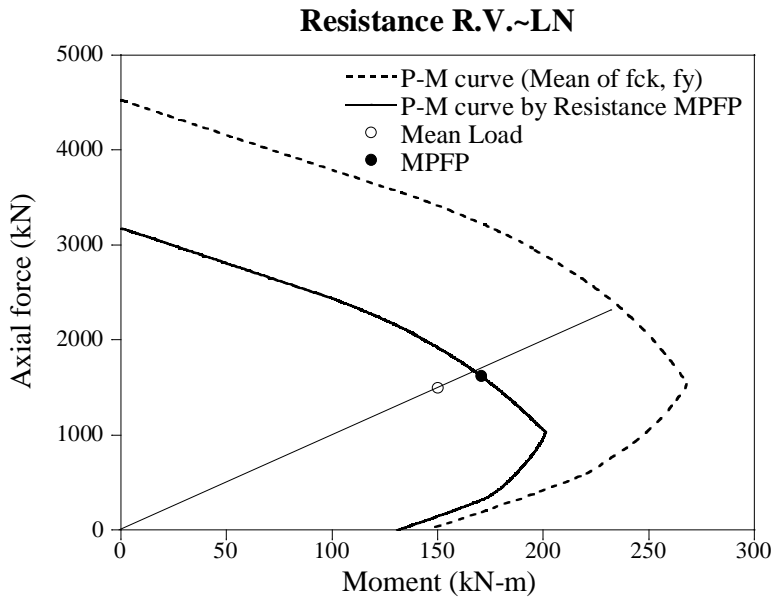


그림14. 저항이 대수정규분포 일 때 해석 결과

6. 결론

본 논문에서는 철근콘크리트 기둥 설계에 신뢰도기반 하중-저항계수설계법의 도입을 위한 기초연구로서 철근콘크리트 기둥의 정밀 신뢰도해석방법을 제안하였다.

철근콘크리트 기둥은 강도설계법(USD)에 근거하여 설계되었기 때문에 구조물의 안전 여부만 판단이 가능하며, 정확한 신뢰도수준을 제시하지 못한다는 문제점이 있다. 목표신뢰도지수를 제시하여 균일한 안전성을 확보하기 위해서는 먼저 철근콘크리트 기둥의 신뢰도해석이 선행되어야 한다.

기존의 Frangopol[1], 이화미[3] 논문에서는 PM상관도를 이용한 철근콘크리트 기둥의 신뢰도해석기법을 제시하였다. 하지만 외부하중의 휨과 축력의 조합과 동일한 편심상의 PM상관도 점을 파괴가능한 점으로 제한하거나, 임의의 구간으로 나누어 그 중 하나의 파괴 가능한 구간으로 제한하고 있다는 점에서 각각의 하중 확률변수의 변화를 적절히 반영하지 못하는 한계점이 있다. 특히, 이화미[3] 논문에서는 FOSM을 이용한 신뢰도해석을 수행을 위해서 필요한 한계상태식의 확률변수에 대한 민감도를 정확하게 제시하지 않고 있다는 문제점이 있다.

본 연구에서는 PM상관도 상의 모든 점을 파괴가능 점으로 고려하며,

한계상태식의 정확한 민감도식을 제시하여 신뢰도해석을 수행하였다. 그 결과 하중조합의 확률변수가 PM상관도 상에서 최대압축력에 가까이 위치할 수록 축 파괴 양상이 지배적으로 나타났으며, 최대압축력으로부터 멀어질수록 점차 휨 파괴의 영향이 증가하는 것을 볼 수 있었다. 또한, 변화구간과 인장지배구간에서는 휨 파괴 양상과 거의 동일한 양상을 나타내었다. 하중의 확률변수에 따라서 지배적 파괴의 거동이 달라지기 때문에 하나 혹은 몇 개의 파괴형태로 제한하는 것은 문제점이 있음을 확인하였다.

본 연구에서는 보다 이상화된 철근콘크리트 단면에 대하여 신뢰도해석을 수행하였으므로, 추가적으로 교량의 기둥의 특성을 반영한 실교량 단면에 대한 신뢰도평가의 필요성이 있다. 다양한 실교량 단면에 대한 신뢰도평가를 수행하고 불확실성을 고려하는 설계변수를 증가하여 신뢰도지수에 대한 정보를 충분히 확보 한다면, 합리적인 목표신뢰도지수를 산정할 수 있을 것이다. 나아가 합리적인 목표신뢰도지수 설정을 통한 신뢰도기반 하중-저항계수 설계법을 적용하면, 안전하고 경제적인 설계를 수행하는데 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] Dan M. Frangopol, (1996), “A new look at reliability of reinforced concrete columns”, *Structural Safety*
- [2] S. Ali Mirza, (1996), “Reliability-based design of reinforced concrete columns” *Structural Safety*
- [3] 이화미, (2002), “이축 휨 모멘트를 받는 철근콘크리트 단주의 신뢰성 해석” 이화여자대학교 석사학위논문
- [4] 민창식, (2011), “철근콘크리트공학 2판”, 구미서관
- [5] 신현목, (2007), “철근콘크리트공학 10판”, 동명사
- [6] 양영순, 서용석, 이재욱, (2002), “구조 신뢰성 공학”, 서울대학교 출판부
- [7] 국토해양부, (2012), 도로교설계기준(한계상태설계법), 한국도로교통협회
- [8] Alfredo H-S. Ang, Wilson H. Tang, (2007), “Probability Concepts in Engineering – Emphasis on Application to Civil and Environmental Engineering”, Wiley
- [9] Dan M. Frangopol, Kiyohiro Imai, (2004), “Reliability of long span bridges based on design experience with the Honshu-Shikoku bridges, *Journal of Constructional Steel Research*

