공학석사학위논문

임의의 단면 형상을 가지는 지상 무한 관로에 지진파가 유발하는 유체의 동압력 해석

Analysis of Dynamic Fluid Pressure in Infinite Surface-mounted Pipelines with Arbitrary Cross Sectional Shapes induced by Seismic Waves

2000년 2월

서울대학교 대학원

토목공학과

김 종 명

임의의 단면 형상을 가지는 지상 무한 관로에 지진파가 유발하는 유체의 동압력 해석

Analysis of Dynamic Fluid Pressure in Infinite Surface-mounted Pipelines with Arbitrary Cross Sectional Shapes Induced by Seismic Waves

지도교수 이 해 성

이 논문을 공학석사학위논문으로 제출함

1999년 10월

서울대학교 대학원

토목공학과

김 종 명

김종명의 공학석사학위 논문을 인준함

1999년 12월

<u>위 원</u>	장		
<u>부위</u>	원장		
위	원		

초 록

지진파가 유발하는 유체의 동압력을 받는 임의의 단면 형상을 가지 는 지상 무한 관로의 해석 방법을 제안한다. 지진 하중은 관로의 길이 방향에 수직한 수평 지반 운동 성분을 사용한다. 지상 무한 관로의 길 이 방향은 무한한 주기 구조물로서 Euler-Bernoulli 보로 모델링하고 transfer matrix 와 wave vector 을 이용하여 모멘트에 대한 wave-number response function 을 구한다. 단면 방향에서는 경계요소-유한요소 연계 법으로 유체 동압력을 구한다. 유체의 유동성을 고려하기 위해 유체를 경계요소로, 관로의 변형을 고려하기 위해 관로를 유한요소로 모델링 한다. 유체 동압력에 의한 관로 단면이 받는 힘과 동일한 효과를 내며 관로와 일체 거동하는 질량성분을 구함으로써 유체의 영향을 지상 무 한 관로에 적용시킨다.

단면 형상의 변형이 없는 경우 유체의 유동성은 지상 무한 관로의 모멘트를 감소시킨다. 하지만 단면 형상의 변형을 함께 고려하면 모멘 트는 증가하게 되고 연계모드에 대한 고유 주파수에 해당하는 wave number 구간 부근에서는 유체의 유동성을 고려하지 않는 경우보다 더 큰 모멘트 반응을 보이는 경우도 있다. 따라서 지상 무한 관로의 해석 에 유체의 유동성과 관로 단면 형상의 변형을 함께 고려하는 해석이 필요하다.

주요어

유체 동압력, 지상 무한 관로, 경계요소-유한요소 연계법, wave-number response function, steady-state response

학번 98415-504



초록	 i
목차	 iii
그림목차	 vi
표목차	 viii

1. 서론		1
2. 지상 무한	관로의 모델링	3
2.1. State vect	or 와 transfer matrix	3
2.2. 무한 관	로 응답의 정식화	10
3. 유체의 동역	갑력 평가	14
3.1. 유체의	지배방정식 및 경계조건	14
3.2 경계요소	법에 의한 유체 모델링	16
3.3. 유체와	관로 상호작용에 의한 유체 동압력해석	19
3.4. 지상 무	한 관로에 유체의 동압력 적용	23
4. 해석 예제		26
4.1. 유체의	수위가 89.82cm 일 때 해석결과	28

5. 결론	41
4.3. 해석결과의 종합	39
4.2.2. 관로 단면 형상의 변형이 있을 때	37
4.2.1. 관로 단면 형상의 변형이 없을 때	35
4.2. 유체의 수위가 59.827cm 일 때 해석결과	34
4.1.2. 관로 단면 형상의 변형이 있을 때	32
4.1.1. 관로 단면 형상의 변형이 없을 때	29

참고문헌	 42	
Abstract	 44	
감사의 글	 45	

그림목차

그림 2.1 지상 무한 관로와 지진파의 모델링	4
그림 2.2 Euler-Bernoulli 보	7
그림 2.3 지상 유한 관로의 모델링	9
그림 3.1 관로 단면에서의 해석 모델	15
그림 3.2 경계요소에 의한 경계면 이산화 및 경계 영역 분리	17
그림 3.3 유한요소에 의한 관로 단면의 이산화	19
그림 3.4 유체 동압력의 모델링	24
그림 4.1 지상 무한 관로의 단면	26
그림 4.2 식(4.1)에 따른 지반 운동 파워 스펙트럼 밀도함수	27
그림 4.3 관로 단면의 모델링 (H=89.827cm)	28
그림 4.4 모멘트에 대한 wave-number response function 비교	
(H=89.827cm)	29
그림 4.5 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수 비교	
(H=89.827cm)	30
그림 4.6 자유수면의 조건에 따른 모멘트에 대한	
wave-number response function (H=89.827cm)	31

v

그림 4.7 자유수면의 조건에 따른

모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수(H=89.827cm)	31
그림 4.8 관로 단면 형상의 변형에 따른 모멘트에 대한	
wave-number response function (H=89.827cm)	32
그림 4.9 관로 단면 형상의 변형에 따른	
모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수 (H=89.827cm)	33
그림 4.10 관로 단면의 모델링 (H=59.827cm)	34
그림 4.11 모멘트에 대한 wave-number response function 비교	
(H=59.827cm)	35
그림 4.12 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수 비교	
(H=59.827cm)	36
그림 4.13 자유수면의 조건에 따른 모멘트에 대한	
wave-number response function (H=59.827cm)	36
그림 4.14 자유수면의 조건에 따른	
모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수(H=59.827cm)	37
그림 4.15 관로 단면 형상의 변형에 따른 모멘트에 대한	
wave-number response function (H=59.827cm)	38

그림 4.16 관로 단면 형상의 변형에 따른

모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수 (H=59.827cm) ³⁸ 그림 4.17 유체의 유동성에 따른 모멘트에 대한 wave-number response function 비교 ⁴⁰



표 4.1 지상 무한 관로의 제원		26
표 4.2 wave-number k 에 따른 지진피	-의 속도 c	28
표 4.3 H=89.827cm 일 때 정상상태의] 모멘트에 대한 RMSV	33
표 4.4 H=59.827cm 일 때 정상상태의] 모멘트에 대한 RMSV	34

1. 서론

지진에 대한 구조물의 안전도 평가를 위한 동적 해석의 중요성은 최근 들어 점차 고조되고 있다. 산업사회의 기반이 되는 관로시설의 파괴시 그 피해는 구조물 자 체로 한정되지 않고 사회적으로 커다란 파급효과를 일으킬 것이다.

지상의 관로 시설은 하부구조인 지점이 비교적 규칙적으로 반복되고, 상부구조 의 물성치가 일정하게 유지되는 주기 구조물이며, 그 길이가 수 km 이상이기에 무한한 구조물로 볼 수 있다.

이러한 지상 무한 관로의 해석으로 Lin (Y. K. Lin 등, 1990)이 제시한 방법을 이용 할 수 있다. 그는 무한한 관로에서 정의되어 있지 않은 경계조건을 transfer matrix 와 wave vector 을 이용하여 해결하였다. 하지만, 그의 논문에서는 유체를 단순하게 고체와 같은 질량으로 가정하고, 유체가 가진 유동적인 특성을 고려하지 않았기에 이에 대한 연구가 필요하다. 김종승(김종승, 1999)은 길이방향과 단면방향을 독립적 인 관계로 보고 길이방향에는 Lin 의 해석기법을 사용하고, 단면방향에는 Housner (G. W. Housner, 1957)가 제안한 유체가 담긴 사각형 2-D 수조구조물 단면 해석기법 을 도입하여 유체의 영향을 고려할 수 있는 방법을 제시했다. 여기서 도입한 Housner 의 대상구조물이 사각형 수조 구조물이었기에 원형인 관로를 직접적으로 해석할 수 없어 뉴질랜드 공학회 권고사항을 이용하여 등가단면으로 치환하는 간 접적인 방법을 사용하였다.

이 논문에서는 단면 형상에 구애 받지 않고, 그리고 더 나아가서 관로의 단면 방향의 변형을 고려할 수 있는 직접적인 해석방법을 제안한다. 경계가 사각형 단 면 형상에서 유체의 potential problem 은 근사적인 해석 방법을 이용하여 풀 수 있 었으나, 단면의 형상이 원형이거나 그 밖의 다른 형상일 때는 해석적인 방법을 적 용하여 풀기가 어렵다. 따라서 수치적으로 potential problem을 푸는 기법으로써 경 계요소법을 도입한다. 그리고 단면 형상의 변형을 고려하기 위해 단면 방향에서의 관로를 유한요소로 모델링하여 유체의 경계요소와 연계하는 경계요소-유한요소 연 계법에 의한 해석을 수행한다(고현무등, 1999).

