

공학석사학위논문

진동 모드 형상을 이용하는 정규화된  
변수 추정기법에 의한 구조물의 손상 진단

Structural damage assessment from modal data using a system  
identification algorithm with a regularization technique

2000 년 2 월

서울대학교 대학원

토목공학과

강 주 성

## 초록

이 논문에서는 시스템 변수 추정법에 기초하여 동적 측정 데이터를 이용하는 손상 진단 기법을 제안하고, 기존에 제안되어 있던 *pseudo-static* 방법과 비교한다. 일반적인 비선형 역해석문제에서 발생하는 수치적 불안정성을 극복하기 위하여 정규화기법을 도입한다. 정규화함수로서 각 최적화 단계에서의 강성행렬 간의 차를 이용하는 *Frobenius norm* 과 초기 시스템 변수들과 각 최적화 단계에서의 시스템 변수들간의 차를 이용하는 *Tikhonov function* 을 사용한다. *Frobenius norm* 의 경우 *Variable Regularization Factor Scheme(VRFS)*, *Tikhonov function* 의 경우 *Geometric Mean Scheme(GMS)* 방법을 이용하여 정규화계수를 결정한다.

최적화 과정에서 시스템 변수에 대한 목적함수의 1,2 차 민감도가 필요한데, 1 차 민감도의 경우 질량 행렬에 대해 기준화된 모드 형상은 *modal method* 로 구한다. 그러나 실제 상황에서는 전 자유도에 대해 측정 자료를 얻을 수 없기 때문에 질량 행렬에 대해 기준화 할 수 없다. 따라서 임의의 행렬에 대해 기준화된 모드 형상에 대한 모드 형상의 민감도를 구하는 방법을 제안한다. 2 차 민감도는 1 차 민감도를 이용해 근사하는 *Gauss-Newton Hessian* 을 사용한다.

측정 데이터들의 빈약성과 측정 시에 발생할 수 있는 오차를 고려하여 보다 신뢰성 있는 추정결과를 얻기 위해 가설 검정법을 이용한 통계적기법을 사용한다.

2층 프레임의 수치 예제와 그리드 모델의 실험 예제를 통해서 기존의 *pseudo-static* 방법과 비교하고 모드 형상 비교법의 타당성과 효율성을 검증한다.

주요어

손상 진단, 수치적 불안정성, 정규화기법, VRFS, GMS, Frobenius norm, Tikhonov function, 모드 형상, 통계적기법, 민감도

**학번 : 98415-501**

## 목차

초록.....	i
목차.....	iii
그림목차.....	v
표목차.....	vii
1. 서론.....	1
2. 구조물 탐색.....	4
2.1 pseudo-static 방법의 목적함수.....	5
2.2 모드 형상 비교법의 목적함수.....	6
2.3 최적화(Optimization).....	7
2.4 민감도(Sensitivity).....	9
2.5 정규화 기법.....	14
3. 손상 탐지.....	18
3.1 측정 자료 교란반복 기법.....	18
3.2 손상도.....	19

4. 예제.....	22
4.1 수치 예제 (2 층 프레임 구조물).....	22
4.1.1 모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우.....	25
4.1.2 모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우.....	27
4.1.3 Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우.....	30
4.1.4 Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우.....	31
4.2 실험 예제 (그리드 모델).....	35
4.1.1 모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우.....	40
4.1.2 모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우.....	42
4.1.3 Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우.....	44
4.1.4 Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우.....	46
5. 결론.....	49
참고문헌.....	51
Abstract.....	55

## 그림목차

그림 1	손상 전후의 모드 형상.....	6
그림 2	단측 검정에 의한 손상진단.....	20
그림 3	2층 프레임 예제 구조물의 기하학적 형상과 경계조건.....	24
그림 4	유한요소 모델링.....	24
그림 5	모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과..	25
그림 6	모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도.....	26
그림 7	모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과..	27
그림 8	모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도.....	28
그림 9	오차의 크기에 따른 추정 결과.....	29
그림 10	Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과... 30	30
그림 11	Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도.....	31
그림 12	Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과... 32	32
그림 13	Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도.....	33
그림 14	그리드 모델 예제 구조물의 기하학적 형상과 경계조건.....	35

그림 15	그리드 모델의 단면 형상.....	36
그림 16	스프링 강성이 더해진 후의 처짐 형상.....	38
그림 17	측정 데이터와 model refinement 전후의 처짐 비교(1).....	39
그림 18	측정 데이터와 model refinement 전후의 처짐 비교(2).....	39
그림 19	모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과..	41
그림 20	모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도.....	42
그림 21	모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과..	43
그림 22	모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도.....	44
그림 23	Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과... 45	
그림 24	Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도..... 45	
그림 25	Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과... 46	
그림 26	Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도..... 47	

## 표목차

표 1	프레임 구조물에 대한 각 경우별 손상도.....	34
표 2	지점부에 더해준 회전 스프링의 강성에 따른 main girder 의 최대 처짐...	38
표 3	Model refinement 전후의 강성 변화.....	39
표 4	그리드 모델에 대한 각 경우별 손상도.....	48



## 1. 서론

구조물은 지진과 같은 과도한 하중을 받거나 시공 후에 오랜 시간이 흐르게 되면 내부에 손상이나 결함이 발생하게 된다. 하나 또는 여러 부재의 강성감소로 나타내어지는 구조물 손상은 고유 진동수나 모드 형상과 같은 동적 거동에 영향을 주게 된다. 이런 동적 거동으로부터 구조물의 손상위치나 손상정도를 추정하는 방법들이 많이 개발되어 왔다.

Adams[Adams, 1978]는 두개의 모드형상의 변화를 이용하여 손상의 위치를 결정하는 방법을 개발하였다. Lim 과 Kashangaki[Lim and Kashangaki, 1994]는 측정 모드 형상과 최적 모드형상 간의 Euclidian norm 을 이용하여 손상을 탐지하는 기법을 제안하였다. Kaouk 과 Zimmerman[Kaouk and Zimmerman, 1994]은 손상이 구조물강성의 국부적인 변화를 유발시킨다고 가정하여 구조물 손상의 위치와 정도를 결정하는 방법을 제안하였다. 이 방법에서 손상의 정도는 minimum rank updating theory 에 의해 결정된다.

이 외에도 많은 방법들이 제안되어 왔으나 대부분의 방법들이 전 자유도에 대해 측정된 모드 형상에 대해서만 손상진단을 할 수 있다는 단점이 있다. 그러나 기계, 비행기등과는 달리 실제 토목 구조물은 그 규모가 매우 크므로 전 자유도에 대해 측정 자료를 얻기란 거의 불가능하다. 따라서 전 자유도에 대해 측정된 모드 형상이 아니라 측정 자유도가 전체의 자유도에 비해 매우 작은 경우에 적합한 손상진단 알고리즘을 제안할 필요가 있다.

이 논문에서는 시스템 변수추정법에 기초하여 측정된 모드형상과 계산된 모드

형상간의 차를 최소화하는 최소자승법에 의해 시스템 변수를 추정한다. 구조물의 종류에 따라서 휨강성(EI) 및 축방향강성(EA) 또는 비틀림강성(GJ)을 시스템 변수로 사용한다. 비선형 최적화 문제를 풀기 위해서 recursive quadratic programming(RQP) 과 Fletcher's active set strategy[Banan and Hjelmstad, 1993]를 사용한다.

RQP 방법에서는 최적화 과정 중에 시스템 변수에 대한 모드형상의 민감도가 필요하다. 현재 제안된 모드형상의 민감도를 계산하는 방법에는 modal method[Fox and Kapoor, 1968;Thomas et al., 1988], modified modal method, Nelson's method[Nelson, 1976]등이 있다. 그러나 이런 방법들은 모두 모드 형상이 질량 행렬에 대해 기준화 되어 있는 경우에만 사용 가능하다. 모드 형상을 질량 행렬에 대해 기준화하기 위해서는 전 자유도에 대한 모드 형상이 필요한데 실제 상황에서는 모든 자유도에 대하여 모드 형상을 측정하기가 매우 힘들다. 따라서 기존에 제안되어 있는 모드 형상의 민감도를 구하는 방법을 사용할 수 없기 때문에, 질량 행렬이 아닌 임의의 행렬에 대하여 기준화 되어있는 모드 형상의 민감도를 구하는 방법을 제안한다.

일반적으로 시스템 변수 추정법은 비존재성, 비유일성, 해의 불연속성 등과 같은 수치적 불안정성이 심한 ill-posedness 문제이다. 이러한 ill-posedness 특성을 극복하기 위하여 Tikhonov[Groetsch, 1984;Bui, 1994]에 의해 제안된 정규화기법을 도입한다. 정규화 함수로는 초기 시스템 변수와 각 최적화 단계에서 추정된 시스템 변수와의 차의 제곱을 최소화하는 Tikhonov function, 초기 강성행렬과 각 최적화 단계에서 추정된 강성행렬의 차의 제곱을 최소화하는 Frobenius norm 을 사용하고 오차함수와 정규화함수의 비를 결정해주는 정규화계수로는 최근 제안된 Variable Regularized Factor Scheme(VRFS) [Lee et al., 1999], Geometric Mean Scheme(GMS)[Park et

al., 2000]을 사용한다.

시스템 변수 추정법에 의하여 추정된 각 시스템 변수들은 손상이 없는 상태의 기준값으로부터 상대적인 감소비를 통해 손상유무를 판단한다. 그러나 측정치에 오차가 포함되어 있는 경우에는 비록 정규화기법을 통해 안정적으로 추정되어 손상부재로 결정되었다 할지라도 이 손상이 실제 구조물에 손상이 발생해서 생긴 것인지 측정 자료에 포함되어 있는 오차에 의해서 잘못 추정된 것인지를 판단하기는 매우 어렵다. 실제상황에서는 측정 자료에 오차가 포함되는 것이 불가피하므로, 시스템 변수 추정법을 통해 추정된 결과를 그대로 구조물의 손상탐지에 사용할 수가 없다. 이를 해결하기 위해 Hjelmstad 와 Shin[Hjelmstad and Shin, 1997]에 의해서 제안된 측정데이터 교란 반복 기법과 Yeo[Yeo, 1999]에 의해 제안된 가설 검정법을 통한 통계적 접근 방법을 사용한다.

2층 프레임 구조물의 수치 예제와 그리드 모델의 실험 예제에 대해 기존에 제안되었던 pseudo-static 방법과 이 논문에서 제안된 모드 형상 비교법을 각각 적용하여 비교한다.

## 2. 구조물 탐색

이 장에서는 구조물의 동적응답으로부터 미지의 구조물의 물성치를 추정해내는 시스템 변수 추정법을 제안하고 수치적 불안정성을 극복하기 위하여 정규화 기법을 도입한다. 시스템 변수로는 구조물의 종류에 따라 축강성(EA), 휨강성(EI), 비틀림강성(GJ) 등을 사용한다. 최적화를 수행하는 과정에서 목적함수의 민감도가 필요한데, pseudo-static 에서 1 차 민감도는 pseudo equilibrium 을 직접 미분하여 구하고, 모드 형상 비교법에서 모드 형상의 1 차 민감도는 모드 형상이 질량 행렬에 대해 기준화 되어 있는 경우에는 modal method 를 이용하여 계산하며, 일반적인 행렬에 대해 기준화 되어 있는 경우에는 modal method 와 직접 미분법에 의해 구한다. 목적함수의 헤시안은 시스템 변수에 대한 1 차 민감도의 곱으로 근사하는 Gauss-Newton 헤시안을 사용한다.