- [10] Hyun-Ho Choi, Sang-Yoon Lee, Il-Yoon Choi, Hyo-Nam Cho, San karan Mahadevan, (2006), "Reliability-based failure cause assessment of collapsed bridge during construction", *Reliability Engineering and System Safety*
- [11] A.Mohamed, R. Soares, W.S. Venturini,(2001) "Partial safety factors for homogeneous reliability of nonlinear reinforced concrete columns", *Structural Safety*

부록

A. 축 하중- 휨 모멘트 상관도와 강도의 민감도

일반적으로 축방향 압축을 받는 부재로서 높이가 단면의 최소치수의
를 3배 이상인 것을 기둥(Column)이라 한다. 대부분의 기둥은 여러 가지
원인에 의하여 순수한 축방향 압축만을 받는 경우는 거의 없다. 예컨대
기둥이 보와 일체로 만들어 짐으로써 기둥 단부에 모멘트가 발생할 수
있고, 제작오차나 예상하지 않는 축방향 하중의 편심에 의해 모멘트가
발생할 수 있다. 따라서 모든 압축부재는 축방향 압축과 휨을 동시에 받
는 부재로 설계하는 것이 보통이다.

이러한 기둥은 단면의 형태와 재료에 의하여 강도가 결정되는 단주
(Short column)와 횡방향 변위에 의해 강도가 감소하는 장주(Slender col-
umn)으로 구분된다. 실제로 대부분의 기둥은 단주의 범위에 속하며, 고
강도 재료와 설계방법의 향상으로 인해 장주가 늘어가고 있으나 아직도
단주로 설계되는 경우가 많다. 따라서 본 연구에서는 단주의 P-M상관도
를 이용한 신뢰도해석을 수행한다.

A.1 축 하중- 휨 모멘트 상관도

휨과 압축을 동시에 받는 부재의 압축강도와 휨강도의 관계를 나타
낸 것을 기둥강도 상관도(Column Strength Interaction Diagram) 또는 P-M상

관도 (P-M Interaction Diagram)이라 한다. 즉 P-M상관도는 단면의 파괴를 일으키는 모든 축력-휨의 조합을 나타낸다.

주어진 단면이 파괴하는 하나의 축력-휨의 조합은 P-M상관도 상의 하나의 점을 이루며, 그때 하나의 중립축을 가진다. 이 중립축이 단면 밖에 있는 경우와 단면 내에 있는 경우로 나누어서 단면의 강도를 계산한다. 중립축의 위치가 결정되면 단면의 변형률이 결정되고, 응력-변형률 곡선 혹은 응력-변형률 선도를 이용하여 응력을 계산하여 축강도와 휨강도를 계산할 수 있다.

개정된 2012 도로교설계기준 (한계상태설계법)에서는 단면설계를 위한 콘크리트의 응력-변형률 곡선과 철근의 응력-변형률 선도를 제안하고 있다. 기존의 콘크리트 응력산정은 Whitney가 제안한 등가 직사각형 응력분포를 이용하여 직사각형 응력블록 (rectangular stress block)을 사용하였다. 하지만 도로교설계기준(한계상태설계법)에서는 콘크리트 단면의 어느 한 위치에서 변형률이 ϵ_c 일 때 응력-변형률 곡선을 이용하여 그 변형률에 상응하는 응력 f_c 을 산정하도록 제안하고 있다.

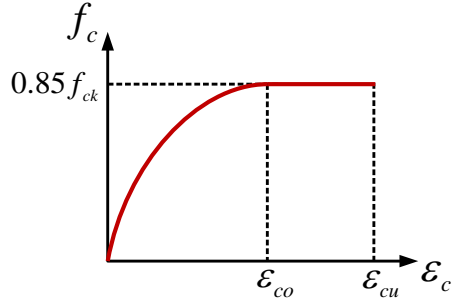


그림 A.1 단면설계를 위한 콘크리트의 응력 변형률 곡선

그림A.1 에서 콘크리트 변형률이 $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{co}$ 일 때 콘크리트 응력은 다음과 같은 식으로 구할 수 있다.

$$f_c = 0.85f_{ck} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right] \quad (\text{A.1})$$

콘크리트 변형률이 $\varepsilon_{co} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$ 일 때 콘크리트 응력은 다음과 같다.

$$f_c = 0.85f_{ck} \quad (\text{A.2})$$

식(A.1)에서 n 은 상승 곡선부의 형상을 결정하는 매개변수로 다음과 같은 식으로 결정된다.

$$n = 2.0 - \left(\frac{f_{ck} - 40}{100} \right) \leq 2.0 \quad (\text{A.3})$$

ε_{co} 는 최대응력에 처음 도달할 때의 변형률이며 ε_{cu} 는 콘크리트의 극한

변형률로 다음과 같은 식으로 결정된다.

$$\varepsilon_{co} = 0.002 + \left(\frac{f_{ck} - 40}{100,000} \right) \geq 0.002 \quad (\text{A.4})$$

$$\varepsilon_{cu} = 0.0033 - \left(\frac{f_{ck} - 40}{100,000} \right) \leq 0.0033 \quad (\text{A.5})$$

철근의 경우에도 마찬가지로 철근 변형률 ε_s 이 결정되면 응력-변형률 선도를 이용하여 철근의 응력 f_s 을 결정하도록 제안한다.