2 장에서는 Y.K.Lin 의 지상 무한 관로 해석법을 소개하고 3 장에서는 경계요소-유한요소 연계법에 의한 유체의 동압력을 지상 무한 관로 해석에 적용하는 과정 을 보인다. 그리고 4 장에서는 김종승이 사용한 지상 무한 관로의 예제를 해석하 여 그의 결과와 비교하여 본다. 5 장에서 유체의 유동성과 관로 단면 형상의 변형 을 함께 고려한 지상 무한 관로 해석의 필요성을 보인다.

2. 지상 무한 관로의 모델링

지반운동을 일으키는 지진은 체적파인 P 파와 S 파, 표면파인 Rayleigh 파와 Love 파등이 있다. 이 중 지표에 위치하고 있는 구조물에 가장 큰 영향을 주는 것은 Rayleigh 파이고 파의 속도는 다음과 같이 표현된다 (김종승, 1999).

$$c = \frac{\omega}{2\pi} \frac{\lambda}{k} = \frac{\omega}{k} \tag{2.1}$$

여기서 c는 파의 속도, ω는 주파수(rad/sec), λ는 파장이고 k는 wave number 이 다. 이 논문에서는 Rayleigh 파의 성분 중 관로 진행 방향에 수직한 수평 지반 운 동에 대한 응답에 관심을 둔다. 단위크기의 Rayleigh 파는 거리에 따라 e^{-μ}e^{-ikx} 크 기의 지반 운동을 일으킨다. 여기서 γ는 거리에 따른 파의 감쇠계수이다.

지상 무한 관로는 하부구조인 지점이 비교적 규칙적으로 반복되고, 상부구조의 물성치가 일정하게 유지되고 길이가 다른 차원보다 상대적으로 크기에 주기적인 빔 구조물이다. 그림 2.1 에서 경간의 길이는 ℓ이고 진원지로부터 충분히 멀리 떨 어져 있는 지상 무한 관로의 특정한 지점(0 지점)까지의 거리는 x₀이고 지진파의 입사각이 ¢일 때, 이 지점의 반응을 transfer matrix 와 wave vector 를 이용하여 구한 다 (Y. K. Lin 등, 1990).

2.1. State vector 와 transfer matrix

State vector 는 어느 한 위치에서의 변위벡터와 내력벡터의 조합이고, transfer matrix

는 두 개의 state vector 사이의 관계를 이어주는 행렬이다.

$$\mathbf{z}_{n} = \begin{bmatrix} w \\ \theta \\ M \\ V \end{bmatrix}_{n}$$
(2.2a)
$$\mathbf{z}_{n+1} = \mathbf{F} \mathbf{z}_{n}$$
(2.2b)



그림 2.1 지상 무한 관로와 지진파의 모델링

여기서, $\mathbf{z}_n, \mathbf{z}_{n+1}$ 는 지점 n, n+1에서 보의 state vector 이고 w는 처짐, θ 는 회전각, M은 모멘트, V는 전단력이고 \mathbf{F} 는 transfer matrix 이다. 한편 보의 지배방정식은 다음과 같다.

$$EI\frac{d^4w}{dx^4} + m\frac{d^2w}{dt^2} = 0$$
 (2.3)

여기서 $m = m_p + m_f$ 로서, m_p 는 관로만의 단위길이당 질량이고, m_f 는 유체의 효과를 치환한 질량으로 3 장에서 상세히 다룰 것이다. 이 식에서 steady-state response 만 고려하면 처짐을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$w(x,t) = \overline{w}(x)e^{i\omega t}$$
(2.4)

여기서 w(x)는 응답의 진폭을 나타내고 ω는 진동수를 나타낸다. 식(2.3)과 식 (2.4)를 이용하여 지배방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$EI\frac{d^{4}\overline{w}}{dx^{4}} - m\omega^{2}\overline{w} = 0$$
(2.5)

여기서 $\sigma^4 = \frac{m\omega^2}{EI}$ 라고 하고, 기본해를 $\overline{w} = ce^{\lambda r} (c - b + b + c)$ 라 하여 미분방정식의 해를 구하면 다음과 같다.

$$\overline{w} = C_1 e^{\sigma x} + C_2 e^{-\sigma x} + C_3 e^{i\sigma x} + C_4 e^{-i\sigma x}$$

$$= A_1 \cosh\sigma x + A_2 \sinh\sigma x + A_3 \cos\sigma x + A_4 \sin\sigma x$$
(2.6a)

여기서 C_i, A_i (i=1,2,3,4)는 상수이다.

식(2.6a)으로부터 회전각의 진폭 $\overline{\theta}$, 모멘트의 진폭 \overline{M} , 전단력의 진폭 \overline{V} 을 구하 면 다음과 같다.

$$\overline{\theta} = A_1 \sigma \sinh \sigma x + A_2 \sigma \cosh \sigma x - A_3 \sigma \sin \sigma x + A_4 \sigma \cos \sigma x$$
(2.6b)

$$\overline{M} = EI[A_1\sigma^2 \cosh\sigma x + A_2\sigma^2 \sinh\sigma x - A_3\sigma^2 \cos\sigma x - A_4\sigma^2 \sin\sigma x]$$
(2.6c)

$$\overline{V} = EI[A_1\sigma^3 \sinh\sigma x + A_2\sigma^3 \cosh\sigma x + A_3\sigma^3 \sin\sigma x - A_4\sigma^3 \cos\sigma x]$$
(2.6d)

식(2.6)을 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \overline{w} \\ \overline{\theta} \\ \overline{M} \\ \overline{V} \end{bmatrix}_{x} = \begin{bmatrix} \cosh \sigma x & \sinh \sigma x & \cos \sigma x & \sin \sigma x \\ \sigma \sinh \sigma x & \sigma \cosh \sigma x & -\sigma \sin \sigma x & \sigma \cos \sigma x \\ EI\sigma^{2} \cosh \sigma x & EI\sigma^{2} \sinh \sigma x & -EI\sigma^{2} \cos \sigma x & -EI\sigma^{2} \sin \sigma x \\ EI\sigma^{3} \sinh \sigma x & EI\sigma^{3} \cosh \sigma x & EI\sigma^{3} \sin \sigma x & -EI\sigma^{3} \cos \sigma x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{1} \\ A_{2} \\ A_{3} \\ A_{4} \end{bmatrix}$$
(2.7a)

식(2.7a)를 간단히 다음과 같이 나타낸다.

$$\mathbf{z}(x) = \mathbf{B}(x)\mathbf{a} \tag{2.7b}$$

식(2.7b)에서 x=0일 때 (그림 2.2) z(x)=z, 이고 다음 식이 유도된다.



그림 2.2. Euler-Bernoulli 보

$$\mathbf{z}_n = \mathbf{B}(0)\mathbf{a} \tag{2.8a}$$

마찬가지로 x=l일 때 다음 식이 유도된다.

$$\mathbf{z}_{n+1} = \mathbf{B}(l)\mathbf{a} \tag{2.8b}$$

식(2.8)에서 보에 대한 transfer matrix 를 유도할 수 있다.

$$\mathbf{z}_{n+1} = \mathbf{B}(l)\mathbf{B}(0)^{-1}\mathbf{z}_n = \mathbf{F}\mathbf{z}_n$$
(2.9a)

또는

$$\begin{bmatrix} \overline{w} \\ \overline{\theta} \\ \overline{M} \\ \overline{V} \end{bmatrix}_{n+1} = \begin{bmatrix} C_0 & S_1 & \frac{C_2}{EI} & \frac{S_3}{EI} \\ \sigma^4 S_3 & C_0 & \frac{S_1}{EI} & \frac{C_2}{EI} \\ \sigma^4 EIC_2 & \sigma^4 EIS_3 & C_0 & S_1 \\ \sigma^4 EIS_1 & \sigma^4 EIC_2 & \sigma^4 S_3 & C_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{w} \\ \overline{\theta} \\ \overline{M} \\ \overline{V} \end{bmatrix}_n$$
(2.9b)
$$C_0 = \frac{\cosh \sigma \, l + \cos \sigma \, l}{2}, \quad C_2 = \frac{\cosh \sigma \, l - \cos \sigma \, l}{2\sigma^2}$$
$$S_1 = \frac{\sinh \sigma \, l + \sin \sigma \, l}{2\sigma}, \quad S_3 = \frac{\sinh \sigma \, l - \sin \sigma \, l}{2\sigma^3}$$