OEE 를 이용한 시스템 변수 추정법은 측정치에 오차가 포함되어 있는 경우 해가 하나만 존재하는 것이 아니라 동일한 응답을 만들어낼 수 있는 해의 조합은 무수히 많이 존재하게 된다. 또한 수없이 많은 해가 연속적으로 분포하고 있기 때문에 최적화 과정에서 수렴성이 느려지거나 발산하는 등의 문제를 야기할 수 있다. 즉, OEE 를 이용한 시스템 변수 추정법은 이런 수치적 불안정성이 발생할 수 있는 ill-posedness 성질을 가지는 비선형 역해석 문제이다[Bui, 1994]. 많은 연구에서 이러한 불안정성을 해결하기 위한 노력이 수행되어 왔는데 그 중 가장 대표적인 방법이 시스템 변수의 상한, 하한 구속조건을 설정하는 것이었다. 그러나 Neuman[Neuman, 1979]과 Hjelmstad[Hjelmstad, 1996]는 그것만으로는 의미 있는 결과

를 얻어내기에 충분하지 않다는 것을 보였다. 이 논문에서는 수치적 불안정성을 극복하고 안정적으로 시스템변수를 추정하기 위하여 정규화기법을 도입한다.

## 2.1 pseudo-static 방법의 목적함수

일반적인 eigenvalue problem 의 지배 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\phi} = \lambda\mathbf{M}\boldsymbol{\phi} \quad (1)$$

여기서,  $\mathbf{K}$ ,  $\boldsymbol{\phi}$ ,  $\lambda$ ,  $\mathbf{M}$  는 각각 구조물의 강성도 행렬, 모드 형상, eigen value, 질량 행렬을 나타낸다. 식(1)으로부터 우변의 질량 행렬을 측정 자유도와 미측정 자유도로 분리하여 미측정 자유도 부분을 좌변으로 이항하면 다음과 같이 정리된다.

$$[\mathbf{K}(x) - \lambda_i[\hat{\mathbf{O}} \bar{\mathbf{M}}]]\boldsymbol{\phi}_i = \lambda_i[\hat{\mathbf{M}} \bar{\mathbf{O}}] \quad (2)$$

여기서  $\hat{\mathbf{O}}$ ,  $\bar{\mathbf{O}}$ ,  $\hat{\mathbf{M}}$ ,  $\bar{\mathbf{M}}$  는 각각 측정 자유도에 해당하는 요소의 값이 0 인 영 행렬, 미측정 자유도에 해당하는 영 행렬, 측정 자유도에 해당하는 질량 행렬, 미측정 자유도에 해당하는 질량 행렬이고, 아래 첨자  $i$  는 모드 차수를 나타낸다.

$\mathbf{K}_i^*(x) = [\mathbf{K}(x) - \lambda_i[\hat{\mathbf{O}} \bar{\mathbf{M}}]]$ ,  $\mathbf{f}_i^* = \lambda_i[\hat{\mathbf{M}} \bar{\mathbf{O}}]$  로 치환하면 다음 식 (3)과 같다.

$$\mathbf{K}_i^*(x)\boldsymbol{\phi}_i = \mathbf{f}_i^* \quad i=1, \dots, nmd \quad (3)$$

여기서 아래 첨자  $i$  는 모드의 차수를 의미하고,  $nmd$  는 전체 측정 모드 개수를 나타낸다. Pseudo-static 방법은 위 식 (3)과 같이 표현되는 pseudo equilibrium 을 이용하여 output error 를 다음과 같이 정의하는 방법이다.

$$\mathbf{e}_i(x) = \mathbf{Q}\mathbf{K}_i^{*-1}(x)\mathbf{f}_i^* - \hat{\phi}_i \quad i=1, \dots, nmd \quad (4)$$

여기서,  $\mathbf{e}$  는 pseudo equilibrium 으로부터 구성된 output error vector 이고,  $\mathbf{Q}$  는 측정 자유도에 해당하는 부분만 1 이고 나머지 부분은 0 인 Boolean 행렬이다. 이 output error vector 를 최소 자승법에 기초하여 다음과 같이 목적함수로 사용하는 방법이 pseudo-static 방법이다.

$$\Pi_E(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_i \mathbf{e}_i^2 \quad (5)$$

여기서  $\alpha_i$  는  $i$  차 모드의 가중치를 나타낸다.

## 2.2 모드 형상 비교법의 목적함수

구조물에 하나 또는 여러 개의 부재에 손상이 발생하게 되면 그림 1 과 같이 손상

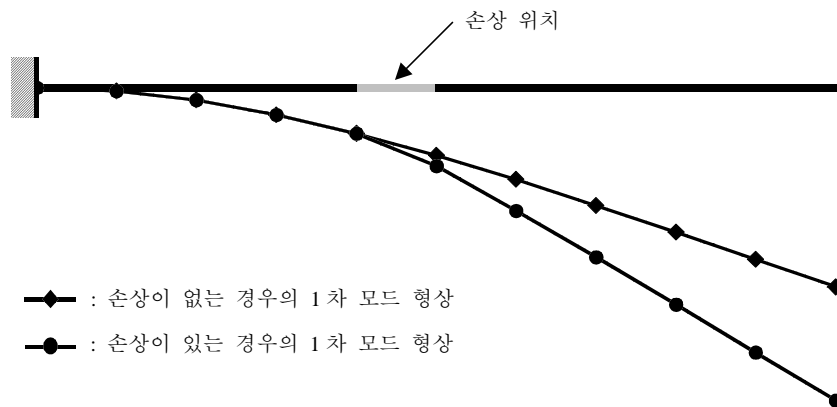


그림 1. 손상 전후의 모드 형상

을 받기 전과 손상을 받은 후의 모드 형상에 변화가 생기게 된다. 이러한 모드 형상의 차이를 이용해 시스템 변수들을 output error estimator(OEE)로 추정할 수 있다.

OEE 는 기지의 정보로서 고유진동수, 모드 형상 등의 동적 측정 데이터를 사용하게 되고 이러한 데이터들은 많은 동적 실험 방법들에 의해 구해진다. 이 논문에서는 동적 측정 데이터를 이용한 시스템 변수 추정을 하기 위해 모드 형상 비교법의 목적함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\Pi_E(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_i \|\phi_i - \hat{\phi}_i\|^2 \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{x}$ ,  $\phi_i$ ,  $\hat{\phi}_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $nmd$  는 각각 시스템 변수 벡터, eigenvalue problem 으로부터 계산된  $i$  차 모드 형상, 측정된  $i$  차 모드 형상,  $i$  차 모드의 가중치, 측정된 모드의 개수이다.

### 2.3 최적화(Optimization)

미지의 시스템 변수들은 (6)식과 같이 정의된 목적함수를 최소화하는 값들로 구해진다. 역해석 과정에서 최적화하려고 하는 식 (6)은 시스템 변수들에 대한 비선형 함수(nonlinear function)이고 , 최적화 과정을 통해 구해진 시스템 변수들이 실제 물리적으로 의미가 있는 범위의 값을 가지기 위해서는 시스템 변수들에 적절한 구속조건을 가해야 한다. 따라서 식(6)을 최적화 한다는 것은 다음 (7)식과 같은 구속조건이 있는 비선형 최적화 문제(constrained nonlinear optimization problem)를 푸는 과정이 된다.

$$\underset{\mathbf{x}}{\text{Minimize}} \quad \Pi_E(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_i \|\phi_i - \hat{\phi}_i\|^2 \quad \text{subject to} \quad \mathbf{R}(\mathbf{X}) \leq 0 \quad (7)$$

여기서,  $\phi$  는 pseudo-static 방법의 경우 pseudo equilibrium 에서 구해진  $\mathbf{QK}_i^{*-1}(x)\mathbf{f}_i^*$  를 나타내고 모드 형상 비교법의 경우에는 eigenvalue problem 으로부터 구해진 모드 형상을 나타내며,  $\mathbf{R}(\mathbf{X})$  는 시스템 변수들에 대한 구속조건을 나타낸다. 식 (7)은 목적함수와 구속조건이 모두 시스템 변수에 대한 비선형 방정식의 형태이므로, 최적화 문제를 그냥 풀기는 매우 힘들다. 따라서, 이 논문에서는 비선형 구속조건을 선형 구속조건으로 다음과 같이 근사하여 선형화 된 구속조건에 대해 주어진 목적함수를 최소화 하는 문제를 반복적으로 풀어서 시스템 변수를 추정한다.

$$\underset{\mathbf{d}^m}{\text{Minimize}} \quad \nabla_{\mathbf{x}} \Pi^{m-1} \mathbf{d}^m + \mathbf{d}^m \mathbf{H}^{m-1} \mathbf{d}^m \quad (8)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{R}^{m-1} + \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{R}^{m-1} \mathbf{d}^m = 0$$

여기서, 위 첨자  $m$  은 최적화 단계에서 반복 횟수이고,  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{d}$ ,  $\nabla_{\mathbf{x}}$ ,  $\mathbf{R}$  는 각각 시스템 변수에 대한 헤시안, 방향 벡터로  $\mathbf{d}^m = \mathbf{X}^m - \mathbf{X}^{m-1}$ , 시스템 변수  $\mathbf{x}$  에 대한 미분 연산자, 구속조건을 나타낸다. 식 (8)에 포함되는 구속조건에 관한 부분은 유효한 구속조건만을 의미하며, 유효한 구속조건을 판단하기 위해 Fletcher's active set strategy [Bannan and Hjemstad, 1993]를 이용한다. 식 (8)이 최소값을 갖게 하는 시스템 변수  $\mathbf{x}$  는 다음과 같은 라그랑지 1 차 필요조건을 만족시켜야 한다.

$$\mathbf{H}^{m-1} \mathbf{d}^m + \Lambda^m \nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{R}^{m-1} = -\nabla_{\mathbf{x}} \Pi^{m-1} \quad (9)$$

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathbf{R}^{m-1} \mathbf{d}^m = -\mathbf{R}^{m-1}$$

여기서,  $\Lambda$  는 라그랑지 계수이다. 목적함수의 시스템 변수에 대한 1 차 민감도는



pseudo-static 방법에서는 pseudo equilibrium 을 직접 미분하여 구하고, 모드 형상 비교법에서는 모드 형상이 질량 행렬에 대해 기준화 되어 있는 경우에는 기존에 제안 되어 있던 방법인 modal method 를 사용하고, 임의의 행렬에 대해 기준화 되어 있는 경우에는 질량 행렬에 대해 기준화 되어 있는 모드 형상으로부터 직접 미분에 의해 계산하였다. 목적함수의 시스템 변수에 대한 2차 민감도는 다음 식과 같이 표현된다.

$$\mathbf{H} = \nabla^2_x \Pi = \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{x}^2} (\phi - \hat{\phi}) \approx \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} \quad (10)$$

식 (10)에서 헤시안의 두번째 항은 정해에 가까워 질수록 첫번째 항에 비해 그 영향이 무시할 수 있을 정도로 작아지므로 1차 민감도의 곱으로 표시되는 Gauss-Newton 헤시안으로 근사한다.

최적화 과정은 목적함수의 gradient 와 Hessian 을 이용하여 목적함수를 감소시키는 시스템 변수의 탐색 방향을 결정하는 과정과 결정된 탐색 방향에 대해서 목적함수를 최소화 시키는 line search 과정으로 나누어진다. 다음과 같은 1차원 line search 과정을 golden search method 를 이용해 step length  $\beta^m$  을 결정한다.

$$\underset{\beta}{\text{Minimize}} \Pi(\mathbf{X}^{m-1} + \beta^m \mathbf{d}^m) \quad 0 \leq \beta \leq 1 \quad (11)$$

여기서,  $\beta$  는 line search 의 step length 이고,  $\mathbf{X}^m$  은 m 번째 반복 단계에서의 시스템 변수,  $\mathbf{d}^m$  은 m 번째 반복 단계에서의 탐색 방향을 나타낸다.

## 2.4 민감도(Sensitivity)

RQP 과정에서 시스템 변수들에 대한 오차함수의 민감도가 필요한데 오차함수의

민감도는 식(12)와 같다.

$$\Pi_{E,x} = \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_i \|\phi_i - \hat{\phi}_i\| \cdot \phi_{i,x} \quad (12)$$

여기서, 첨자  $(\cdot)_{,x}$  는 시스템 변수  $x$  에 대한 편미분을 나타낸다.