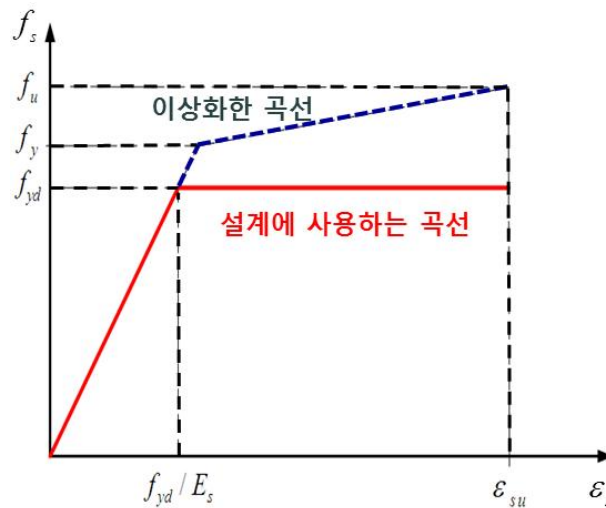


그림 A.2 단면설계를 위한 콘크리트의 응력 변형률 곡선

여기서 ε_{su} 는 철근의 극한한계상태의 변형률이며 f_y 는 철근의 기준항복 강도(N/mm^2) 를 의미한다. f_{yd} 는 철근의 설계항복강도 (N/mm^2), f_u 는 철근의 극한강도(N/mm^2) 를 의미한다. E_s 는 철근의 탄성계수로 일반적

으로 200GPa이다.

A.1.1 중립축이 단면 밖에 있는 경우

중립축이 단면 밖에 있는 경우는 다음과 같다.

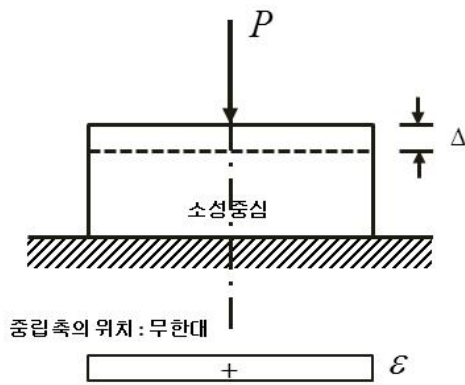


그림 A.3 순수 압축을 받는 경우

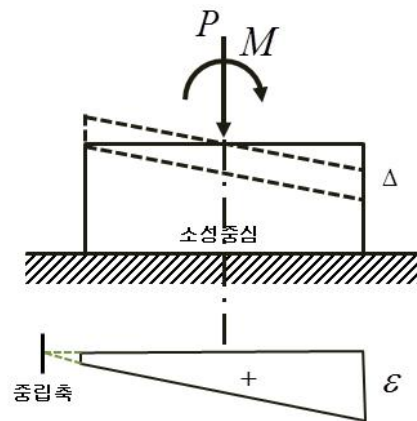
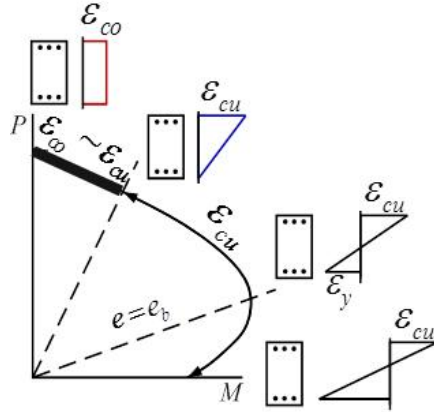


그림 A.4 축력이 큰 경우

위의 그림에서 볼 수 있듯이 축력이 기동거동에 지배적이며, 전단면이 압축을 받는 것을 알 수 있다. PM 상관도는 상에서 다음과 같은 구간에 해당한다.



그림A.5 중립축이 단면 밖에 있는 경우

중립축이 단면밖에 있는 경우에는 단면의 높이를 h 라고 하였을 때 다음과 같이 회전중심 c_{pivot} 을 정의한다.

$$c_{pivot} = \frac{\epsilon_{cu} - \epsilon_{co}}{\epsilon_{cu}} h \quad (A.6)$$

압축연단의 변형률은 회전중심을 기준으로 회전하여 구한 ϵ_{co} 에서 ϵ_{cu} 까지 제한한다. 즉, 단면이 파괴할 때 압축연단의 변형률은 최소한 ϵ_{co} 만큼은 반드시 발생한다고 보는 것이다.

압축연단의 변형률이 ϵ_c 일 때 압축연단으로부터의 중립축 c 의 위치는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$c = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_c - \epsilon_{co}} c_{pivot} \quad (A.7)$$

식(A.4)과 식(A.5)으로부터 압축연단의 변형률 ϵ_c 이 ϵ_{co} 에 도달할 때에는 중립축이 무한대에 가까워지며, 극한변형률 ϵ_{cu} 가 될 때에는 중립축의 위치가 단면의 높이가 되는 것을 알 수 있다.