보는 지점에서 전단력에 대해서 불연속이기에 한 경간에서 다음 경간으로의 같은 state vector를 사용할 수 없기에 전단력 항을 소거하면 식(2.9b)에서 다음 식을 얻 을 수 있다.

$$\overline{w}_{n+1} = f_{11}\overline{w}_n + [f_{12} \quad f_{13}] \left\{ \frac{\overline{\theta}}{\overline{M}} \right\} + f_{14}\overline{V}_n$$
(2.10a)

$$\left\{ \frac{\overline{\theta}}{\overline{M}} \right\}_{n+1} = \left\{ \begin{array}{cc} f_{21} \\ f_{31} \end{array} \right\}_{n+1} w_n + \left[\begin{array}{cc} f_{22} & f_{23} \\ f_{32} & f_{33} \end{array} \right] \left\{ \overline{\overline{M}} \right\}_n + \left\{ \begin{array}{cc} f_{24} \\ f_{34} \end{array} \right\}_{n+1} \overline{V}_{n+1}$$
(2.10b)

여기서, f_{ij} 는 transfer matrix **F**의 (i, j)원소이다. 식(2.10b)에 식(2.10a)을 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{Y}_{n+1} = \mathbf{T}\mathbf{Y}_n + \mathbf{L}\overline{w}_n + \mathbf{R}\overline{w}_{n+1}$$
(2.11)

여기서,
$$\mathbf{Y}_{i} = \{\overline{\theta}_{i} \ \overline{M}_{i}\}^{\mathrm{T}}$$
이고, 행렬 $\mathbf{T}, \mathbf{L}, \mathbf{R}$ 의 원소는 다음과 같다.

$$t_{11} = t_{22} = \frac{\cos\sigma \, l \sinh\sigma \, l - \cosh\sigma \, l \sin\sigma \, l}{\sinh\sigma \, l - \sin\sigma \, l}$$

$$t_{12} = \frac{\cosh\sigma l \cos\sigma l - 1}{EI\sigma \left(\sinh\sigma l - \sin\sigma l\right)}, \quad t_{21} = -\frac{2EI\sigma \sinh\sigma l \sin\sigma l}{\sinh\sigma l - \sin\sigma l}$$
$$l_{1} = -\frac{\sigma \sinh\sigma l \sin\sigma l}{\sinh\sigma l - \sin\sigma l}, \quad l_{2} = -\frac{EI\sigma^{2} \left(\sinh\sigma l \cos\sigma l + \cosh\sigma l \sin\sigma l\right)}{\sinh\sigma l - \sin\sigma l}$$

$$r_{1} = \frac{\sigma(\cosh\sigma l - \cos\sigma l)}{\sinh\sigma l - \sin\sigma l}, \quad r_{2} = \frac{EI\sigma^{2}(\sinh\sigma l + \sin\sigma l)}{\sinh\sigma l - \sin\sigma l}$$

식(2.11)으로부터 특정지점(0번지점)의 응답은 다음과 같은 식으로 표현된다 (그림 2.3).

$$\mathbf{Y}_{0} = \mathbf{T}^{k} \mathbf{Y}_{-k} + \sum_{n=1}^{k} \mathbf{T}^{n-1} (\mathbf{L} \overline{w}_{-n} + \mathbf{R} \overline{w}_{-n+1})$$
(2.12a)

$$\mathbf{Y}_{0} = \mathbf{T}^{-l} \mathbf{Y}_{l} - \sum_{n=1}^{l} \mathbf{T}^{-n} \left(\mathbf{L} \overline{w}_{n-1} + \mathbf{R} \overline{w}_{n} \right)$$
(2.12b)



그림 2.3 지상 유한 관로의 모델링

2.2. 무한 관로 응답의 정식화

식(2.12)에서 무한 관로는 $k \to \infty, l \to \infty$ 일 때로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{Y}_{0} = \mathbf{T}^{\infty} \mathbf{Y}_{-\infty} + \sum_{n=1}^{N} \mathbf{T}^{n-1} (\mathbf{L} \overline{w}_{-n} + \mathbf{R} \overline{w}_{-n+1}) + \mathbf{T}^{N} \mathbf{R} \overline{w}_{-N}$$
(2.13a)

$$\mathbf{Y}_{0} = \mathbf{T}^{-\infty} \mathbf{Y}_{\infty} - \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{T}^{-n} (\mathbf{L} \overline{w}_{n-1} + \mathbf{R} \overline{w}_{n})$$
(2.13b)

여기서 N은 그림 2.1 에서 지진파의 기준선과 0 번지점 사이의 지점 개수이다. 식 (2.13)에서 T[∞], T^{-∞}는 발산하기에 수치적인 접근이 어렵다. 이에 대한 해결 방법으 로 state vector Y을 wave vector μ으로 변환하는 기법을 사용한다(Y. K. Lin 등, 1990).

$$\mathbf{Y} = \mathbf{D}\boldsymbol{\mu} \tag{2.14a}$$

$$\mu = \begin{cases} \mu^r \\ \mu^1 \end{cases}$$
(2.14b)

여기서 변환행렬 **D**의 column vector 은 transfer matrix **T**의 eigenvector 들로 이루어진 다. Transfer matrix **T**의 eigenvalue 들은 서로 역수관계에 있는데 이를 각각 $\exp[\mp(\alpha - i\beta)]$ (여기서 $\alpha > 0$) 라고 하면 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\mathbf{D}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{D} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha + i\beta} & 0\\ 0 & e^{\alpha - i\beta} \end{bmatrix}$$
(2.15)

식(2.13)을 식(2.14)와 (2.15)을 이용하여 wave vector 로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{cases} \mu_{0}^{(r)} \\ \mu_{0}^{(l)} \end{cases} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha + i\beta} & 0 \\ 0 & e^{\alpha - i\beta} \end{bmatrix}^{\infty} \mu_{-\infty} + \sum_{n=1}^{N} \begin{bmatrix} e^{-\alpha + i\beta} & 0 \\ 0 & e^{\alpha - i\beta} \end{bmatrix}^{n-1} \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{L}\overline{w}_{-n} + \mathbf{R}\overline{w}_{-n+1})$$

$$+ \begin{bmatrix} e^{-\alpha + i\beta} & 0 \\ 0 & e^{\alpha - i\beta} \end{bmatrix}^{N} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{R}\overline{w}_{-N}$$

$$\begin{cases} \mu_{0}^{(r)} \\ \mu_{0}^{(l)} \end{cases} = \begin{bmatrix} e^{\alpha - i\beta} & 0 \\ 0 & e^{-\alpha + i\beta} \end{bmatrix}^{\infty} \mu_{\infty} - \sum_{n=1}^{\infty} \begin{bmatrix} e^{\alpha - i\beta} & 0 \\ 0 & e^{-\alpha + i\beta} \end{bmatrix}^{n} \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{L}\overline{w}_{n-1} + \mathbf{R}\overline{w}_{n})$$

$$(2.16a)$$

식(2.16)에서 수렴하는 wave vector 만 취하면 다음과 같다.

$$\mu_{0}^{(r)} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N} e^{(n-1)(-\alpha+i\beta)} \left\{ \left[\frac{l_{1}}{t_{12}} - \frac{il_{2}}{\sin(\beta+i\alpha)} \right] \overline{w}_{-n} + \left[\frac{r_{1}}{t_{12}} - \frac{ir_{2}}{\sin(\beta+i\alpha)} \right] \overline{w}_{-n+1} \right\} + \frac{1}{2} e^{-N(-\alpha+i\beta)} \left[\frac{r_{1}}{t_{12}} - \frac{ir_{2}}{\sin(\beta+i\alpha)} \right] \overline{w}_{-N}$$
(2.17a)

$$\mu_{0}^{(l)} = -\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} e^{n(-\alpha+i\beta)} \left\{ \left[\frac{l_{1}}{t_{12}} + \frac{il_{2}}{\sin(\beta+i\alpha)} \right] \overline{w}_{n-1} + \left[\frac{r_{1}}{t_{12}} + \frac{ir_{2}}{\sin(\beta+i\alpha)} \right] \overline{w}_{n} \right\}$$
(2.17b)

Steady state 상태에서 n 번째 지점의 지반 운동에 의한 변위는 다음과 같다.