Pseudo-static 의 경우에는 식(3)과 같은 pseudo equilibrium 을 양변 미분하여 정리하면 다음과 같이 쉽게 1 차 민감도를 구할 수 있다.

$$\phi_{,x} = -\mathbf{K}^{*-1} (\mathbf{K}_{,x}^* \phi) \quad (12)$$

모드형상이 질량행렬에 대해 기준화 되어있는 경우에 민감도를 계산하는 방법에는 modal method[Fox and Kapoor, 1968;Thomas et al., 1988], modified modal method, Nelson's method [Nelson, 1976] 등 몇 가지 방법들이 있다. 모드형상이 질량행렬에 대해 기준화 되어있는 경우에 모드형상에 대한 민감도는 식 (13)과 같은 eigenvalue problem 의 지배 방정식으로부터 구해진다.

$$(\mathbf{K}\phi - \lambda\mathbf{M}\phi) = \mathbf{0} \quad (13)$$

여기서,  $\mathbf{K}, \mathbf{M}, \lambda, \phi$  는 각각 구조물의 강성도 행렬, 질량 행렬, eigen value, 모드 형상이다. 먼저, 식 (13)을 양변 미분하면 다음과 같다.

$$\mathbf{K}'\phi + \mathbf{K}\phi' - \lambda'\mathbf{M}\phi - \lambda\mathbf{M}\phi' = \mathbf{0} \quad (14)$$

Modal method 에서는 모드형상의 민감도를 다음과 같이 모드형상의 선형조합으로 가정한다.

$$\phi_j' = \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_{ji} \phi_i \quad (15)$$

(14)식에  $\phi_k^T$ 를 곱해서, 식 (15)를 대입하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_k^T \mathbf{K}' \phi_j + \phi_k^T \lambda' \mathbf{M} \phi_j + \phi_k^T \left\{ \mathbf{K} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_{ji} \phi_i - \lambda \mathbf{M} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_{ji} \phi_i \right\} = 0 \quad (16)$$

여기서,  $\phi_k^T \mathbf{K} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_{ji} \phi_i$ ,  $\phi_k^T \lambda \mathbf{M} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_{ji} \phi_i$ 는 다음과 같다.

$$\phi_k^T \mathbf{K} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_{ji} \phi_i = \alpha_{jk} \phi_k^T \mathbf{K} \phi_k = \alpha_{jk} \phi_k^T \lambda_k \mathbf{M} \phi_k = \alpha_{jk} \lambda_k \phi_k^T \mathbf{M} \phi_k \quad (17-a)$$

$$\phi_k^T \lambda \mathbf{M} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_{ji} \phi_i = \alpha_{jk} \lambda_j \phi_k^T \mathbf{M} \phi_k \quad (17-b)$$

질량 행렬에 대해 기준화 되어 있는 모드 형상이므로  $\phi_k^T \mathbf{M} \phi_k = 1$ 이고, (17-a), (17-b)

식을 식(16)에 대입하여 정리하면,

$$\phi_k^T \mathbf{K}' \phi_j + \phi_k^T \lambda' \mathbf{M} \phi_j + \alpha_{jk} (\lambda_k - \lambda_j) = 0 \quad (18)$$

$j \neq k$ 일때 위 식 (18)의 두번째 항은 모드 형상의 질량 행렬에 대한 직교성에 의해 소거되므로  $\alpha_{jk}$ 는 다음과 같다.

$$\alpha_{jk} = \sum_{j=1}^{nmd} \frac{\phi_k^T \mathbf{K}' \phi_j}{(\lambda_k - \lambda_j)} \quad (j \neq k) \quad (19)$$

$j=k$ 인 경우에는 식(19)의 분모 부분이 0이 되므로  $\alpha_{jj}$ 는 다른 방법으로 구해야 한다. Modal method에서는 모드 형상이 질량 행렬에 대해 기준화 되어 있으므로

다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\boldsymbol{\phi}_j \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_j = 1 \quad (20)$$

위 식 (20)을 양변 미분하고 식 (15)를 대입하면 다음과 같다.

$$2\boldsymbol{\phi}_j \mathbf{M} \sum_{i=1}^{nmd} \alpha_{ji} \boldsymbol{\phi}_i + \boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{M}' \boldsymbol{\phi}_j = 0 \quad (21)$$

식 (21)은 모드 형상의 질량 행렬에 대한 직교성에 의해 다음 식 (22)와 같이 정리된다.

$$2\alpha_{jj} + \boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{M}' \boldsymbol{\phi}_j = 0 \quad (22)$$

따라서 구하고자 하는  $\alpha_{jj}$ 는 다음과 같다.

$$\alpha_{jj} = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\phi}_j^T \mathbf{M}' \boldsymbol{\phi}_j \quad (23)$$

질량 행렬은 시스템 변수에 대해 변하지 않는다고 가정하면  $\alpha_{jj} = 0$ 이 된다. 따라서 식 (15)로부터 모드형상의 민감도는 다음과 같이 계산된다.

$$\boldsymbol{\phi}_{j,x} = -\sum_{i \neq j}^{nmd} \frac{\boldsymbol{\phi}_i^T \mathbf{K}_{,x} \boldsymbol{\phi}_j}{(\lambda_i - \lambda_j)} \boldsymbol{\phi}_i \quad (i \neq j) \quad (24)$$

여기서,  $\mathbf{K}_{,x}$ 는 강성도 행렬의 민감도이다.

진 자유도에 대해서 측정 모드 형상이 구해져 있지 않은 경우에는 질량 행렬에 대해 기준화할 수가 없다. 그러나 모드 형상은 정적 변위처럼 시스템에 따른 고유의 값이 아니라 비값으로 결정된다. 따라서, 앞의 식(6)에서 제시한 목적함수에서

볼 수 있듯이, 각 최적화 단계에서 계산되는 계산 모드 형상과 이미 기지의 값으로 결정되어 있는 측정 모드 형상을 동일한 기준에 의해 기준화 하지 않으면 두 값을 직접 비교할 수 없다. 계산 모드 형상은 **eigenvalue problem** 을 통해 구해진 모드 형상이므로 전 자유도에 대해서 나타나고 질량 행렬에 대해 기준화 하는 것이 가능하다. 그러나 실제 상황에서 측정 모드 형상은 여러 가지 제약 때문에 전 자유도에 대해 측정할 수가 없다. 그러므로 질량행렬에 대하여 기준화 되어있지 않은 일반적인 모드 형상에 대한 민감도를 계산할 필요가 있다.

만약  $\hat{\phi}$  가 임의의 행렬  $\mathbf{C}$  에 대하여 기준화 되어 있는 모드 형상이라고 하면, 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{\phi}_i = \frac{\phi_i}{\sqrt{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i}} \quad (25)$$

여기서,  $\hat{\phi}$  는 임의의 행렬  $\mathbf{C}$  에 대해서 기준화 되어 있는 모드 형상이고,  $\phi$  는 질량 행렬에 대해 기준화 되어 있는 모드 형상이다. 모드 형상  $\hat{\phi}$  의 민감도  $\hat{\phi}_{i,x}$  는 다음과 같이 식 (25)를 직접 미분 하여 구할 수 있다.

$$\hat{\phi}_{i,x} = \frac{1}{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i} \left( \phi_{i,x} \sqrt{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i} - \phi_i \frac{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_{i,x}}{\sqrt{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i}} \right) \quad (26)$$

식 (26)에서  $\sqrt{\phi_i^T \mathbf{C} \phi_i}$  를  $m_c$  로 치환하면 다음과 같이 정리된다.

$$\hat{\phi}_{i,x} = \frac{1}{m_c} \phi_{i,x} - \frac{1}{m_c^3} (\phi_i^T \mathbf{C} \phi_{i,x}) \phi_i \quad (27)$$

## 2.5. 정규화 기법

정규화기법은 지금까지 여러 가지 다양한 역해석 문제[Becks and Murio, 1984; Lee et al., 1999; Neuman and Yakowitz, 1979; Schnur and Zabaraz, 1990]에서 성공적으로 사용되어 왔다. 각각의 역해석 문제마다 그 문제의 특성에 맞는 다양한 종류의 정규화 함수가 사용되었는데 이 논문에서는 Frobenius norm 과 Tikhonov function 두 가지의 정규화 함수를 사용한다.

Frobenius norm 은 구조물의 초기 강성도 행렬과 각 최적화 단계에서 추정된 시스템 변수 값들로 이루어진 강성도 행렬과의 차의 제곱의 합으로 정의된다.

$$\Pi_R = \frac{\beta}{2} \|\mathbf{K}(\mathbf{x}) - \mathbf{K}(\mathbf{x}_0)\|_F^2 \quad (28)$$

여기서  $\beta, \mathbf{K}, \mathbf{x}, \mathbf{x}_0, \|\cdot\|_F$  는 각각 정규화 계수, 구조물의 강성도 행렬, 각 최적화 단계에서의 구조물의 시스템 변수 값, 구조물의 기준값으로 정의되는 초기 시스템 변수 값, 그리고 행렬의 Frobenius norm 이다.

Tikhonov function 은 구조물의 초기 시스템 변수 값과 각 최적화 단계에서 추정된 시스템 변수 값들과의 차의 제곱의 합으로 정의된다.

$$\Pi_R = \frac{\beta}{2} \|\mathbf{X} - \mathbf{X}_0\|_T^2 \quad (29)$$

여기서  $\beta, \mathbf{X}, \mathbf{X}_0, \|\cdot\|_T$  는 각각 정규화 계수와 각 최적화 단계에서의 구조물의 시스템 변수 값, 구조물의 기준값으로 표현되는 초기 시스템 변수 값, 그리고 행렬의 Tikhonov function 이다.

정규화 기법을 이용한 시스템 변수 추정 문제의 목적함수는 다음과 같이 오차

함수에 정규화 함수를 더한 꼴로 정리된다.

$$\Pi = \Pi_E + \Pi_R \quad (30)$$

여기서  $\Pi_E, \Pi_R$  은 각각 오차 함수와 정규화 함수를 의미한다. 위 식(30)과 같이 나타내어진 error estimator 를 regularized output error estimator (ROEE)라고 정의한다. 정규화함수가 OEE 의 수치적 불안정성을 극복할 수 있도록 하는 최소의 값을 가진다면 시스템 변수 추정 문제에서 해의 안정적인 추정을 보장할 수 있다. 또 이로 인해 ROEE 에 의해 추정된 시스템 변수들은 기준값 부근에 분포하여 통계적으로 의미를 지닌 정규분포를 이루게 된다.

시스템 변수 추정에 있어서 정규화 함수가 최적화 과정에 미치는 영향은 정규화 계수에 의해 결정된다. 정규화계수가 너무 작으면 정규화 효과가 작아져서 본래의 불안정성을 극복할 수 없게 되고, 반대로 정규화계수가 너무 크게 되면 최적화 과정에서 오차함수보다 정규화함수가 지배적인 영향을 끼치게 되어 해를 제대로 추정해 낼 수 없게 된다. 따라서 적절한 크기의 정규화계수를 결정하는 것이 매우 중요하다.

선형 역해석 문제에서 최적의 정규화계수를 결정하는 방법은 몇 가지 제안되어 있다. L-curve method [Hansen, 1992], the generalized cross validation method [Golub et al, 1978], the Bayesian theory 에 기초한 통계적 접근법[Maniatty, 1994] 등이 그 예이다. 그러나 이런 방법들은 선형 역해석 문제에서는 그 효과가 충분히 밝혀져 있으나 비선형 역해석 문제에 대해서는 아직 명확히 밝혀진 바가 없다. 따라서 이 논문에서는 최근에 제안된 variable regularization factor scheme(VRFS)[Lee et al., 1999]방법과 geometric mean scheme (GMS)[Park et al., 2000] 방법에 의해 정규화계수를 결정한다.