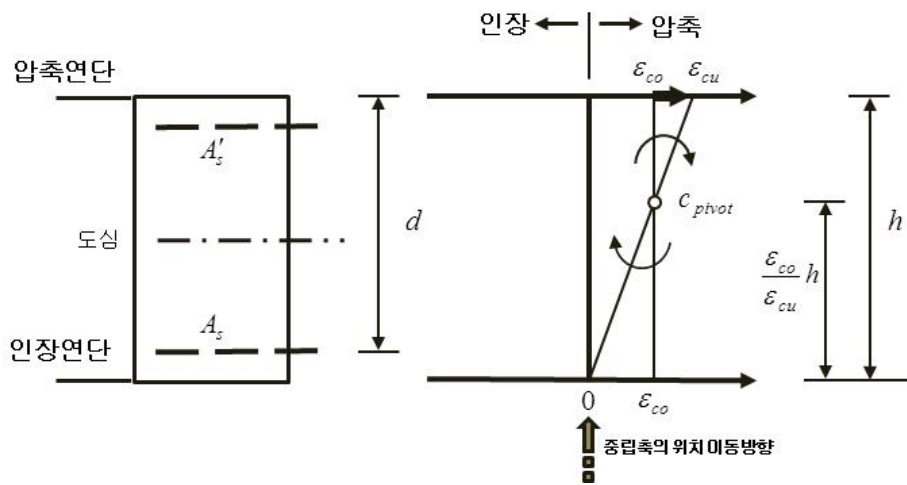


그림 A.6 중립축이 단면 밖에 있는 경우

중립축 c 이 정해지면 단면의 변형률이 결정된다. 압축 연단의 변형률이 ϵ_c 일 때, 압축 연단으로부터 y 만큼 떨어진 위치에서 미소구간 dy 의 변형률을 $\epsilon(y)$ 라고 하면 $\epsilon(y)$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\epsilon(y) = -\frac{\epsilon_c}{c} y + \epsilon_c \quad (A.8)$$

압축연단으로부터 y 만큼 떨어진 위치에서 미소구간 dy 의 콘크리트 응

력 $f_c(y)$ 는 응력-변형률 곡선을 이용하여 산정한다. 이 미소구간의 콘크리트 압축력은 다음과 같다.

$$F_c(y) = f_c(y) \cdot b \cdot dy \quad (\text{A.9})$$

철근콘크리트단면에서 콘크리트가 받는 압축력은 식(A.9)를 전체 단면에 대해서 적분하여 구할 수 있다. 그림 A.6에서 볼 수 있듯이 압축연단으로부터 0에서 c_{pivot} 만큼 떨어진 구간에서는 항상 $\varepsilon(y) \geq \varepsilon_{co}$ 이므로 그림 A.1에서 직선구간에 해당한다. 또한 c_{pivot} 이후의 구간에서는 항상 $\varepsilon(y) \leq \varepsilon_{co}$ 이므로 그림 A.1에서 곡선구간에 해당한다. 따라서 전단면의 콘크리트 압축력 P_c 는 다음과 같다.

$$P_c = \int_0^{c_{pivot}} (0.85 f_{ck} \cdot b \cdot y) dy + \int_{c_{pivot}}^h (0.85 f_{ck} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon(y)}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right\} b \cdot y) dy \quad (\text{A.10})$$

여기서 철근면적에 의해서 콘크리트가 받는 축력이 감소하는 것을 고려해야 한다. 압축지배구간 내에 주철근이 $n_{steel,c}$ 열(row)이 존재할 때 철근면적에 의해 감소하는 콘크리트 축력 $P_{c,loss}$ 는 다음과 같다.

$$P_{c,loss} = \sum_{j=1}^{n_{steel,c}} A_{sj} f_c(d_{sj}) \quad (\text{A.11})$$

여기서 A_{sj} 는 j 번째 열의 철근 단면적, d_{sj} 압축연단에서 j 번째 열의 철근 도심까지 떨어진 거리, $f_c(d_{sj})$ 는 d_{sj} 위치에서 콘크리트의 응력을 의미한다.

따라서 콘크리트가 받는 축력의 합은 다음과 같다.

$$P_c = \int_0^{c_{pivot}} (0.85 f_{ck} \cdot b \cdot y) dy + \int_{c_{pivot}}^h (0.85 f_{ck} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon(y)}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right\} b \cdot y) dy - \sum_{j=1}^{n_{steel,c}} A_{sj} f_c(d_{sj}) \quad (\text{A.12})$$

철근의 응력은 그 철근의 도심에서 변형률을 계산하고, 응력-변형률 선도를 이용하여 철근의 응력 f_s 을 산정한다. 압축연단으로부터 d_s 만큼 떨어진 위치에서 철근의 변형률은 다음과 같다.

$$\varepsilon(d_s) = \frac{c - d_s}{c} \varepsilon_c \quad (\text{A.13})$$

위의 변형률을 가질 때 철근의 응력은 다음과 같다.

$$f_s(d_s) = E_s \cdot \varepsilon(d_s) \quad \text{단, } f_s \leq f_y \quad (\text{A.14})$$

위의 응력을 받는 철근의 단면적이 A_s 일 때 철근이 받는 축력은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$F_s = A_s f_s(d_s) = A_s E_s \varepsilon(d_s) \quad \text{단, } f_s(d_s) = f_y \quad (\text{A.15})$$