$$\overline{w}_n = e^{-(r+ik)\left(x_0 + nl\cos\phi\right)} \tag{2.18}$$

식(2.18)을 식(2.17)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{split} \mu_{0}^{(r)} &= \frac{1}{2} \left\{ \left[\frac{l_{1}}{t_{12}} - \frac{il_{2}}{\sin(\beta + i\alpha)} \right] e^{(\gamma + ik)t \cos\phi} + \left[\frac{r_{1}}{t_{12}} - \frac{ir_{2}}{\sin(\beta + i\alpha)} \right] \right\} \\ &\cdot \frac{e^{-(\gamma + ik)x_{0}} \{1 - e^{N[-\alpha + i\beta + (\gamma + ik)t \cos\phi]} \}}{1 - e^{-\alpha + i\beta + (\gamma + ik)t \cos\phi}} \\ &+ \frac{1}{2} \left[\frac{r_{1}}{t_{12}} + \frac{ir_{2}}{\sin(\beta + i\alpha)} \right] e^{N(-\alpha + i\beta) - (\gamma + ik)(x_{0} - Nt \cos\phi)} \\ \\ \mu_{0}^{(l)} &= -\frac{1}{2} \left\{ \left[\frac{l_{1}}{t_{12}} + \frac{il_{2}}{\sin(\beta + i\alpha)} \right] e^{(\gamma + ik)t \cos\phi} + \left[\frac{r_{1}}{t_{12}} - \frac{ir_{2}}{\sin(\beta + i\alpha)} \right] \right\} \\ &\cdot \frac{e^{-\alpha + i\beta - (\gamma + ik)(x_{0} + t\cos\phi)}}{1 - e^{-\alpha + i\beta - (\gamma + ik)t \cos\phi}} \end{split}$$
(2.19a)

여기서
$$N = Integer\left(\frac{x_0}{l\cos\phi}\right)$$
이다. 그림 2.1 에서 0 번째 지점에 대한 회전각과 모멘

트에 대한 wave-number response function 은 식(2.19)을 식(2.14)에 대입하여 구한다.

$$\mathbf{Y}_{0} = \begin{cases} \mathbf{H}_{\theta} \\ \mathbf{H}_{M} \end{cases} = \begin{cases} t_{12} [\boldsymbol{\mu}_{0}^{(r)} + \boldsymbol{\mu}_{0}^{(l)}] \\ i \sin(\beta + i\alpha) [\boldsymbol{\mu}_{0}^{(r)} - \boldsymbol{\mu}_{0}^{(l)}] \end{cases}$$
(2.20)

 H_{θ} : 회전각에 대한 wave-number response function

H_M: 모멘트에 대한 wave-number response function

Random process 에 의한 mean-square response 는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$E\left[\left\{Y(t)\right\}^{2}\right] = \int_{-\infty}^{\infty} \left|\mathbf{H}_{Y}\right|^{2} \Phi(k) dk$$
(2.21)

여기서, Y(t)는 정상 상태의 응답이고 H_Y 는 wave-number response function 이고, Φ 는 지반 운동의 파워 스펙트럼 밀도함수이다. 그리고 $|H_Y|^2 \Phi(k)$ 는 파워 스펙트 럼 밀도함수이다. 4 장 예제에서는 모멘트에 대한 파워 스펙트럼 밀도함수를 다음 식에 의해서 구한다.

$$\Phi_{M} = \left| \mathbf{H}_{M} \right|^{2} \Phi(k) \tag{2.22}$$

3. 유체의 동압력 평가

문제의 단순화를 위해 관로 내부의 유체 수위가 관로의 길이 방향에 따라 항상 일정하다고 가정한다. 이 때 관로는 plane strain 상태에 있게 되므로 관로의 단면에 대한 2-D 해석이 가능하다. 단면에서 유체는 유동성을 고려하기 위해 경계요소로 모델링하고 관로는 변형을 고려하기 위해 유한요소로 모델링하여 경계요소-유한요 소 연계법에 의하여 유체의 동압력을 구한다. 이러한 유체 동압력에 대한 관로 단 면이 받는 힘과 동일한 효과를 내면 관로와 일체 거동하는 질량성분을 구함으로 써 유체의 영향의 지상 무한 관로에 적용시킨다.

3.1. 유체의 지배방정식 및 경계조건

관로 내부의 유체는 비점성, 비압축성의 이상유체로 가정하였으며, 그 흐름을 비 회전류로 가정한다. 유체의 비회전 운동은 속도포텐샬 φ(**x**,*t*)를 사용하여 식(3.1) 과 같이 나타낼 수 있다.

$$v_n = \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial n} \tag{3.1}$$

여기서, **x** = (x, y)은 위치벡터이고, v_n은 n방향으로의 절대속도를 나타낸다. 유체 의 운동은 Eulerian 정식화에 근거하여 Laplace 방정식을 만족한다.

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{x}, t) = 0 \tag{3.2}$$

지진과 같은 동하중이 작용할 때, 자유수면에 놓인 유체 입자는 유체가 운동하는 동안 자유수면상에 위치해야 한다는 운동학적 경계조건(kinematic boundary condition)과 자유수면에 작용하는 압력은 대기압과 같다는 동역학적 경계조건 (dynamic boundary condition)을 만족하여야 한다(Currie, 1993). 그림 3.1 에서 평균수면에서 자유수면까지의 높이를 η(x,t)라 하고 유체의 슬러싱 변위가 작다고 가정하면 자유수면에서의 선형화된 운동학적 경계조건을 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial y}(\mathbf{x},t) = \frac{\eta(x,t)}{\partial t} \quad (\text{ on } S_1)$$
(3.3)

자유수면에서 선형화된 동역학적 경계조건은 다음과 같다.



그림 3.1 관로 단면에서의 해석 모델

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}(\mathbf{x},t) = -g\eta(x,t) \quad (\text{ on } \mathbf{S}_1)$$
(3.4)

여기서 g는 중력 가속도이다. 그리고 관로와 유체의 접촉면에서는 관로의 법선방 향 절대속도와 유체입자의 법선방향 절대속도는 동일하다고 하면 다음과 같은 경 계조건식을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial n}(x,t) = \mathbf{n} \cdot v_p \quad (\text{ on } \mathbf{S}_2)$$
(3.5)

여기서 n은 외향법선벡터이고, v_p 는 관로단면과 유체의 접촉면에서의 유체입자 의 절대속도이다. 한편 구조물의 벽면에 작용하는 정수압을 제외한 유체의 동압력 은 근사적으로 다음과 같은 식으로 구한다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}(\mathbf{x},t) = -\frac{1}{\rho} p(\mathbf{x},t) \quad (\text{ on } \mathbf{S}_2)$$
(3.6)

여기서, ρ 는 유체의 밀도이고, $p = p(\mathbf{x}, t)$ 는 유체의 동압력이다.

3.2. 경계요소법에 의한 유체 모델링

그림 3.2 와 같이 유체를 경계요소법에 의해 이산화 시키면 식(4.2)는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.



그림 3.2 경계요소에 의한 경계면 이산화 및 경계 영역 분리

$$\mathbf{H}\boldsymbol{\phi} = \mathbf{G}\mathbf{q} \tag{3.7}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\mathrm{ff}} & \mathbf{H}_{\mathrm{fw}} \\ \mathbf{H}_{\mathrm{wf}} & \mathbf{H}_{\mathrm{ww}} \end{bmatrix} \! \left\{ \boldsymbol{\phi}_{\mathrm{f}} \\ \boldsymbol{\phi}_{\mathrm{w}} \end{bmatrix} = \! \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\mathrm{ff}} & \mathbf{G}_{\mathrm{fw}} \\ \mathbf{G}_{\mathrm{wf}} & \mathbf{G}_{\mathrm{ww}} \end{bmatrix} \! \left\{ \boldsymbol{q}_{\mathrm{f}} \\ \boldsymbol{q}_{\mathrm{w}} \end{bmatrix}$$
(3.8)

여기서 ϕ_r, q_r 는 자유수면에 있는 절점의 포텐샬과 플럭스이며, ϕ_w, q_w 는 유체와

관로의 접촉면에서의 절점 포텐샬과 플럭스이다. 식(3.8)을 시간에 대해 미분하고, 식(3.3),(3.4),(3.5) 및 식(3.6)을 적용하면 다음과 같아진다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_{\mathrm{ff}} & \mathbf{H}_{\mathrm{fw}} \\ \mathbf{H}_{\mathrm{wf}} & \mathbf{H}_{\mathrm{ww}} \end{bmatrix} \begin{cases} \mathbf{-} g \mathbf{\eta} \\ -\frac{1}{\rho} \mathbf{p}_{\mathrm{w}} \end{cases} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\mathrm{ff}} & \mathbf{G}_{\mathrm{fw}} \\ \mathbf{G}_{\mathrm{wf}} & \mathbf{G}_{\mathrm{ww}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{\eta}} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{\mathrm{nw}} \end{cases}$$
(3.9)