이해성에 의해 제안된 VRFS 방법은 주어진 오차함수가 끼치는 영향이 정규화 함수에 의한 영향보다 크도록 하기 위해서 정규화 함수 값이 오차함수보다 항상 작은 값을 유지하도록 정규화 계수에 미리 정해놓은 감소 계수를 곱하여 정규화 기법의 효과를 극대화 하는 방법이다.

$$\sum_{i=1}^{nmd} \|\phi_i(\mathbf{x}^k) - \hat{\phi}_i\|^2 \geq \beta^k \|\mathbf{K}(\mathbf{x}^k) - \mathbf{K}(\mathbf{x}_0)\|_F^2 \quad (31)$$

여기서, 위 첨자  $k$  는 최적화 단계에서 반복계산 횟수를 나타낸다. 만약  $k$  번째 반복계산 과정에서 정규화함수가 오차 함수보다 커지게 되면 미리 0 과 1 사이의 값으로 미리 결정되어 있는 감소계수  $\gamma$  를 곱해서 항상 정규화 함수가 오차 함수보다 작게 되도록 정규화계수를 조절한다.

$$\beta^{k+1} = \gamma\beta^k \quad (32)$$

$\gamma$ 는 감소계수로서 이 논문에서는 0.1 을 사용하였다.

박현우에 의해 제안된 GMS 방법은 hessian 행렬의 singular value decomposition 을 통해 가장 큰 singular value 와 0 이 아닌 가장 작은 singular value 의 기하평균으로 정규화 계수를 결정하는 방법이다.

$$\beta = \sqrt{S_{\max} \cdot S_{\min}} \quad (33)$$

여기서,  $\beta$  는 정규화 계수이고,  $S_{\max}$  는 가장 큰 singular value 의 값이고,  $S_{\min}$  은 0 이 아닌 가장 작은 singular value 의 값이다.

ROEE 의 사용으로 인하여 OEE 가 가지는 고유한 성질인 수치적 불안정성을 극복하고 안정적인 추정을 가능하게 하였다. 따라서 상한치의 구속을 통해 수렴성을



보장할 필요가 없게 되었고, 단지 시스템 변수의 하한치만을 구속조건으로 사용하여 시스템 변수 추정을 하였다. 만약 시스템 변수의 값이 너무 작아지게 되면 강성행렬이 *singular* 해져서 해석이 불가능 하기 때문에 시스템 변수의 하한치의 구속은 불가피하다.

### 3. 손상 탐지

#### 3.1 측정 자료 교란반복 기법

만약 충분히 많은 측정을 할 수만 있다면 측정오차는 서로서로 상쇄되어 평균적인 의미에서 측정오차의 영향을 줄일 수 있다. 그러나 실제 상황에서는 오차가 포함된 한정된 수의 측정 자료만을 알 수 있으므로 측정 오차에 대한 고려가 필요하다. 비록 정규화 기법에 의해 수치적 불안정성을 극복하여 안정적으로 추정된다 할 지라도 그 추정결과를 직접 구조물의 손상진단에 사용할 수는 없다. 시스템 변수는 실제 구조물의 손상에 의해서도 변화하지만 측정 오차와 측정 자유도의 희소성에 의해서도 그 값이 변하기 때문이다. 따라서, 추정결과가 구조물의 손상과 측정오차, 둘 중 어느것에 의한 것인지 판단하기 전에는 시스템 변수 추정의 결과를 구조물의 손상진단에 적용할 수 없다.

이런 점들을 해결하기 위해 수치적 테스트의 목적으로 측정자료 교란 반복기법이 Hjelmstad 와 Shin [Hjelmstad and Shin, 1997]에 의해서 제안되었다. 측정자료 교란 반복기법에서는 주어진 측정자료를 오차를 고려하기 위해 교란을 하여 새로운 데이터 자료를 만들고 그 자료를 이용하여 시스템 변수 추정을 한다. 그 결과로 추정되어 나온 시스템 변수들의 값은 통계적으로 의미가 있는 정규분포를 이루게 된다. 측정 자료 교란 반복은 다음과 같이 수행된다.

$$(\hat{\phi}_j)_i^k = (\hat{\phi}_j)_i (1 + \eta_j^k) \quad (34)$$

여기서,  $(\hat{\phi}_j)_i^k$ ,  $(\hat{\phi}_j)_i$ ,  $\eta_j^k$  는 각각  $i$ 번째 모드 형상에 대한  $j$ 번째 자유도의  $k$ 번

째 교란 측정 모드 형상,  $i$  번째 모드 형상에 대한  $j$  번째 자유도의 측정 모드 형상,  $j$  번째 자유도의  $k$  번째 교란에 대한 난수이다. 난수  $\eta_j^k$  는 최대 진폭  $\pm \mathfrak{S}_{\max}$  내의 임의의 값으로 결정된다. 최대 진폭  $\mathfrak{S}_{\max}$  는 Hjelmstad 와 Shin[Hjelmstad and Shin, 1997]에 의해 다음과 같이 제안되었다.

$$\mathfrak{S}_{\max} = \frac{1}{nmd} \sum_{i=1}^{nmd} \frac{\|\phi_i(\mathbf{x}_s) - \hat{\phi}_i\|^2}{\|\phi_i\|^2} \quad (35)$$

여기서,  $\mathbf{x}_s$  는 측정 자료에 교란을 하지 않았을 때 목적함수를 최소화 하는 시스템 변수 값들이다. 위 식(35)에 의하면 측정 자료에 오차가 작게 포함되면 될수록 측정 자료의 교란 진폭도 작아지게 되어 보다 신뢰성 있는 추정이 가능하다.

### 3.2 손상도

시스템 변수는  $m$  번의 Monte Carlo simulation 과  $n$  번의 측정자료 교란반복기법을 통해 만들어진 측정자료로부터 정규화된 시스템 변수 추정법을 통해 추정된다. 그런 과정을 거친 후 구해진 시스템 변수 값들은 통계적으로 의미가 있는 정규분포를 따르게 된다. 가설 검정법에 의해 그림 2 에서처럼 단측 검정으로 신뢰구간 한계값  $c$  보다 추정된 값이 더 많이 감소한 경우 손상부재로 정의한다. 한계값  $c$  는 다음과 같이 구해진다.

$$c = x_0 + z_\alpha \sigma \quad (35)$$

여기서,  $x_0$ ,  $\sigma$ ,  $z_\alpha$  는 각각 시스템 변수들의 기준값, 교란 자료들로부터 추정된

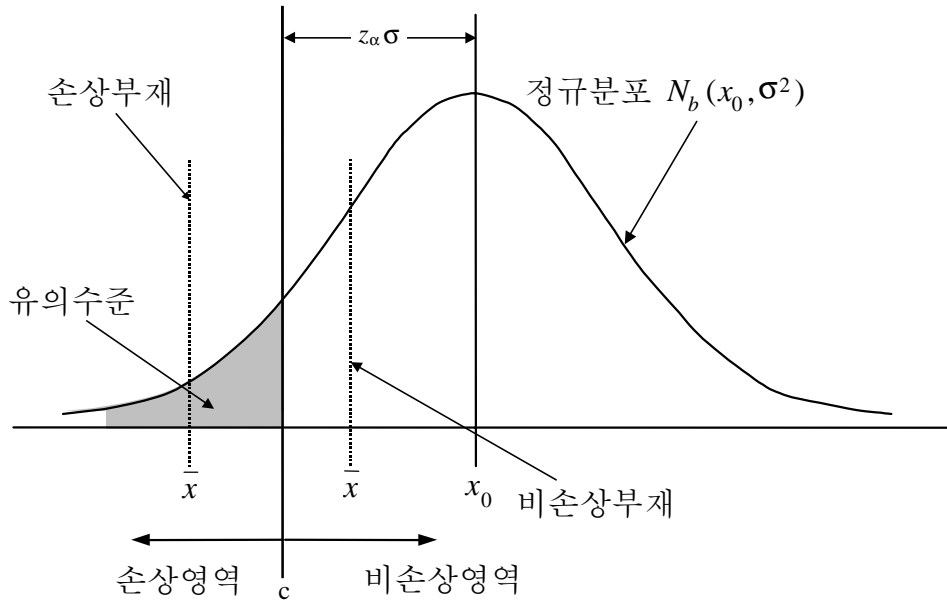


그림 2. 단측 검정에 의한 손상진단

시스템 변수들의 표준편차, 신뢰도에 따른 신뢰구간의 폭을 의미한다. 이로부터 가설 검정법에 의해 손상 유무를 판단하는 손상지수를 정의한다.

$$I_D = \begin{cases} 0 & \text{If } \bar{x} \geq c \\ 1 & \text{If } \bar{x} < c \end{cases} \quad (36)$$

여기서,  $I_D$  는 손상지수이고,  $\bar{x}$  는 교란자료로부터 추정된 시스템 변수들의 평균값이다.  $I_D$  가 1 인 경우는 그 부재가 손상 부재로 판명이 된 경우이며, 0 인 경우는 손상을 받지 않은 부재로 판명이 난 경우이다.

위와 같이 통계적인 분석을 통해 손상지수를 정의하고 이로부터 다음과 같이 손상도를 정의한다[Yeo, 1999].

$$S_D = I_D \frac{\mathbf{X}_0 - \bar{\mathbf{X}}}{\mathbf{X}_0} \times 100(\%) \quad (37)$$

여기서,  $\mathbf{X}_0$ ,  $\bar{\mathbf{X}}$ ,  $I_D$  는 각각 시스템 변수의 기준값과 추정된 시스템 변수값, 그리고 손상지수를 의미한다.

## 4. 예제

이 논문에서 제안된 동적 측정 자료를 이용하는 시스템 변수 추정 기법을 검증하고, 기존에 제안되어 있던 방법인 pseudo-static 방법과 비교하기 위해 2층 프레임 구조물과 그리드 모델의 두가지 예제를 수행해 보았다.

프레임 구조물의 예제는 수치 모사 예제로서 지점부에 손상을 받아 지점의 회전 강성을 손실하였다고 가정하여 수치적으로 측정 데이터를 만들었고 5% 오차를 주어 측정 오차를 반영하였다. Grid model 은 부재의 처짐, 처짐각, 비틀각을 자유도로 가지는 구조물로서 두개의 main girder 사이에 여섯개의 cross beam 이 연결되어 있는 모형 구조물을 실제 실험을 통해서 여섯개 모드에 대한 진동수와 모드 형상을 구했고, 이 실험 데이터를 이용하여 손상을 진단하여 보았다. 각 예제마다 모드 형상 비교법과 pseudo-static 방법에 대해 각각 Frobenius 정규화 함수와 Tikhonov 정규화 함수를 사용하였다. 정규화 계수는 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우는 VRFS 방법을, Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우는 GMS 방법을 이용하였다.

### 4.1 수치 예제(2층 프레임 구조물)

그림 3 과 같은 2층 프레임 구조물의 수치적인 예제를 수행해보았다. 축방향 변형은 고려하지 않았고 휨방향 강성 EI 만을 시스템 변수로 보았다.

그림 3 은 예제 구조물의 기하학적 형상과 경계조건을 나타내고 있다. 주어진 예제 구조물의 정해석 및 역해석을 위해 구성한 구조물의 유한요소 모델은 그림 4 와 같이 각 부재 사이에 하나씩의 절점을 추가해서 이산화 하여 19 개의 절점과

20 개의 부재로 구성하였다. 구조물의 각 부재는 강재로 이루어져 있다고 보고 탄성계수는 일반적인 강재의 값인 206 Gpa 로 균일하게 적용하였다. 단면은 모든 부재가 0.02 m × 0.02 m 의 정사각형 단면이고 중립축에 대한 단면 2 차 모멘트는  $1.33 \times 10^{-8} \text{ m}^4$  이다. 구조물에 가해진 수치적인 손상은 지진과 같은 어떤 과도한 하중에 의하여 11 번 지점에 소성 힌지 상태가 발생하여 그 지점의 회전 강성을 완전히 손실한 경우로 가정하여 모델링하였다. 측정오차를 고려하기 위하여 5% 오차의 Monte Carlo simulation 을 수행하였다. 각 부재의 시스템 변수 기준값 EI 는  $2746.67 \text{ N}\cdot\text{m}^2$  이고 이 값은 역해석 과정에서 시스템 변수들의 초기값으로 사용되었다. 3,5,13,15 번 절점의 수평, 수직, 회전 자유도에 해당하는 전체 48 개 자유도 중에서 12 개 자유도의 모드 형상을 측정 자유도로 사용하였다. 모드의 개수는 1,2,3 차 3 개 모드만을 사용하였다.