단면내에 주철근이 n_{steel} 개의 열(row)를 가질 때, 철근이 받는 축력의 합 P_s 는 다음과 같다.

$$P_s = \sum_{j=1}^{n_{steel}} F_{sj} = \sum_{j=1}^{n_{steel}} A_{sj} E_s \varepsilon(d_{sj}) \quad (\text{A.16})$$

따라서 단면내의 축강도 P_n 는 식(A.12)와 식(A.16)을 합하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_n &= P_c + P_s \\ &= \int_0^{c_{pivot}} (0.85 f_{ck} \cdot b \cdot y) dy + \int_{c_{pivot}}^h (0.85 f_{ck} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon(y)}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right\} b \cdot y) dy \\ &\quad - \sum_{j=1}^{n_{steel},c} A_{sj} f_c(d_{sj}) + \sum_{j=1}^{n_{steel}} A_{sj} E_s \varepsilon(d_{sj}) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

마찬가지로 단면의 휨강도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
M_n &= M_c + M_s \\
&= \int_0^{c_{pivot}} (\bar{y} - y)(0.85f_{ck} \cdot b \cdot y) dy \\
&\quad + \int_{c_{pivot}}^h (\bar{y} - y)(0.85f_{ck} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon(y)}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right\} b \cdot y) dy \\
&\quad - \sum_{j=1}^{n_{steel,c}} (\bar{y} - d_{sj}) A_{sj} f_c(d_{sj}) + \sum_{j=1}^{n_{steel}} (\bar{y} - d_{sj}) A_{sj} E_s \varepsilon(d_{sj})
\end{aligned} \tag{A.18}$$

위 식에서 \bar{y} 는 소성중심(plastic centroid)으로 콘크리트 전단면이 균등하게 $0.85f_{ck}$ 의 응력을 받고 철근이 모두 항복한다고 가정했을 때 모든 합력의 작용점을 말한다. 철근콘크리트 기둥에서 편심거리는 이 소성중심으로부터의 거리를 의미하며 단면이 대칭인 경우 소성중심은 단면의 도심(geometric centroid)와 항상 같다. 소성중심은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{y} = \frac{M}{P} = \frac{0.85f_{ck}bh^2/2 + \sum A_s(f_y - 0.85f_{ck})d_s}{0.85f_{ck}bh + \sum A_s(f_y - 0.85f_{ck})} \tag{A.19}$$

A.1.2 중립축이 단면 내에 있는 경우

중립축이 단면 내에 있는 경우는 다음과 같다.

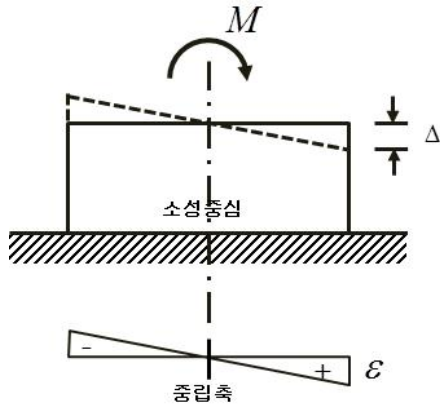


그림 A.7 순수 휨을 받는 경우

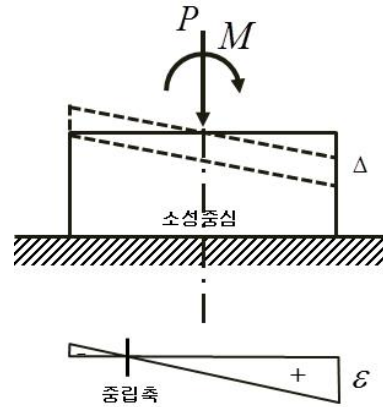
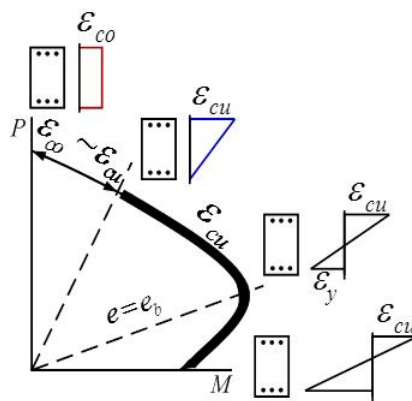


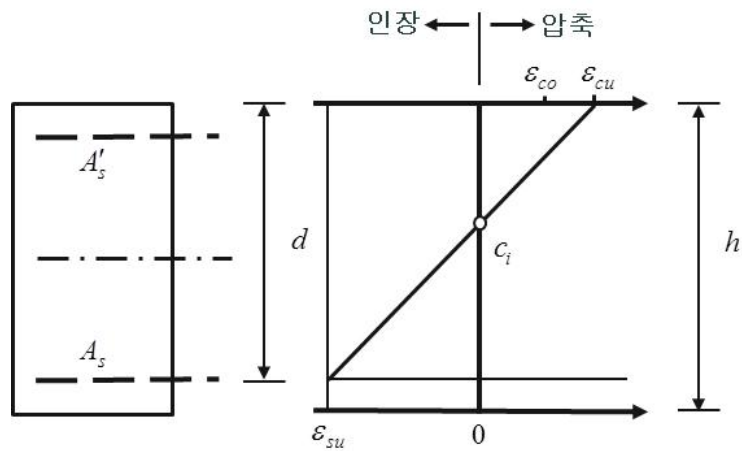
그림 A.8 휨이 큰 경우

중립축이 단면 내에 있는 경우에는 단면내에 인장변형률이 발생하며 압축연단의 변형률은 항상 ϵ_{cu} 로 제한한다. PM상관도는 상에서 다음과 같은 구간에 해당한다.