여기서, ŋ, ŋ은 자유수면에서의 변위벡터와 가속도 벡터를 나타내며, p_w, ü_{nw}은 유체와 관로의 접촉면에서의 외향법선방향에 대한 유체동압력과 절대가속도이다. 식(3.9)을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{\rm fr} & \mathbf{T}_{\rm fw} \\ \mathbf{T}_{\rm wr} & \mathbf{T}_{\rm ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{\eta} \\ \mathbf{p}_{\rm w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{\rm fr} & \mathbf{G}_{\rm fw} \\ \mathbf{G}_{\rm wr} & \mathbf{G}_{\rm ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{\eta}} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{\rm nw} \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$
(3.10)
$$\mathbf{T}_{\rm fr} = g \mathbf{H}_{\rm fr} \quad \mathbf{T}_{\rm fw} = \frac{1}{\rho} \mathbf{H}_{\rm fw}$$

$$\mathbf{T}_{\rm wr} = g \mathbf{H}_{\rm wr} \quad \mathbf{T}_{\rm ww} = \frac{1}{\rho} \mathbf{H}_{\rm ww}$$

이 식을 정리하면 다음과 같은 식으로 표현할 수 있다.

$$\mathbf{p}_{w} = \mathbf{p}_{1} \ddot{\mathbf{u}}_{nw} + \mathbf{p}_{2} \ddot{\mathbf{\eta}} + \mathbf{p}_{3} \mathbf{\eta}$$
(3.11a)

$$\mathbf{M}_{\eta w}\ddot{\mathbf{u}}_{nw} + \mathbf{M}_{\eta \eta}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}_{\eta \eta}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}$$
(3.11b)

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1 &= -\mathbf{T}_{ww}^{-1} \mathbf{G}_{ww} \\ \mathbf{p}_2 &= -\mathbf{T}_{ww}^{-1} \mathbf{G}_{wf} \\ \mathbf{p}_3 &= -\mathbf{T}_{ww}^{-1} \mathbf{T}_{wf} \\ \mathbf{M}_{\eta w} &= \mathbf{G}_{fw} - \mathbf{T}_{fw} \mathbf{T}_{ww}^{-1} \mathbf{G}_{ww} \\ \mathbf{M}_{\eta \eta} &= \mathbf{G}_{ff} - \mathbf{T}_{fw} \mathbf{T}_{ww}^{-1} \mathbf{G}_{wf} \\ \mathbf{K}_{\eta \eta} &= \mathbf{T}_{ff} - \mathbf{T}_{fw} \mathbf{T}_{ww}^{-1} \mathbf{T}_{wf} \end{aligned}$$

3.3. 유체와 관로 상호작용에 의한 유체 동압력 해석

그림 3.3은 관로를 1차원 유한요소를 사용하여 이산화한 것이다. 유체와 접하고 있지 않은 영역(Ω₁)과 접하는 영역(Ω₂) 두 부분으로 나누어 단면 방향내에서 감 쇠가 없는 관로의 이산화된 운동방정식을 구하면 다음과 같다.



그림 3.3 유한요소에 의한 관로 단면의 이산화

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^{s} & \mathbf{M}_{12}^{s} \\ \mathbf{M}_{21}^{s} & \mathbf{M}_{22}^{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_{1} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{s} & \mathbf{K}_{12}^{s} \\ \mathbf{K}_{21}^{s} & \mathbf{K}_{22}^{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1}^{r} \\ \mathbf{u}_{2}^{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix}$$
(3.12)

여기서 M_{ij}^{s} , K_{ij}^{s} (i, j = 1, 2)는 각각 관로의 질량 및 강성 행렬이고, \ddot{u}_{i} (i = 1, 2)는 지반에 대한 절점의 절대 가속도 벡터이고, u_{i}^{r} (i = 1, 2)는 지반에 대한 절점의 상 대 변위 벡터이다. 또한 F는 관로에 작용하는 유체 동압력에 의한 등가절점 하중 벡터이다. 관로와 유체를 연계하기 위해서는 관로와 유체의 경계면에서 유체 입자 의 절점 가속도가 구조물의 법선방향 절점가속도와 동일하다는 적합조건과 관로 와 유체의 절점에 작용하는 하중이 같다는 평형조건을 만족시켜야 한다. 평형조건 에 의해서 식(3.11a)의 유체 동압력으로부터 다음과 같은 등가의 절점하중을 구할 수 있다.

$$\mathbf{F} = -\mathbf{L}\mathbf{p}_{w} = -\mathbf{L}\{\mathbf{p}_{1}\ddot{\mathbf{u}}_{nw} + \mathbf{p}_{2}\ddot{\mathbf{\eta}} + \mathbf{p}_{3}\mathbf{\eta}\}$$
(3.13)

여기서 L 은 분포된 표면력을 절점력으로 변환하는 행렬이다. 또한 경계면에서 적 합족건을 만족시키기 위하여 식(3.13)에서 유체의 절점 가속도 벡터를 지반에 대한 절대가속도 벡터로 나타내면 다음 식과 같다.

 $\mathbf{F} = -\mathbf{M}_{22}^{\mathbf{f}}\ddot{\mathbf{u}}_{2} - \mathbf{M}_{2n}^{\mathbf{f}}\ddot{\boldsymbol{\eta}} - \mathbf{K}_{2n}^{\mathbf{f}}\boldsymbol{\eta}$ (3.14)

한편 식(3.11b)도 위와 같이 가속도 벡터를 바꾸어서 나타내면 다음 식과 같이 나 타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}_{\eta 2}\ddot{\mathbf{u}}_{2} + \mathbf{M}_{\eta \eta}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}_{\eta \eta}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{0}$$
(3.15)

관로 절점의 절대 가속도 벡터를 상대 가속도 벡터로 나타내면 다음 식과 같다.

$$\ddot{\mathbf{u}} = \ddot{\mathbf{u}}^r + \mathbf{l}\ddot{u}_g \tag{3.16}$$

여기서 ü^r은 절점의 상대 가속도 벡터이다. 그리고 l은 수평방향 성분이 1 이고 나머지 성분은 0 인 벡터이고, ü_g는 지반 가속도이다. 식(4.12)를 식(3.14), 식(3.15) 과 식(3.16)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^{s} & \mathbf{M}_{12}^{s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{21}^{s} & \mathbf{M}_{22}^{s} + \mathbf{M}_{22}^{f} & \mathbf{M}_{2\eta}^{f} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{\eta} & \mathbf{M}_{\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_{1}^{r} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{2}^{r} \\ \ddot{\mathbf{n}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{s} & \mathbf{K}_{12}^{s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{21}^{s} & \mathbf{K}_{22}^{s} & \mathbf{K}_{2\eta}^{f} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\eta\eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1}^{r} \\ \mathbf{u}_{2}^{r} \\ \mathbf{n} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^{s} & \mathbf{M}_{12}^{s} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{21}^{s} & \mathbf{M}_{22}^{s} + \mathbf{M}_{21}^{f} & \mathbf{M}_{2\eta}^{f} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{\eta2} & \mathbf{M}_{\eta\eta} \end{bmatrix} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{g} \qquad (3.17)$$

지반 가속도에 대해 식(3.17)를 경계조건을 고려하여 주파수 영역에서 해석한다. 한편 위의 식을 사용하여 해석할 경우, 이상 유체에서는 sloshing 운동에 대한 고유 진동수에서 유체의 동압력이 발산을 하게 된다. 점성효과가 있는 실제 유체를 고 려하여 발산에 대한 해결책으로 자유수면에서 유체의 sloshing 운동에 의한 유체 동압력을 무시하면 다음 식을 얻을 수있다.