목적함수의 변화율 또는 시스템 변수에 대한 방향 벡터의 값이 충분히 작아지면 수렴한 것으로 판단하여 최적화 과정을 종료하였다.

$$\frac{\Delta\Pi}{\Pi} \text{ or } \frac{\|\mathbf{d}\|}{\|\mathbf{X}\|} \leq \varepsilon \quad (38)$$

여기서,  $\Pi$  는 목적함수,  $\mathbf{d}$  는 방향 벡터,  $\mathbf{X}$  는 시스템 변수,  $\varepsilon$  는 수렴 여부의 판단을 위한 상수이다. 이 2 층 프레임 예제에서는  $\varepsilon = 10^{-3}$  을 사용하였고, 신뢰도 90%로 추정 결과를 검정하였다.

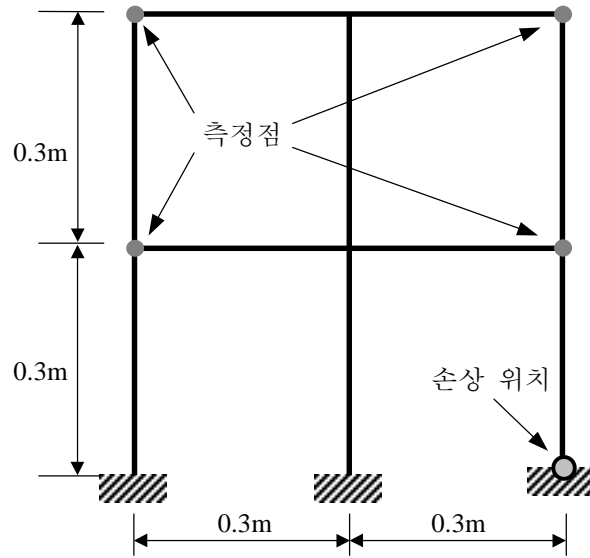


그림 3. 2층 프레임 예제 구조물의 기하학적 형상과 경계조건

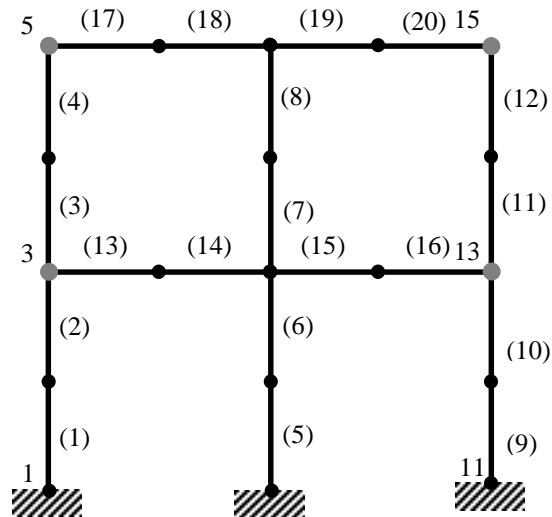


그림 4. 유한요소 모델링



#### 4.1.1 모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우

여기서는 식 (6)에서 제안한 OEE 를 오차함수로 사용하고, 정규화 함수로는 Frobenius 정규화 함수를 사용하여 예제에 적용시켜 보았다. 시스템 변수로는 힘강성 EI 만을 사용하였다. 아래 그림 5 는 측정치에 5% 비례오차를 가해 30 회 측정 자료 교란 반복 기법을 수행하여 측정오차를 시뮬레이션 한 결과이다.

그림 5 에서 점선으로 표시된 것은 원래의 시스템 변수들의 기준값이다. 이 기준값으로부터 검은 점으로 표시된 추정된 시스템 변수들의 평균값이 9 번, 10 번, 1 번, 5 번 부재에서 많이 감소하였음을 확인할 수 있다. 시스템 변수가 기준값으로부터 상대적으로 많이 감소한 부재를 손상 부재로 정의했으므로 9,10,1,5 번 부재가 손상부재로 판명될 가능성이 높다.

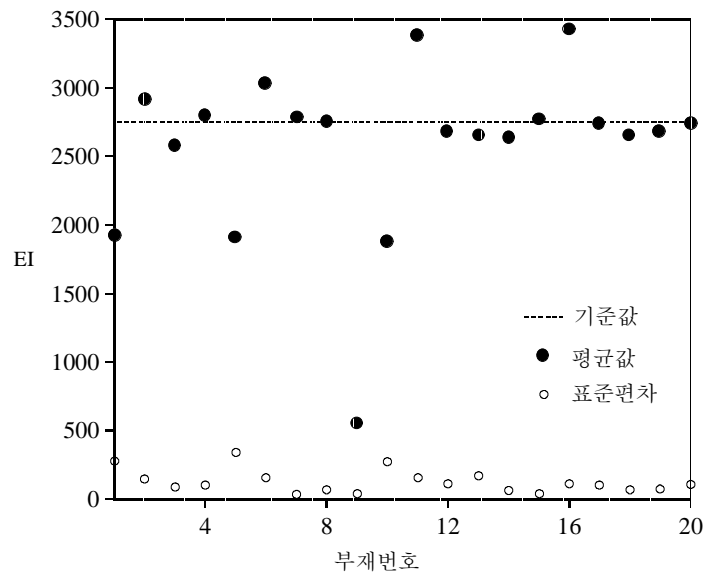


그림 5. 모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과

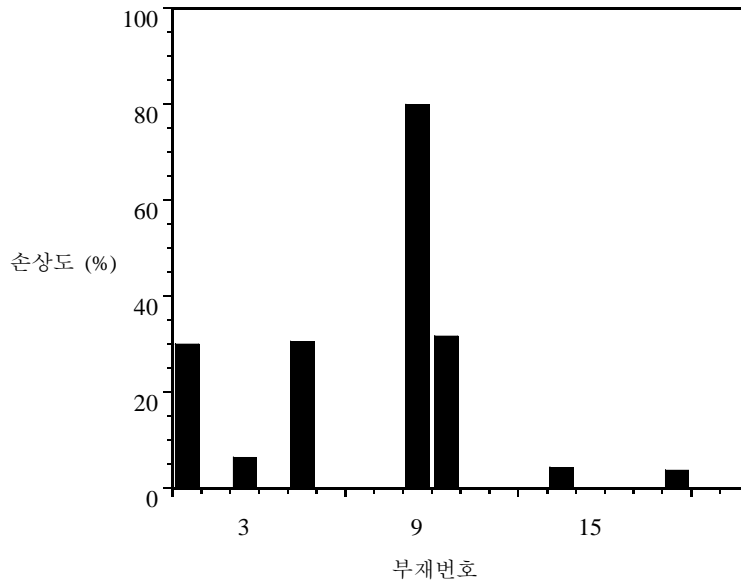


그림 6. 모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도

그림 6은 그림 5와 같이 측정 자료 교란 반복 기법을 통해 추정된 결과를 통계적인 검증을 통해 손상지수를 구하고 또 그로부터 최종적으로 구하고자 하는 구조물의 손상도를 구한 결과이다. 실제 소성 힌지 상태가 발생하여 회전 강성을 상실하였다고 가정한 지점에 직접 연결되어 있는 9번 부재가 80% 정도의 손상을 입은 것으로 평가되었고, 9번 부재에 인접해 있는 10번 부재의 손상도가 35%, 옆기둥의 같은 층 부재인 1,5번 부재의 손상도가 역시 35% 정도로 나타났다. 이 결과는 지점부의 회전 강성의 감소를 그 지점에 연결되어 있는 부재의 휨강성 저하로 손상을 잘 평가하고 있음을 볼 수 있다. 부재 3, 14, 18에 약간씩 손상이 추정되는 까닭은 측정오차에 의한 결과로 생각된다.

#### 4.1.2 모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우

모드 형상 비교법의 OEE 에 Tikhonov 정규화 함수를 더한 목적함수를 사용하여 예제를 수행해 보았다. 그림 7에 그려진 추정결과를 살펴보면 5번, 9번, 10번 부재의 추정 결과값이 원래의 기준값에 비해 많이 감소하였다. 앞의 Frobenius norm 을 정규화 함수로 사용한 경우보다 추정된 시스템 변수들의 평균값이 기준값에서부터 보다 많이 떨어져 있고 표준편차가 훨씬 크다. 표준 편차가 크다는 것은 각각의 교란된 측정자료에 대해 추정된 결과의 변동 폭이 크다는 것을 의미한다. 즉, 이는 이 논문에서 제안한 오차함수를 사용하는 경우, 이 2층 프레임 구조물의 문제에 대해서는 Frobenius 정규화 함수보다 Tikhonov 정규화 함수의 정규화 효과가 작게 평가되고 있다는 증거이다.

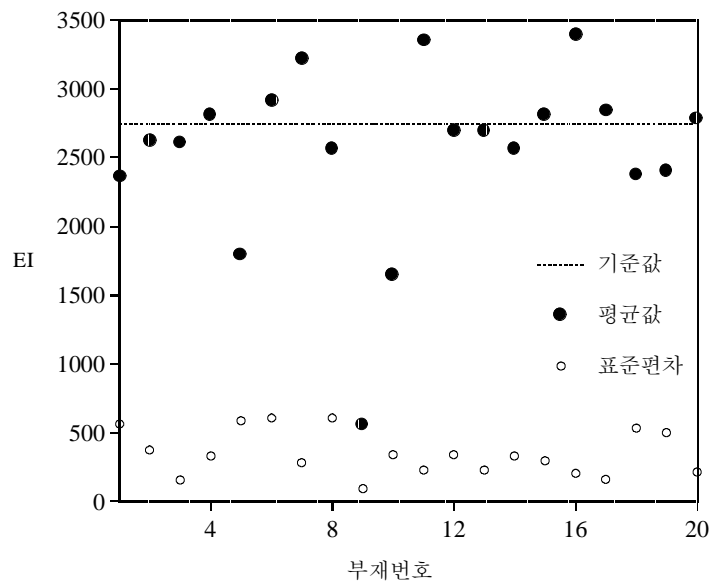


그림 7. 모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과

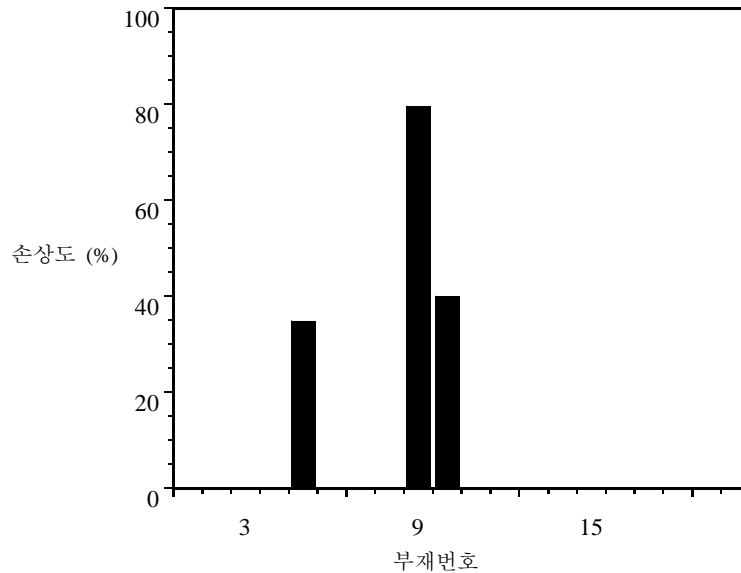


그림 8. 모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도

그림 7 과 같이 나타난 추정 결과를 통계적 검증을 거쳐 구조물의 손상도를 평가해 보면, 위 그림 8 과 같이 9 번 부제가 약 85% 정도의 손상, 10, 5 번 부제가 약 40% 정도의 손상을 입은 것으로 추정된다.