그림A.9 중립축이 단면 내에 있는 경우

중립축이 단면내에 있는 경우에는 압축연단의 변형률을 ϵ_{cu} 이하로 제한하며, 철근의 극한한계변형률은 $\epsilon_{su} = f_u / E_s$ 로 제한한다. 콘크리트가 받는 인장력은 무시하며, 단면설계에 있어서 철근의 응력은 항상 항복응력 f_y 을 초과하지 않는다고 본다



그림A.10 중립축이 단면 내에 있는 경우

중립축 c 이 정해지면 단면의 변형률이 결정된다. 압축 연단의 변형률이 ϵ_c 일 때, 압축 연단으로부터 y 만큼 떨어진 위치에서 미소구간 dy 의 변형률을 $\epsilon(y)$ 라고 하면 $\epsilon(y)$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\epsilon(y) = -\frac{\epsilon_c}{c} y + \epsilon_c \quad (A.20)$$

압축연단으로부터 y 만큼 떨어진 위치에서 미소구간 dy 의 콘크리트 응

력 $f_c(y)$ 는 응력-변형률 곡선을 이용하여 산정하며, 이 미소구간의 콘크리트 압축력은 다음과 같다.

$$F_c(y) = f_c(y) \cdot b \cdot dy \quad (\text{A.21})$$

철근콘크리트단면에서 콘크리트가 받는 압축력은 식(A.21)을 전단면에 대해서 적분하여 구한다. 변형률 $\varepsilon(y)$ 를 ε_{co} 와 비교하여 구간을 나누어서 적분식으로 표현하면 전단면의 콘크리트 압축력 P_c 는 다음과 같다.

$$P_c = \int_0^{1-\frac{\varepsilon_{co}}{\varepsilon_{cu}}} (0.85 f_{ck} b y) dy + \int_{1-\frac{\varepsilon_{co}}{\varepsilon_{cu}}}^c (0.85 f_{ck} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon(y)}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right\} b y) dy \quad (\text{A.22})$$

여기서 철근면적에 의해서 콘크리트가 받는 축력이 감소하는 것을 고려한 콘크리트가 받는 축력은 다음과 같다.

$$P_c = \int_0^{1-\frac{\varepsilon_{co}}{\varepsilon_{cu}}} (0.85 f_{ck} b y) dy + \int_{1-\frac{\varepsilon_{co}}{\varepsilon_{cu}}}^c (0.85 f_{ck} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon(y)}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right\} b y) dy - \sum_{j=1}^{n_{steel}} A_{sj} f_c(d_{sj}) \quad (\text{A.23})$$

철근의 응력과 축력은 중립축이 단면밖에 존재하는 경우와 동일한 방법으로 구할 수 있다. 따라서 단면내의 축강도 P_n 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
P_n &= P_c + P_s \\
&= \int_0^{1-\frac{\varepsilon_{co,c}}{\varepsilon_{cu}}} (0.85 f_{ck} b y) dy + \int_{1-\frac{\varepsilon_{co,c}}{\varepsilon_{cu}}}^c (0.85 f_{ck} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon(y)}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right\} b y) dy \\
&\quad - \sum_{j=1}^{n_{steel,c}} A_{sj} f_c (d_{sj}) + \sum_{j=1}^{n_{steel}} A_{sj} E_s \varepsilon (d_{sj})
\end{aligned} \tag{A.24}$$

마찬가지로 단면의 휨강도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
M_n &= M_c + M_s \\
&= \int_0^{1-\frac{\varepsilon_{co,c}}{\varepsilon_{cu}}} (\bar{y} - y) (0.85 f_{ck} b y) dy \\
&\quad + \int_{1-\frac{\varepsilon_{co,c}}{\varepsilon_{cu}}}^c (\bar{y} - y) (0.85 f_{ck} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon(y)}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right\} b y) dy \\
&\quad - \sum_{j=1}^{n_{steel,c}} (\bar{y} - d_{sj}) A_{sj} f_c (d_{sj}) + \sum_{j=1}^{n_{steel}} (\bar{y} - d_{sj}) A_{sj} E_s \varepsilon (d_{sj})
\end{aligned} \tag{A.25}$$

A.2 철근콘크리트 기둥 강도의 민감도

4장에서 확률변수에 대한 한계상태식의 민감도를 계산하기 위해서는 저항의 확률변수에 대한 축강도와 휨강도의 민감도를 필요로 한다. 본 연구에서 저항의 확률변수는 콘크리트압축강도 f_{ck} , 철근의 항복강도 f_y 이다. 축강도와 휨강도의 민감도를 계산하기 위해서는 축강도와 휨강도를 결정하는 매개변수의 민감도 산정이 선행되어야 한다.