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}(\mathbf{x}, t) = 0 \text{ (at free surface)}$$
(3.18)

식(3.18)을 식(3.4)에 대입하여 다음의 조건식을 얻어낼 수 있다.

$$\eta(x,t) = 0 \tag{3.19}$$

위의 식을 적용하면 식(3.10)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{fw} \\ \mathbf{T}_{ww} \end{bmatrix} \{ \mathbf{p}_{w} \} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{ff} & \mathbf{G}_{fw} \\ \mathbf{G}_{wf} & \mathbf{G}_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{\eta}} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{nw} \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$
(3.20)

이 식을 정리하면 식(3.12)에 대응하는 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{p}_{w} = \mathbf{p}_{1} \ddot{\mathbf{u}}_{nw} + \mathbf{p}_{2} \ddot{\mathbf{\eta}} \tag{3.21a}$$

$$\mathbf{M}_{\eta w} \ddot{\mathbf{u}}_{nw} + \mathbf{M}_{\eta \eta} \ddot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{0}$$
(3.21b)

식(3.21a)를 평형 조건을 이용하여 다음과 같은 등가의 절점하중으로 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{F} = -\mathbf{L}\mathbf{p}_{w} = -\mathbf{L}\{\mathbf{p}_{1}\ddot{\mathbf{u}}_{nw} + \mathbf{p}_{2}\ddot{\mathbf{\eta}}\}$$
(3.22)

식(3.21b)를 이용하여 식(3.22)를 다음과 같이 변형한다.

$$\mathbf{F} = -\mathbf{L}\mathbf{p}_{\mathbf{w}} = -\mathbf{L}\{\mathbf{p}_{1} - \mathbf{p}_{2}\mathbf{M}_{\eta\eta}^{-1}\mathbf{M}_{\eta\mathbf{w}}\}\ddot{\mathbf{u}}_{\mathbf{nw}}$$
(3.23)

이 식에서 적합조건을 이용하여 유체의 절점 가속도 벡터를 지반에 대한 관로의

절대 가속도 벡터로 바꾸어 다음 식과 같이 나타낸다.

$$\mathbf{F} = -\overline{\mathbf{M}}_{22}^{\mathbf{f}} \ddot{\mathbf{u}}_2 \tag{3.24}$$

식(3.24)를 식(3.12)에 대입하면 식(3.17)는 다음 식으로 대체될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^{s} & \mathbf{M}_{12}^{s} \\ \mathbf{M}_{21}^{s} & \mathbf{M}_{22}^{s} + \overline{\mathbf{M}}_{22}^{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_{1}^{r} \\ \ddot{\mathbf{u}}_{2}^{r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{s} & \mathbf{K}_{12}^{s} \\ \mathbf{K}_{21}^{s} & \mathbf{K}_{22}^{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1}^{r} \\ \mathbf{u}_{2}^{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11}^{s} & \mathbf{M}_{12}^{s} \\ \mathbf{M}_{21}^{s} & \mathbf{M}_{22}^{s} + \overline{\mathbf{M}}_{22}^{f} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_{g}$$
(3.25)

3.4. 지상 무한 관로에 유체의 동압력 적용

관로 내에 담긴 유체는 관로의 거동과 일치하지 않는 운동을 한다. 이러한 유체의 운동이 관로에 어떻게 영향을 줄 수 있는지에 대해 유체의 동압력을 이용하여 평 가하는 방법을 제안하여 본다.

식(2.5)에서 m은 관로와 일체 거동을 하는 관로의 단위 길이당 질량이다. 이 식 에서 유체는 유동성 때문에 그 질량을 사용할 수 없다. 그림 3.4은 관로의 특정단 면에서 발생한 유체의 동압력을 지상 무한 관로에 적용하는 모습을 보여주고 있 다. 유체의 동압력에 의해 관로가 받는 힘과 효과를 내고 관로와 일체거동하는 질 량값을 구하여 이를 식(2.5)에 사용하게 된다.

Steady state 에서 특정 주파수에 의한 지점운동은 관로의 길이방향에 무관하게 모든 단면이 지점과 동일한 주파수를 가지는 운동을 유발한다. 관로 단면의 중립 축이 지점 운동에 의해 진동수 ω를 가지는 조화운동(harmonic motion)으로 표현되



그림 3.4 유체 동압력의 모델링

는 수평 가속도 운동(ü)을 하고 있을 때 유체는 p_w(ω)의 동압력을 발생시킨다. 여기서 지상 무한 관로의 단면에 대한 수평력은 다음 식과 같이 구한다.

$$F_{H}(\omega) = \int_{\Gamma_{w}} p_{w}(\omega) \cdot n_{x} d\Gamma_{w}$$
(4.26)

여기서, $F_H(\omega)$ 는 유체의 동압력 $p_w(\omega)$ 에 의해 생기는 수평력이고, n_x 는 유체와 관로가 접하는 곳에서의 법선벡터의 수평방향 성분이고, Γ_w 는 유체와 관로가 접 하고 있는 영역이다. 이는 3.3 장의 식(4.17)과 식(4.25)와 같이 수치적으로 해석될 수 있다. 관로와 일체거동을 하면서 식(4.26)에서와 같은 힘을 유발하는 질량값 (m_f) 을 다음과 같은 식으로 구한다.

$$m_f(\omega) = \frac{F_H(\omega)}{\ddot{u}(\omega)} \tag{4.27}$$

4. 해석 예제

지진파에 의한 지점 운동을 받는 지상 무한 관로는 김종승이 사용했던 Trans-Alyeska 관로를 사용한다. 이 관로의 단면 형상은 그림 4.1 과 같고 그 제원은 표 4.1 에 나타내었다. 관로의 지간거리는 18.29m 이고, 길이방향 감쇠는 구조감쇠로 가정하여 휨강성을 *EI* 대신에 *EI*(1+*i*δ)로 사용하고, δ=0.04로 놓는다. 관로 내 부의 유체는 원유의 평균 밀도 880*kg/m*³을 사용한다. 진원에서의 지반운동에 대 한 파워 스펙트럼 밀도함수는 Shinozuka 와 Deodatis(1998)가 제안한 다음 식을 사 용한다.

$$\Phi(k) = \frac{\sigma^2}{4\sqrt{\pi}} B^3 k^2 \exp\left(-\frac{B^2}{4} k^2\right)$$
(4.1)



표 4.1 지상 무한 관로의 제원

내부반지름 (R)	59.827 cm		
두께 (t)	1.173 cm		
탄성계수 (E)	210 Gpa		
밀도 (p)	7850 kg/m^3		
지간거리 (ℓ)	18.29 m		

그림 4.1 지상 무한 관로의 단면

여기서 B 는 65m 이고 σ²는 1m²을 사용하는데 그림 4.2 와 같은 모양을 하고 있 다. 지진파의 토질에 대한 감쇠계수 γ=0.002k를 사용하고 파의 속도는 wave number 에 따라 표 4.2 와 같이 주어진다. 이러한 지반운동에 대해 그림 2.1 을 참고 하여 진원에서 4000m 떨어진 0 지점으로 표기된 곳의 반응을 구하여 본다. 이 때 지진파의 입사각은 15 도로 한다. 그리고 이 논문에서는 유체의 수위가 89.827cm 일 때와 59.827cm 일 때 두 가지 경우에 대하여 해석하겠다.



그림 4.2 식(4.1)에 따른 지반 운동 파워 스펙트럼 밀도함수

표 4.2 wave number k에 따른 지진파의 속도 c

$k < 6.28 \times 10^{-3} \text{ rad/m}$	c = 650 m/sec
6.28 × 10 ⁻³ rad/m $\leq k \leq$ 6.28 × 10 ⁻¹ rad/m	$c = \tilde{c}$ $\tilde{c} = 650 - 1125u + 750u^2 - 125u^3$ $u = \log_{10}\left(\frac{2\pi}{k}\right)$
$k > 6.28 \times 10^{-1} \text{ rad/m}$	c = 150 m/sec

4.1. 유체의 수위가 89.827cm 일 때 해석결과

3 장에서 보인 경계요소-유한요소 연계법에 의한 유체 동압력을 구하기 위해 관로 의 단면을 그림 4.3 과 같이 모델링 하였다. 유체의 경계요소는 자유수면에서 4 개 의 2 차요소를, 관로와의 접촉면에서는 10 개의 2 차요소를 사용하였다. 그리고 관 로는 먼저 변형이 없는 강체로 모델링 한 후, 변형을 고려하는 유한요소로 모델링



그림 4.3 관로 단면의 모델링 (H=89.827cm)

하는데 유체의 2차 경계요소와 compatibility 를 만족시키기 위해 2차 mindlin 요소 를 사용하였다. 사용한 요소 수는 14개이다. 그리고 지지 조건은 강체운동을 방지 하기 위해 그림과 같은 조건을 사용하였다.