이 논문에서는 모델링 오차는 생각하지 않고 측정 자료의 오차만을 고려하기 위하여 측정자료 교란반복기법과 통계적인 검증을 사용하였다. 그러나 이 프레임 예제의 경우에는 9 번 지점부의 회전강성을 손실하였다고 보고, 즉, 9 번 절점에 해당하는 지점을 회전단으로 가정하여 측정 자료를 만들고 해석을 위한 유한 요소 모델에서는 지점을 고정단으로 사용하여 해석을 수행하였으므로 실제 모델과 유한 요소 모델간에 모델링 오차가 존재하게 된다. 이런 모델링 오차의 크기를 살펴 보기 위해 오차의 크기에 따른 추정결과를 비교하여 보았다.

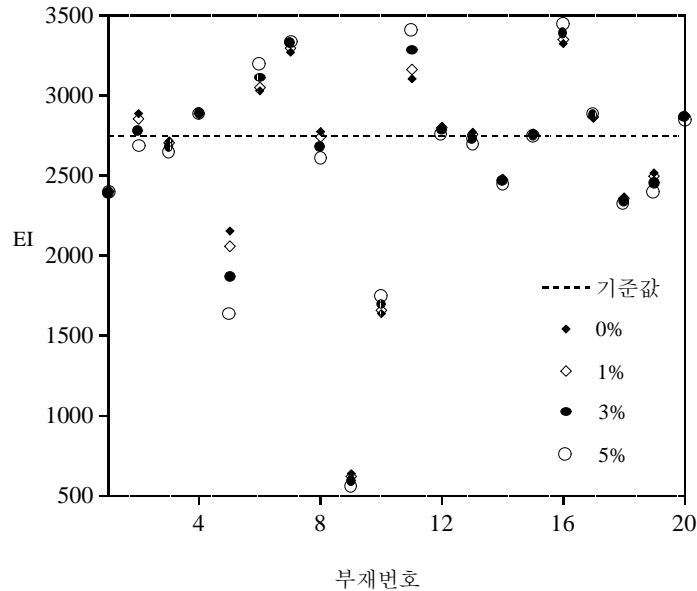


그림 9. 오차의 크기에 따른 추정 결과

점선이 구조물의 시스템 변수들의 기준값이고 검은 마름모 모양이 측정오차가 0% 일 경우, 흰 마름모 모양이 측정오차 1%, 검은 동그라미가 3%, 흰 동그라미가 5%의 측정오차가 가해진 추정 결과이다. 손상이 발생하였다고 가정한 지점부에 연결된 부재 9, 10 번의 경우는 실제 손상에 의한 시스템 변수의 감소라고 볼 수 있고, 5 번 부재의 감소에 대해서는 측정오차가 0%인 경우, 즉 측정 오차는 없고 모델링 오차만이 존재할 경우의 추정 결과를 보면 다른 측정 오차가 있는 경우와 마찬가지로 추정 결과 값이 감소하였다. 5 번 부재의 손상부재 판명은 실제 모델과 유한 요소 모델간에 존재하는 모델링 오차에 의한 영향으로 판단할 수 있다. 따라서 제안된 모드 형상 비교법은 측정오차에 그다지 영향을 받지 않고 손상을 잘 진단하

고 있다고 말할 수 있다.

#### 4.1.3 pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우

아래 그림 10은 pseudo-static 방법에 의한 오차함수에 Frobenius 정규화 함수를 더하여 구성된 목적함수를 최소화 하는 시스템 변수를 추정해 본 결과이다. 역시 5번, 9번, 10번 부재의 추정 결과 값이 많이 감소하였다. 단지 다른 점은 5번 부재의 추정 결과값이 상당히 큰 폭으로 감소하였음을 확인 할 수 있다.

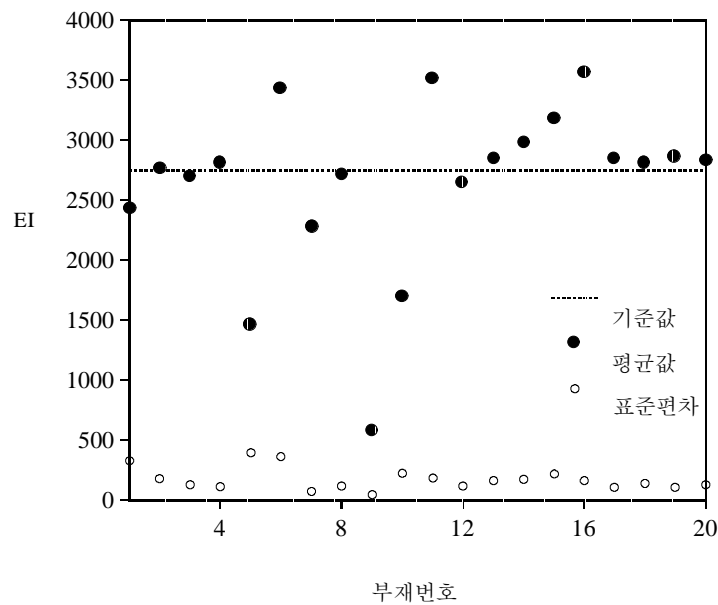


그림 10. Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 추정결과

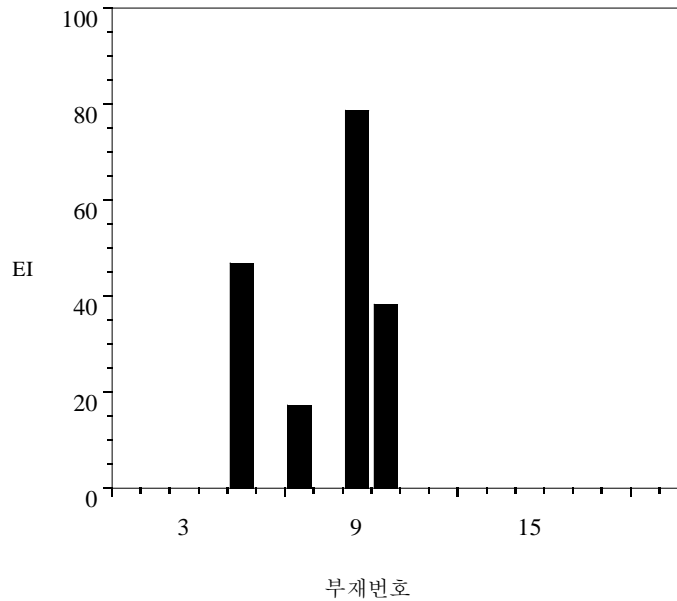


그림 11. Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도

Pseudo-static 방법에 의한 오차함수에 정규화 함수로 Frobenius norm 을 사용한 경우의 손상도이다. 역시 손상을 가정했던 지점에 연결되어 있는 9 번 부재의 손상도가 80% 정도로 매우 높게 나타났고, 그 외에 5 번, 10 번, 7 번 부재에서 각각 50%, 40%, 20% 정도의 손상도가 평가되었다.

#### 4.1.4 pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우

그림 12는 pseudo-static 방법에 구조물의 초기 시스템 변수 값과 추정된 시스템 변수 값의 차의 제곱을 최소화 하는 Tikhonov 정규화 함수를 알고리즘의 안정화를 위해 사용한 추정 결과이다.

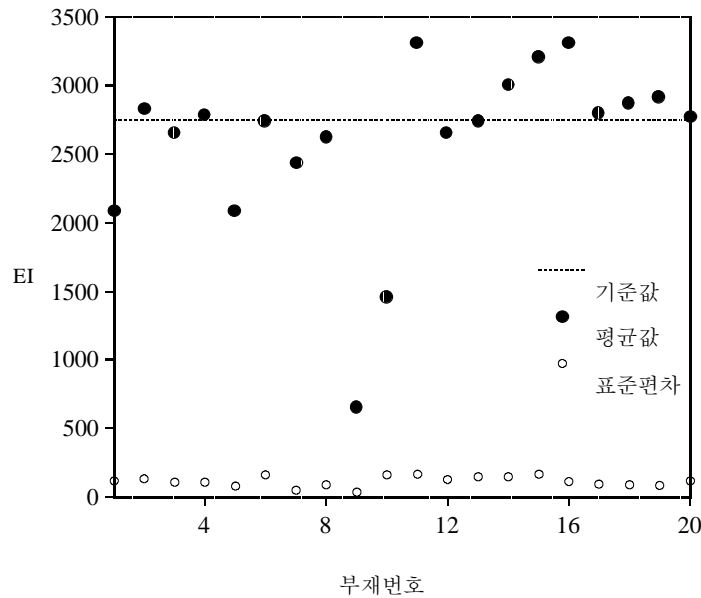


그림 12. Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 추정결과

30 회의 측정 자료 교란 반복 기법을 통해 추정된 결과 9,10 번 부재의 시스템 변수의 값은 기준값에 비해 매우 큰 폭으로 감소한 것으로 나타났고, 1,5 번 부재의 시스템 변수의 값은 작은 폭으로 감소한 것으로 나타났다. 그림 12 에서 볼 수 있듯이 9 번 부재의 손상도는 80%, 10 번 부재는 50%, 1,5 번 부재는 30%, 8 번 부재에 5% 정도의 손상을 입은 것으로 추정되었다. 실제 손상은 9 번 부재에 연결되어 있는 지점부에 수치적으로 가해 주어서 그 지점에 연결되어 있는 9,10 번 부재의 손상으로 추정되기를 기대하였으나 측정자료의 수가 적기 때문에 1,5 번 부재의 손상이 추정된다. 그러나 1,2,3,4 번 경우 모두 가장 손상 확률이 큰 부재는 9 번 부재로 추정되었다.



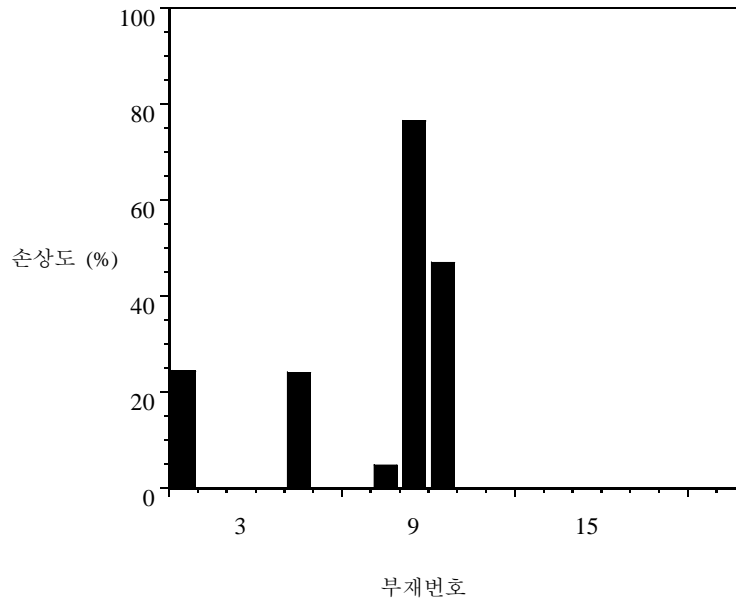


그림 13. Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도

앞에서 열거하였던 각각의 경우에 대해 시스템 변수 추정법에 의해 추정된 결과에 가설 검정법을 이용한 통계적인 기법을 적용하여 구한 손상도를 표 1에 나타내었다. 표에서 손상도에 굵은 글씨로 찍여져 있는 부분이 실제 손상이 가해져 있는 부분에 해당한다. 네가지 경우 모두 주된 손상이라고 생각되는 9번 부재의 손상도가 80% 정도로 효과적으로 추정되었고, 10번 부재의 손상도도 30-40% 정도로 잘 추정하고 있다. 5번 부재의 경우는 앞의 그림 9와 같이 측정 오차를 변화 시켜가며 살펴본 결과 모델링 오차에 의해 손상으로 추정된 것으로서, 만약 모델링 오차가 없는 정확한 수학적 모델을 사용한다면 손상으로 추정되지 않을 것이다.