단면의 중립축이 결정되면 단면의 변형률이 결정 되고, 응력과 축강

도 휨강도까지 계산할 수 있다. 따라서 축강도와 휨강도의 민감도를 계산하기 위해서는 중립축의 민감도를 먼저 계산 해야 한다. 하지만 중립축은 콘크리트 압축강도와 철근의 인장강도와는 무관하게 결정할 수 있다. 또한 콘크리트의 응력-변형률 선도의 매개변수는 식(A.3)에서 식(A.5)를 보면 알 수 있듯이 $f_{ck} \leq 40\text{MPa}$ 이하일 때 항상 일정하다. 따라서 콘크리트의 압축강도와 철근의 항복강도에 대한 매개변수의 민감도는 없다.

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial f_{ck}} &= \frac{\partial n}{\partial f_y} = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_{co}}{\partial f_{ck}} &= \frac{\partial \varepsilon_{co}}{\partial f_y} = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_{cu}}{\partial f_{ck}} &= \frac{\partial \varepsilon_{cu}}{\partial f_y} = 0\end{aligned}\tag{A.26}$$

식(A.8)으로부터 단면 변형률의 민감도를 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \varepsilon(y)}{\partial f_{ck}} = \frac{\partial \varepsilon(y)}{\partial f_y} = 0\tag{A.27}$$

회전중심 c_{pivot} 의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial c_{pivot}}{\partial f_{ck}} = \frac{\partial c_{pivot}}{\partial f_y} = 0\tag{A.28}$$

중립축이 단면 밖에 있을 때 콘크리트 압축강도에 대한 콘크리트의 축력의 민감도와 철근의 항복강도에 대한 민감도는 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial P_c}{\partial f_{ck}} = \int_0^{c_{pivot}} 0.85by \, dy + \int_{c_{pivot}}^c 0.85 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon(y)}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right\} by \, dy - \sum_{j=1}^{n_{steel,c}} A_s \frac{\partial f_c(d_{sj})}{\partial f_{ck}}$$

$$\text{where } \frac{\partial f_c(d_{sj})}{\partial f_{ck}} = \begin{cases} 0.85 & d_{sj} \leq c_{pivot} \\ 0.85 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon(d_{sj})}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right\} & d_{sj} > c_{pivot} \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{\partial P_c}{\partial f_y} = 0 \quad (\text{A.30})$$

마찬가지로 철근의 축력의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial P_s}{\partial f_{ck}} = 0 \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{\partial P_s}{\partial f_y} = \frac{\partial (\sum_{j=1}^{n_{steel}} A_{sj} f_{sj})}{\partial f_y} = \sum A_{sj} \quad \text{only if } f_{sj} = f_y \quad (\text{A.31})$$

따라서 단면의 축강도의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial P_n}{\partial f_{ck}} = \frac{\partial P_c}{\partial f_{ck}} + \frac{\partial P_s}{\partial f_{ck}}$$

$$= \int_0^{c_{pivot}} 0.85by \, dy + \int_{c_{pivot}}^h 0.85 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon(y)}{\varepsilon_{co}} \right)^n \right\} by \, dy - \sum_{j=1}^{n_{steel,c}} A_s \frac{\partial f_c(d_s)}{\partial f_{ck}} \quad (\text{A.32})$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial P_n}{\partial f_y} &= \frac{\partial P_c}{\partial f_y} + \frac{\partial P_s}{\partial f_y} \\
&= \frac{\partial(\sum_{j=1}^{n_{steel}} A_{sj} f_{sj})}{\partial f_y} = \Sigma A_{sk} \quad \text{only if } f_{sk} = f_y
\end{aligned} \tag{A.33}$$

마찬가지로 단면의 휨강도에 대한 민감도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M_n}{\partial f_{ck}} &= \int_0^{1-\frac{\epsilon_{co}}{\epsilon_{cu}}} \left[\frac{\partial \bar{y}}{\partial f_{ck}} 0.85 f_{ck} + (\bar{y} - y) 0.85 \right] b y dy \\
&+ \int_{1-\frac{\epsilon_{co}}{\epsilon_{cu}}}^c \left[\frac{\partial \bar{y}}{\partial f_{ck}} 0.85 f_{ck} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\epsilon(y)}{\epsilon_{co}} \right)^n \right\} + (\bar{y} - y) 0.85 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\epsilon(y)}{\epsilon_{co}} \right)^n \right\} \right] b y dy \\
&- \frac{\partial \bar{y}}{\partial f_{ck}} \sum_{j=1}^{n_{steel,c}} A_{sj} f_c(d_{sj}) - \sum_{j=1}^{n_{steel,c}} (\bar{y} - d_{sj}) A_{sj} \frac{\partial f_c(d_{sj})}{\partial f_{ck}} \\
&+ \frac{\partial \bar{y}}{\partial f_{ck}} \sum_{j=1}^{n_{steel}} A_{sj} f_s(d_{sj})
\end{aligned} \tag{A.34}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M_n}{\partial f_y} &= \frac{\partial \bar{y}}{\partial f_y} \sum_{j=1}^{n_{steel,c}} A_{sj} f_c(d_{sj}) \\
&+ \frac{\partial \bar{y}}{\partial f_y} \sum_{j=1}^{n_{steel}} A_{sj} f_s(d_{sj}) + \Sigma (\bar{y} - d_{sk}) A_{sk} \quad \text{only if } f_s(d_{sk}) = f_y
\end{aligned} \tag{A.35}$$

중립축이 단면 내에 있는 경우에도 동일한 방법으로 민감도를 계산할 수 있다.