4.1.1. 관로 단면 형상의 변형이 없을 때

관로 단면 형상의 변형이 없을 때는 식(3.17)에서 관로의 상대 변위값을 0으로 놓 고 해석한다. 그림 4.4은 모멘트의 절대값에 대한 wave-number response function 을 그린 것이다. 여기서 Present Study 1 (rigid)는 이 논문의 결과이고 jskim 은 김종승의 결과이다. 그리고 mass 는 유체가 유동성 없이 관로와 일체로 거동할 때의



그림 4.4 모멘트에 대한 wave-number response function 비교 (H=89.827cm)

결과이다. 그리고 그림 4.5는 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수를 보이고 있다. 이 것으로부터 정상상태의 모멘트에 대한 RMSV(root mean square value)을 구하면 Present Study (rigid)에 대해서는 5294KN-m, jskim 은 4608KN-m 이고 mass 는 6316KN-m 값을 갖는다. 김종승의 결과와 차이를 보이는 것은 김종승은 유체의 sloshing 모드 성분에 대해 1 차 모드만 고려하여 해석을 하였기 때문이다. 이 논문 에서도 간단히 유체의 자유수면에 1 차 모드 성분만 고려하여 해석하면 4497KN-m 로 김종승과 근사한 값을 얻을 수 있었다. 식(4.17)이 이상 유체의 고차모드 성분 에 대해 감쇠를 줄 수 없기에 각 고유 주기에 대해 발산하는 문제점을 일으킨다. 이에 대해 식(4.25)에 의해 해석을 하면 그림 4.6 과 4.7 의 결과를 얻을 수 있다.



그림 4.5 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수 비교 (H=89.827cm)



그림 4.7 자유수면의 조건에 따른 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수(H=89.827cm)

여기서 Present Study 2 (rigid)가 그 결과이다. 이 때의 정상상태의 모멘트에 대한 RMSV는 4344KN-m 이다. 그리고 결과는 Present Study 1 (rigid)와 거의 같은 모습을 하고 있으며 발산이 일어나는 부분에서 매끄러운 곡선을 보이고 있다.

4.1.2. 관로 단면 형상의 변형이 있을 때

식(4.25)를 이용하여 관로 단면 형상의 변형을 고려한 해석을 한다. 그림 4.8 과 그 림 4.9 의 Present Study 3 (flexible)은 모멘트에 대한 wave-number response function 과 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수를 나타내고 있다. 그림 4.8 에서 최대반응을 보이 는 곳은 연계모드에 의한 고유 주기가 발생한 곳으로 5.79Hz 에 해당한다. 그림



그림 4.8 관로 단면 형상의 변형에 따른 모멘트에 대한 wave-number response function (H=89.827cm)

4.9에 의한 정상상태의 모멘트에 대한 RMSV는 5415KN-m이다. 그리고 표 4.3은 모멘트에 대한 RMSV를 정리한 것이다.



표 4.3 H=89.827cm 일 때 정상상태의 모멘트에 대한 RMSV

Present Study 1 (rigid)	5294 KN-m
Present Study 2 (rigid)	4344 KN-m
Present Study 3 (flexible)	5415 KN-m
jskim	4608 KN-m
mass	6316 KN-m

4.2. 유체의 수위가 59.827cm 일 때 해석결과

그림 4.10과 같이 유체의 경계요소는 자유수면에서 4개의 2차요소를, 관로와의 접촉면에서는 8개의 2차요소를 사용하였다. 그리고 관로는 먼저 변형이 없는 강 체로 모델링 한 후, 변형을 고려하는 유한요소로 모델링 하는데 2차 mindlin 요소 를 14개 사용하였다. 해석결과는 유체의 수위가 89.827cm 일 때와 동일한 순서와 과정으로 나타내었다. 우선 표 4.4 에 정상상태의 모멘트에 대한 RMSV을 보였다.



그림 4.10 관로 단면의 모델링 (H=59.827cm)

표 4.4 H=59.827cm 을	! 때	정상상태의	모멘트에	대한	RMSV
--------------------	-----	-------	------	----	------

Present Study 1 (rigid)	2206KN-m
Present Study 2 (rigid)	2080 KN-m
Present Study 3 (flexible)	2250 KN-m
jskim	1867 KN-m
mass	4000 KN-m

4.2.1. 관로 단면 형상의 변형이 없을 때

식(4.17)에서 상대변위가 0일 때의 해석결과는 Present Study 1 (rigid)로 그림 4.11 과 그림 4.12 와 같다. jskim 은 김종승이 제안한 해석법을 이용하여 그린 것이고 mass 는 앞서와 같이 유체가 유동성 없이 관로와 일체로 거동할 때의 결과이다.

그림 4.13 과 그림 4.14 에서는 식(4.25)에 의해서 해석한 결과를 Present Study 2 (rigid)로 나타내었다.



그림 4.11 모멘트에 대한 wave-number response function 비교 (H=59.827cm)



그림 4.12 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수 비교 (H=59.827cm)



그림 4.13 자유수면의 조건에 따른 모멘트에 대한 wave-number response function (H=59.827cm)



그림 4.14 자유수면의 조건에 따른 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수 (H=59.827cm)

4.2.2. 관로 단면 형상의 변형이 있을 때

식(4.25)에 의한 관로 단면 형상의 변형을 고려한 해석결과를 그림 4.15 와 그림 4.16 에 Present Study 3 (flexible)로 나타내었다. 그림에서 최대반응을 보이는 곳은 연계모드에 의한 고유주기가 발생한 것으로 6.39Hz 에 해당한다.



그림 4.15 관로 단면 형상 변형에 따른 모멘트에 대한 wave-number response function (H=59.827cm)



4.3. 해석결과의 종합

관로 단면 형상의 변형이 없을 때 해석한 두 예제의 모멘트에 대한 wave-number response function 을 나타낸 그림 4.4 와 그림 4.11 을 보면, 김종승의 결과와 이 논 문의 결과가 거의 비슷한 것을 알 수 있다. 그리고 유체의 유동성이 없다고 가정 했을 때와 비교했을 때, 위의 두 경우가 대체적으로 보다 작은 반응을 보인다. 이 는 주기구조물의 특성을 고려할 때 두 경우가 단위 길이당 질량이 작게 평가되고 있음을 나타낸다. 한편 그림 4.6 과 그림 4.13 에서는 이상 유체의 슬러싱 모드에 의한 발산성을 자유수면에서 수면의 변위가 작을 때 유체의 동압력이 0 이라는 가 정으로 해석한 결과가 타당성이 있음을 보여준다.

관로 단면 형상의 변형을 고려했을 때의 그림 4.8과 그림 4.15는 관로 단면 형 상의 변형이 없을 때와 상당히 다른 반응을 보이는데 연계모드의 고유주기를 기 준으로 이전에는 비교적 큰 반응을 나타내고 이후에는 작은 반응을 나타낸다.

진원에서 지반운동에 대한 파워 스펙트럼 밀도함수가 식(4.1)으로 주어질 때 모 멘트 파워 스펙트럼에 의해 구한 정상상태의 모멘트 RMSV는 표 4.3 와 표 4.4 에 서 보여 주듯이 같은 수위에서 유체의 유동성이 없을 때 모멘트가 가장 크고, 관 로 단면 형상의 변형이 있을 때, 관로 단면 형상의 변형이 없을 때의 순으로 나타 났다. 그리고 각각의 동일한 관로 조건에 대해서는 유체의 수위가 클 때가 유체의 수위가 작을 때보다 모멘트 RMSV가 크게 나왔다. 하지만 여기서 주의해서 살펴 볼 만한 것이 있다. 그림 4.17 에서 유체의 유동성이 없고 유체가 가득 찼을 때 (mass (full))보다 관로 단면 형상의 변형이 고려되고 수위가 89.827cm 일 때(flexible (H=59.827cm))가 연계모드에 의한 고유주기 부근에서 더 큰 반응을 나타내고 있다. 따라서 이 부근이 지배적인 어떤 특수한 지진파에 대해서는 충분히 더 큰 반응을





5. 결 론

기존의 Y.K.Lin 이 제안한 지상 무한 관로는 유체의 유동성을 고려하지 않았다. 이 에 대해 김종승은 유체의 유동성을 고려하는 방안을 제시하였으나 그의 방법은 관로 단면 형상에 따른 제약이 있고 단면 방향 내에서 관로의 변형이 없다는 가 정이 필요하였다. 이 논문에서는 앞의 문제점을 해결하기 위해 관로 단면 방향을 유체에 대해서 경계요소로 모델링하고, 관로에 대해서는 유한요소로 모델링하는 경계요소-유한요소 연계법을 사용하여 지진파가 유발하는 유체의 동압력을 받는 임의의 단면 형상을 가지는 지상 무한 관로를 해석하는 방법을 제안하였다.