표 1. 프레임 구조물에 대한 각 경우별 손상도

목적 함수의 종류	부재번호( 손상도(%))
모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우	<b>9(79.9)</b> , <b>10(31.7)</b> , 5(30.5) , 1(30) , 3(6.4) , 14(4.25) , 18(3.72)
모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우	<b>9(79.4)</b> , <b>10(39.9)</b> , 5(34.8)
Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우	<b>9(78.6)</b> , 5(46.8) , <b>10(38.2)</b> , 7(17.2)
Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우	<b>9(76.4)</b> , <b>10(47.0)</b> , 1(24.3) , 5(24.1) , 8(4.72)

## 4.2 실험 예제(그리드 모델)

앞 절의 수치 예제에 이어 이번 절에서는 실제 상황에서의 사용성을 검토해 보기 위하여 실제 실험 데이터를 이용하여 구조물의 손상진단을 수행해 보았다. 실제 실험에 사용한 구조물은 다음 그림 14 와 같이 두개의 main girder 사이에 여섯개의 cross beam 을 연결한 그리드 모델이다. 그리드 모델은 프레임 구조물에서 축방향 자유도 대신에 비틀림 방향의 자유도를 고려한 구조물로서 처짐, 처짐각, 비틀림각을 자유도로 가지는 구조물이다. 따라서 시스템 변수는 휨방향 강성인 EI 와 비틀림 방향 강성인 GJ 두가지가 있다. 그러나 이 논문에서는 두 main girder 를 연결해 주는 cross beam 이 비틀림으로는 저항하지 못하고 휨으로만 저항한다고 가정하고 해석을 수행하여 시스템 변수로는 main girder 의 EI 값만을 사용하였다.

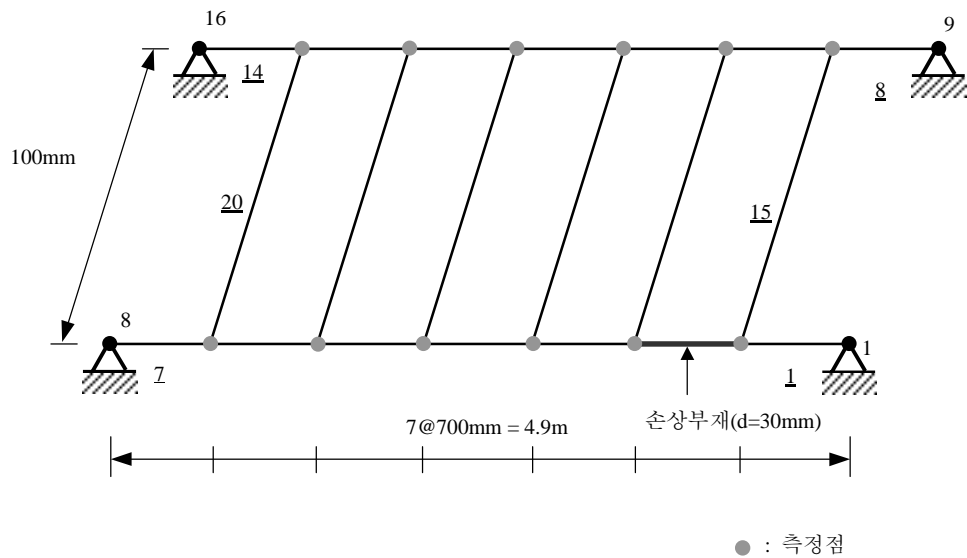
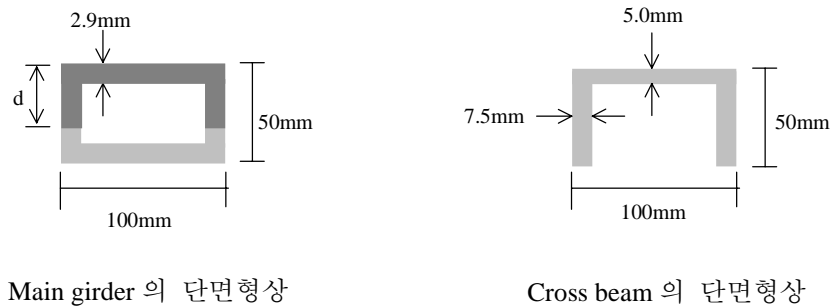


그림 14. 그리드 모델 예제 구조물의 기하학적 형상과 경계조건



Main girder 의 단면형상

Cross beam 의 단면형상

그림 15. 그리드 모델의 단면 형상

손상은 그림 15에 표시되어 있는 것처럼 2번 부재에 30mm 톱으로 썬어낸 손상을 가해 주었다. 해석을 위한 유한요소 모델로는 기하학적 형상과 마찬가지로 18개 절점과 22개 부재로 구성하였고 총 자유도수는 40개이다. 단면형상은 아래 그림 15와 같이 main girder는 가로 100mm, 세로 50mm의 box 형태의 단면이고 cross beam은 같은 크기의 open box 형태의 단면이다. 측정 자유도로는 그림 14에 표시된 12개의 측정점에서 수직 처짐만을 측정하였고 초기 6개 모드를 측정하였다. 목적함수의 변화율 또는 시스템 변수에 대한 방향 벡터의 값이 충분히 작아지면 수렴한 것으로 판단하여 최적화 과정을 종료하였으며 수렴 상수  $\varepsilon = 10^{-3}$ 을 사용하였고 신뢰도 90%로 손상을 추정하였다.

구조물의 각 main girder의 휨방향 강성은 균일하게  $72762.4 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ 이고 비틀 강성 GJ는  $64714.2 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ , cross beam의 휨방향 강성은  $52000.0 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ 이고 비틀 강성 GJ는  $1324.0 \text{ N}\cdot\text{m}^2$ 이다.

그러나 해석을 위해 구성한 수학적 모델이 실제 실험 모델을 정확하게 모사하고 있지 못하기 때문에 모델링 오차가 존재하게 된다. 이 논문에서는 모델링 오차는 고려하지 않으므로 측정 오차가 아닌 모델링 오차에 의해서 추정 결과가 바뀌는 상황을 없애주기 위하여 model refinement 를 수행하였다.

지점부에 해당하는 부분을 유한요소 모델에서는 힌지 지점으로 모델링 하였으나 실제 실험 구조물 상에서는 정확하게 힌지 지점과 같이 거동하지 않고 고정단과 회전단의 중간 정도의 효과가 발생하기 때문에 그 부분에 스프링 강성을 추가하여 비슷한 효과를 낼 수 있도록 해 주는 model refinement 가 필요하다. 그리고 main girder 와 cross beam 의 정착 부분에서 정확하게 하나로 거동하지 않기 때문에 실제 수학적 모델과는 구조물의 거동에 미치는 영향이 다르게 되므로 각 main girder 와 cross beam 의 초기 강성들을 역해석을 통해 실제 상황을 정확하게 모사할 수 있는 강성으로 바꾸는 model refinement 가 수행되어야 한다.

외부 하중을 대칭으로 가해 주어 스프링 강성에 의해서만 영향을 받는 상태를 만들고 스프링 강성의 크기를 바꾸어 가면서 시행 반복을 통해 최대 처짐을 계산하여 실제 실험 모형에서 측정된 최대 처짐과 비교하여 보았다. 스프링 강성이 전혀 고려되지 않은 상태에서는 최대 처짐이 실제 실험 데이터의 4.90mm 에 비해 30%나 증가한 6.41mm 가 발생했다. 스프링 강성을 변화 시켜 가며 최대 처짐을 비교하여 본 결과, 그 중 최대 처짐이 실제 실험 데이터를 가장 잘 모사하고 있는 스프링 강성  $13400 \text{ N} \cdot \text{m}^2$  를 모델링 오차를 최소화 할 수 있는 최적의 스프링 강성으로 결정하였다.

표 2. 지점부에 더해준 회전 스프링의 강성에 따른 main girder 의 최대 처짐

회전 스프링 강성의 크기( $N \cdot m^2$ )	최대 처짐 (mm)
측정 데이터	4.90
0	6.41
5000	5.71
10000	5.19
20000	4.46
13400	4.90

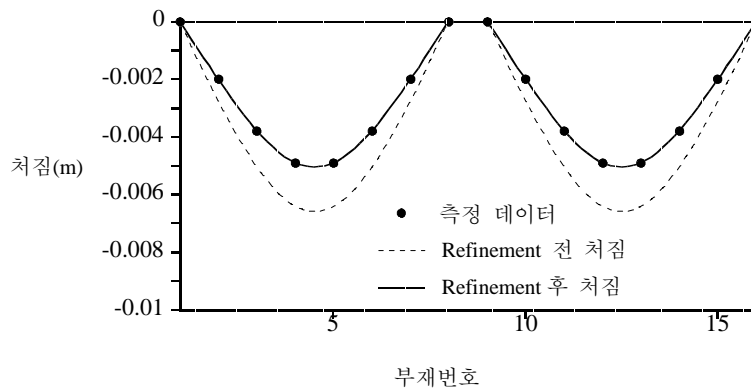


그림 16. 스프링 강성이 더해진 후의 처짐 형상

다음은 cross beam 을 통해 힘의 전달이 발생할 수 있는 비대칭 하중에 대해 구조물의 강성을 역해석을 통해 refinement 하게 된다. 아래쪽 main girder 의 3-4 번 부재 가운데 하중을 준 경우와, 위쪽 main girder 의 13-14 번 부재 사이에 하중을 준 경우에 대해 역해석을 수행하여 가장 실제 실험 모델과 비슷한 유한요소 모델의 강성을 산정하였고 그 결과가 표 3 에 나타나있다.