ABSTRACT

Bridge design concepts have been changed from Allowable Stress Design (ASD) method based on empirical design to Load and Resistance Factor Design (LRFD) method based on the probabilistic and statistical design. LRFD design method suggests a target reliability level based on reliability assessment which applies probabilistic and statistical information of the design variables.

For RC column reliability, it is impossible to assess the reliability index. Because the RC column have been designed by Ultimate Strength Design method. So, we can only figure out that whether the structure is safe or fail.

There are many researches to assess the reliability index of RC column.

The Column is the member which sustains the axial loading. But it could be under the flexural loading which caused by the construction error and eccentricity. Therefore, the reliability analysis which can consider the failure modes by both axial and flexural loading must be needed.

Many of research suggest the reliability analysis method using P-M Interaction diagram to consider two failure modes. There is a characteristic that a structure could be safe under the external load which is inside the diagram. If the outside load of diagram is loaded, the structure could be destroyed. Form a reliability assessment point of view, P-M interaction diagram means limit state of the structure. Using this concept, many researchers have studied the reliability analysis of col-

umn members. But those studies restrict a range of Most Probable Failure Point or define the only probable failure point.

In this study, a new reliability analysis method of RC column is proposed which considers all points of the interaction diagram as a probable failure point. To verify the method, this study compares the results with that of MCS. And it is shown that the failure mode occurs differently because of the various load random variables.

Reliability results obtained by the proposed method could be a basis of a proper reliability level for LRFD method.

Key Words: PM Interaction Diagram, Reliability Analysis, FORM, Cubic Spline Interpolation, Limit state function

학번: 2011-20970

감사의 글

이 논문을 써내려 오면서 두 해의 대학원 생활 동안 많은 분들이 함께 했기에 본 연구를 해 올 수 있었다는 생각이 듭니다. 논문의 끝자락을 빌어 그 동안 도와주신 모든 분들께 감사의 글을 남깁니다.

먼저 항상 열정적으로 지도해주신 이해성교수님께 진심으로 감사 드립니다. 부족한 제자들에게 때로는 꾸지람으로 때로는 애정으로 이끌어 주면서 2년동안 많은 가르침을 주셔서 감사합니다. 대학원에서 많은 가르침을 주신 고헌무교수님, 김재관 교수님, 김호경교수님, 조재열 교수님께도 깊이 감사 드립니다. 그리고 제자처럼 조언해주시고 연구를 지도해주신 백인열 교수님께도 감사 드리며, 불쑥 찾아 뵈어도 항상 아낌없이 조언 해 주신 박원석 박사님께도 감사드립니다.

매의 눈으로 연구를 통찰해 주시는 승근이오빠, 열정적으로 후배들에게 가르침을 주시는 윤화오빠, 어떠한 문제도 그 자리에서 해석해 주시는 길제오빠 감사 드립니다. 여러 가지 의견을 제시해주는 열정적인 종서오빠, 냉철한 머리로 조언해 주시는 근원이오빠, 사수로서 연구뿐만이 아니라 연구실생활에서도 많은 도움을 준 승한이오빠, 옆자리에서 이것 저것 물어봐도 항상 친절하게 가르쳐주시는 광연이오빠께 감사의 말씀 드립니다. 졸업하셨지만 부족한 석사 1년차인 저에게 많은 도움을 주

신 진호오빠, 희동이오빠께도 감사 드립니다. 그리고 동기 박진욱 이호현 2년동안 누나랑 같이 보내느라 고생 많이 했지.. 누나가 괴롭혀도 참고 많이 도와줘서 고마워. 근데 너희 5년더 고생해야겠다. 잘 부탁해~ 그리고 언니로써 많이 챙겨주지 못해서 미안한 예술이 건강 회복하면 유진이랑 함께 즐거운 시간 보내자. 이제 연구 시작하게 될 세혁이 유진이 바쁘다는 핑계로 그 동안 너희들을 회피했지만.. 앞으로 1년은 내 자리에서 많이 도와주도록 노력할게. 학교생활에 잘 적응할 수 있도록 도와준 설계방 트리오 박준용, 유철환, 황유찬 너네 덕분에 많이 웃고 즐거운 학교생활 보낼 수 있었다. 너희도 나랑 2년 보내느라 고생 많이 했는데.. 5년더 해야겠다. 조교수업 들어가서 친해진 학부생들도 친구처럼 챙겨줘서 너무 고맙다. 너희 모두 덕분에 재미있는 2년 보낼 수 있었어.

그리고 학부 때 토목공학의 매력에 빠지게 해주신 강인준교수님, 박상길교수님, 박용명교수님, 신현석교수님, 임종철교수님, 정진환교수님, 김인태교수님, 문성우교수님, 박수완교수님, 김진만교수님 모든 교수님들께 감사 드립니다. 바쁘다는 이유로 연락도 잘 안 되는 저를 꾸준히 챙겨주시고 독려해준 부산대 선배들 동기들 내친구들 감사 드립니다.

마지막으로 세상에 태어나게 해주시고 하고 싶은 공부 할 수 있게 지원해 주시고 항상 응원해주시는 부모님.. 제 삶의 소중한 보금자리인 가족들께 감사의 말씀 드리며 이 논문을 바칩니다.