김종승은 유체의 유동성이 지상 무한 관로의 모멘트를 감소시킨다는 것을 보였 다. 이 논문에서 제안한 방법으로 관로 단면 형상의 변형이 없는 경우의 해석은 김종승이 제안한 방법의 결과와 비슷한 값를 얻을 수 있었다. 하지만 관로 단면 형상의 변형을 고려한 해석결과는 변형이 없을 때보다 더 큰 모멘트가 발생하는 것을 보여 주었다. 더우기 모멘트에 대한 wave-number response function 에서는 wave number 구간에 따라서는 유체의 유동성이 없는 경우보다 더 큰 반응이 나타나는 곳도 있었다. 이는 지상 무한 관로의 해석에 유체의 유동성과 단면 방향의 관로 변형이 함께 고려되어야 함을 보여준다.

참고문헌

- Y. K. Lin, R. Zhang, and Y. Yong, "Multiply Supported Pipeline Under Seismic Wave Excitations," Journal of Engineering Mechanics, Vol. 116, No. 5, pp. 1094-1108, 1990
- E. C. Restel and F. A. Leckie, "Matrix Methods in Elastomechanics," McGraw Hill, New York, N. Y, 1963.
- 고현무, 박장호, 김재관, "경계요소-유한요소 연계법에 의한 구형 수조구조물의 동적거동 특성해석", 대한토목학회 논문집, 제 14 권, 제 5 호, pp 1033-1042, 1994
- 4. 김재관, 박정준, 진병무, 양태석, "지중식 LNG 저장탱크의 유체-구조물-지반계
 의 비선형 상호작용을 고려한 지진해석 및 내진설계기법 연구 1 차 중간보고
 서", KEERC, 1998
- 박장호, "경계요소-유한요소 연계법에 의한 유체-구조물 상호작용 해석", 공학 석사학위논문, 서울대학교, 1992
- 6. 김종승, 유체의 동압력을 고려한 지상 무한 관로의 지진 해석, 공학석사학위논
 문, 서울대학교, 1999
- 7. I. G. Currie, "Fundamental Mechanics of Fluid", McGraw-Hill, 1993

- G. W. Housner, "Dynamic Pressures on Accelerated Fluid Containers," Bull. Seismol. Soc. Am., Vol. 47, pp. 15-35, 1957
- M. Shinozuka and G. Deodatis, "Stochastic Wave Models for Simulation of Seismic Ground Motion," Proc., Workshop on Spatial Variation of Earthquake Ground Motion", National Center for Earthquake Research, Princeton Univ., Princeton, N.J., Nov. 7-9,1998
- 10. 이장무, 모드해석의 이론과 응용, 서울대학교 공과대학 기계설계학과, 1998
- Y. K. Lin and G. Q. Cai, Probabilistic Structural Dynamics, McGraw-Hill, New York, 1995
- C. A. Brebbia and J. Dominguez, Boundary Elements An Introductory Course, Computational Mechanics Publications, 1989

Abstract

An analysis method of an infinite surface-mounted pipeline with an arbitrary cross sectional shape considering the dynamic fluid pressure induced by seismic waves is presented. The pipeline is modeled as an infinite and periodic Euler-Bernoulli beam. The wave-number response for bending moment of the pipeline is analyzed with transfer matrix and wave vector. The cross section of the pipeline and the fluid in the pipeline are modeled by finite elements and by boundary elements, respectively. To calculate dynamic fluid pressure, the coupled boundary element-finite element method is used. This pressure is considered as external force added on the pipeline

The moment of the pipeline decreases due to dynamic behavior of fluid while it increases due to deformation of the cross sectional shape. The dynamic behavior of fluid is dominant effect. However in view of the wave-number response function for bending moment, the effect of deformation is more significant than that of dynamic behavior of fluid, near the wave number corresponding to natural frequency of coupled mode. Therefore the dynamic behavior of fluid and the deformation of cross sectional shape of the pipeline must be considered to analyze the infinite surface-mounted pipeline.

Keywords

Dynamic fluid pressure, infinite surface-mounted pipeline, coupled boundary element-finite element method, wave-number response function, steady-state response

Student Number: 98415-504

감사의 글

졸업 합니다. 그토록 바래 왔던 졸업입니다. 삶에 있어서 무언가를 마무리 짖는 경험을 할 수 있는 좋은 기회가 된 대학원이었습니다. 무언가를 마무리 한다는 이 기분! 조금은 서운한 감도 있지만 기쁩니다. 힘들고 고통스러운 일도 많았습니다. 주변의 도움 없이는 결코 해내지 못했었을 것입니다. 많은 이들에게 감사 드립니 다. 2 년 전 뚜렷한 목적 없이 진학한 후, 과연 2 년 후 어떻게 되어 있을까 궁금해 했었습니다. 지금 이 순간도 비록 여전히 삶에 대해 명쾌한 답을 얻지는 못했지만 많은 귀중한 경험을 할 수 있었습니다. 이런 장을 마련해 준 토목공학과 교수님들 과 학우들에게 감사 드립니다.

학문적으로 제대로 배우지도 못하고 여러모로 부족한 상태로 연구실에 들어온 저를 가르쳐 주시느라 고생하신 이해성 선생님께 감사 드립니다. 저의 부족한 논 문에 커다란 도움을 주신 김재관 선생님께 감사 드립니다. 그리고, 우리 토목공학 과의 발전을 위해 노력하시고 학문적으로 도움을 주신 장승필 선생님, 고현무 선 생님, 오병환 교수님께 감사 드립니다.

하하.. 이제 실험실 사람들 차례군요.. *^.^*

어찌 고마움을 글 한 줄로 표현할 수 있겠습니까?. 너무나 고마울 뿐입니다. 언제 나 의지할 수 있었고 편안하게 대할 수 있었던 현우형(졸업을 기원합니다 'T.T 밀 가루인형' 뭔지 모르겠지만 ^^), 부탁하면 잘 들어 주고 또한 어려울 때 많이 도 와준 기석이형(올해는 꼭 좋은 일 있기를~) 에게 정말이지 깊은 고마움을 표합니 다. 2년 동안 밤도 같이 많이 세우고 나의 수고를 나누어 준 하나뿐인 동기 주성 이, 바쁘더라도 실험실 사람들 모두를 신경 써 주었던 고마운 누나 경남이누나, 고생하며 논문을 같이 썼던 종승이형(그 때 성의껏 도와 드리지 못해 많이 마음에 걸리는군요.), 멀리 이국 땅, 한국에 오셔서 어려운 점도 많지만 열심이신 틴틴윈 누나(과자 고마웠습니다. 부디 많은 지식과 좋은 추억으로 미얀마에 가실 수 있으 면 합니다.), 그리고 많은 궂은 일을 마다하지않고 손수 나서는 문구형(형은 복 받 을 겁니다.), 저의 부족한 연구를 이어 받은 한도형(잘 해내리라 믿습니다) 모두에 게 감사함을 표합니다. 헉~ 아직 남았군요. 언제나 웃는 얼굴로 후배들을 격려해 주는 용용한이형, 무척이나 티프하고 기운 넘치는 때론 쪼금 순진해 보이는(내가 이상해진건가?) 천종이형(앗! 이런 문성이형이 먼저 선수 쳤었군. 컨닝한 거 아닙 니다), 언제나 한판과 결승을 외치시는 인호형(^^), 무척이나 마음 좋았던 윤석이형, 그리고 대한민국 사회의 병폐와 인생에 있어서 나아갈 바를 잘 아는 문성이형(대 한민국의 미래는 형에게 있습니다.) 에게 감사 드립니다.

아차! 깜박할 뻔했군. 옆 방의 태석이 형과 진호 정말이지 두 분 없었으면 이 논 문을 못 썼을 겁니다. 많은 감사를 표합니다. 그리고 토질방의 창국이형과 연수형 에게도 감사합니다.

써 놓고 보니 무척이나 길군요. 아~~ 아직도 갈길이 멀군. 이번엔 친구들 차례. 무료한 삶에서 벗어나고자 많은 노력(?)을 기울인 명학이, 규용이, 대균이와 토목 과의 작은 일파 지훈이, 장수, 대기, 일한이에게도 고마움을.. 그리고 다른 많은 토 목과의 친구들(미안하다 이름을 적지 않아 서운해 하지 않기를, 서운한 사람 내가 밥 사줄께 찾아와라)에게도 아울러 고마움을 표합니다.

고맙다~ 초등학교 때부터 줄 곧 같이 지내온 10명 남짓의 동네 친구들, 또한 안 양고의 동기들도..^^

삶에 대해 서로의 생각을 나누면 위안이 되어 주었던 여러 친구들에게도 고마움 을 전합니다.

마지막으로 언제나 오빠를 찾아주는 동생 선영이와 저의 영원한 안식처이자 후원 자이신 부모님께 깊은 감사의 마음을 전합니다.

할아버지께 이 논문을 바치며....

- 2000년 1월 25일 -