표 3. Model refinement 전후의 강성 변화

강성		refinement 전( $N \cdot m^2$ )	refinement 후( $N \cdot m^2$ )
Main girder	휨 강성	72762.4	72828.9
	비틀 강성	64714.2	12560.0
Cross beam	휨 강성	52000	53579.6

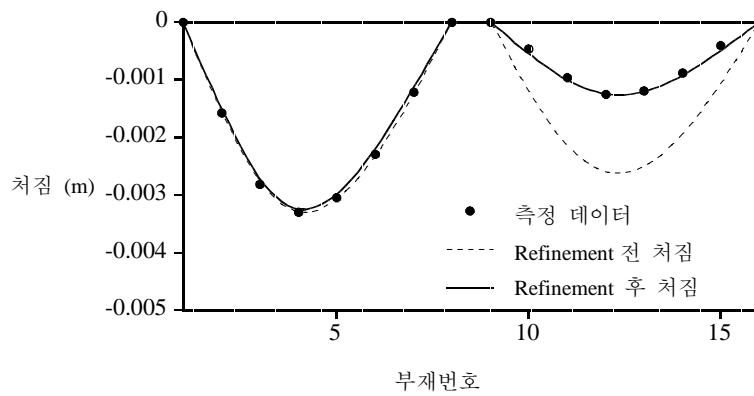


그림 17. 측정 데이터와 model refinement 전후의 처짐 비교(1)

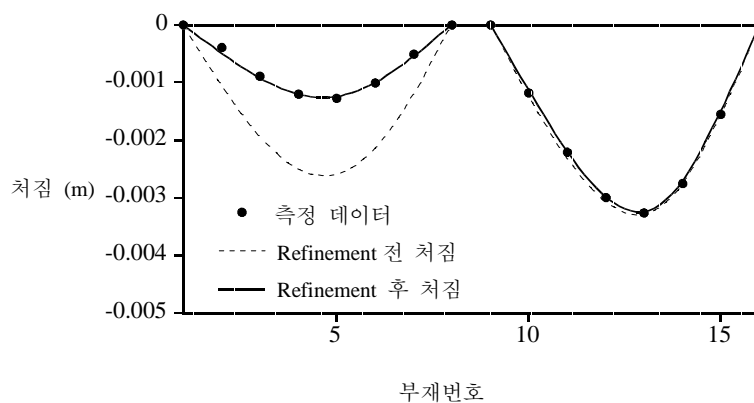


그림 18. 측정 데이터와 model refinement 전후의 처짐 비교(2)

그림 17 은 아래쪽 main girder 3-4 번 부재 사이에 하중을 가해준 경우로 model refinement 전에는 처짐에 상당한 차이를 보이고 있으나 refinement 후에는 차이가 거의 없어졌음을 볼 수 있다. 마찬가지로 그림 18 은 위쪽 main girder 의 13-14 번 부재 사이에 하중을 가해준 경우에 refinement 전과 refinement 후의 차이를 나타내고 있다.

model refinement 과정을 거쳐서 실제 실험 모델과 수학적 유한요소 모델간의 모델링 오차를 최소화 한 다음 앞의 프레임 예제와 마찬가지로 Frobenius 정규화 함수와 Tikhonov 정규화 함수가 포함된 제안된 방법과 pseudo-static 방법에 대해 해석을 수행하여 보았다. 수렴 상수  $\varepsilon = 10^{-3}$  을 사용하였고 신뢰도 90%로 손상을 추정하였다.

#### 4.2.1 모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우

이 절에서는 이 논문에서 제안한 모드 형상 비교법에 의한 OEE 를 오차함수로 사용하고, 정규화 함수로는 Frobenius norm 을 사용하여 그리드 모델의 실험 예제에 적용시켜 보았다. 시스템 변수로는 휨강성 EI 를 사용하였다. 그림 19 는 측정치에 5% 비례 오차를 가해 30 회 측정 자료 교란 반복 기법을 수행하여 측정오차를 시뮬레이션 하여 추정한 결과이다.

그림 19 에 의하면 점선으로 표시된 원래의 시스템 변수들의 기준값으로부터 검은 점으로 표시된 추정된 시스템 변수들의 평균값이 2, 6, 9, 13, 14 번 부재에서 많이 감소하였음을 볼 수 있다. 또한 1, 5, 7 번 부재의 경우에는 기준값으로부터 위로 많이 증가하였음을 확인할 수 있다. 이는 모드 형상 비교법과 Frobenius norm 을 이용한 정규화 함수를 사용한 경우에는 시스템 변수들을 기준값 근처에 분포하도록



록 하는 정규화 함수가 제대로 발현하지 못하고 있음을 나타낸다. 비록 정규화 효과가 제대로 표현되지 못해서 추정된 시스템 변수 값들이 기준값에서 많이 벗어나 있지만, 정규화 함수에 의해 추정된 시스템 변수들의 분포가 통계적으로 의미가 있는 분포인 정규분포로 나타나서 가설 검정법에 의해 손상진단을 수행해 보면, 그림 20 과 같이 2 번 부재에 약 80%, 6, 9, 13, 14 번 부재에 각각 20-30%의 손상이 발생한 것으로 추정된다

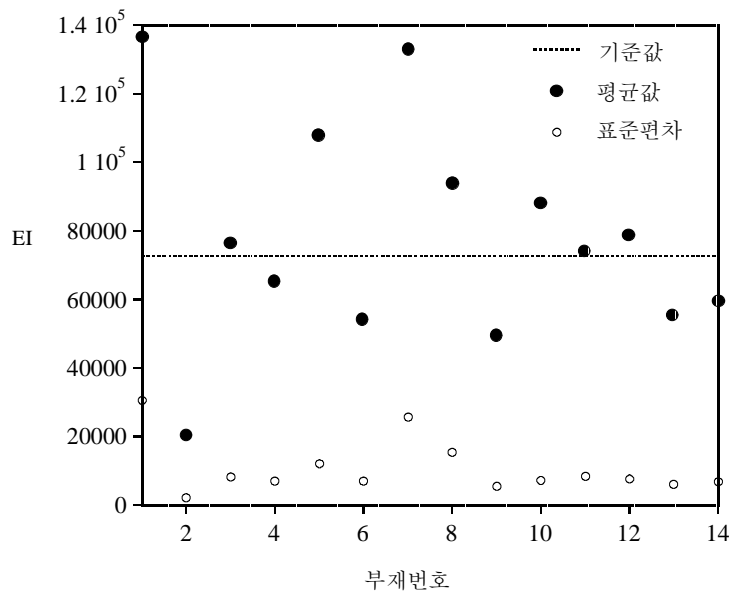


그림 19. 모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 추정결과

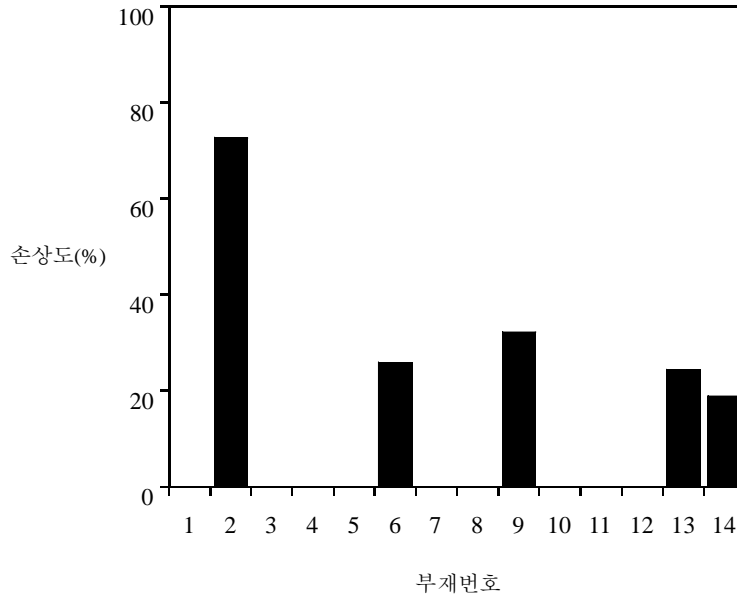


그림 20. 모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도

#### 4.2.2 모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우

아래 그림 21은 이 논문에서 제안된 오차함수에 Tikhonov function을 이용하는 정규화 함수를 더해 주어 목적함수를 구성한 경우의 추정 결과이다. 2번 부재의 추정값의 평균이 기준값에 비해 많이 감소하였고 다른 부재의 추정 결과들은 기준값 근처에 분포하고 있다. 이는 앞의 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우에 비해 정규화 효과가 크게 발현되고 있는 것을 잘 나타내 주는 증거이며, 또한 표준편차들의 값이 매우 작은 것으로 미루어 5% 비례오차를 주어 30회 교란한 측정 자료의 오차에 대해서 매우 안정적으로 추정하고 있음을 알 수 있다.

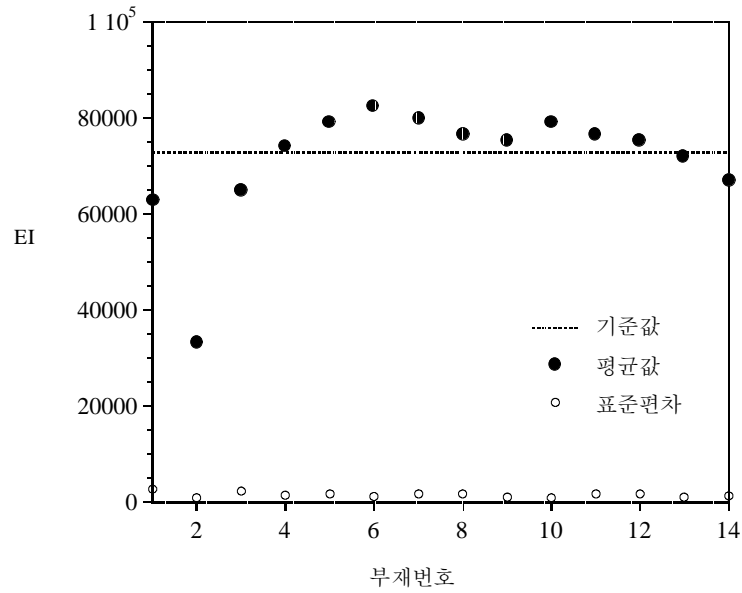


그림 21. 모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과

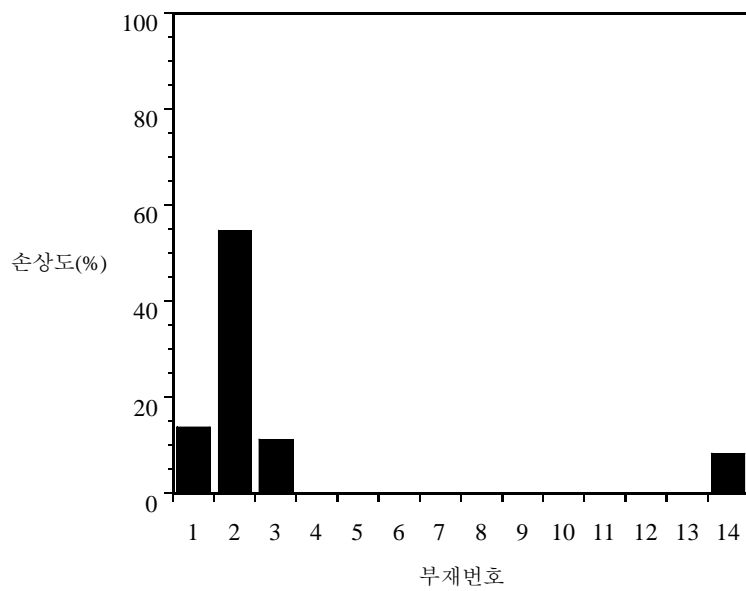


그림 22. 모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도

그림 22는 모드 형상 비교법에 의한 오차함수에 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과를 가설 검정법을 통해 손상 지수를 계산하고 그로부터 손상도를 구한 결과이다. 2번 부재의 손상도가 60% 정도로 가장 크게 나타났고, 1,3,14번 부재에서 15% 정도의 작은 손상이 있을 것으로 추정되었다. 이는 실제 2번 부재의 두께 50mm에서 30mm인 60%를 톱으로 썰어낸 손상을 가해 주었는데 이를 매우 정확하게 추정하고 있음을 볼 수 있다. 2번 부재의 양 옆에 인접해 있는 1,3번 부재가 손상 부재로 감지된 것은 측정 자료의 수가 전체 자유도에 비해 매우 작은 관계로 측정 자료의 오차에 의해 추정된 시스템 변수의 값이 감소한 것으로 생각된다. 그리고 14번 부재는 실제 손상이 존재하지 않는 1,3번 부재의 추정 결과가 감소하여 전체적인 구조물의 거동을 맞추어 주기 위하여 감소한 것이라고 보여진다.

#### 4.2.3 pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우

그림 23은 기존에 제안되어 있던 방법인 pseudo-static 방법에 Frobenius 정규화 함수를 더하여 grid model의 예제 구조물에 적용시켜본 결과이다. 2번 부재의 추정 결과 값이 확연히 떨어져 있으며 1번 부재는 오히려 기준값에서 많이 위쪽으로 올라가 있음을 볼 수 있다. 그 외의 다른 부재들은 정규화 함수에 의해 기준값 부근에 잘 분포하고 있다.

그림 24는 추정 결과로부터 손상도를 추정한 그림이다. 역시 손상이 있는 2번 부재의 손상도가 70% 정도로 나타났고, 반대쪽 main girder에 있는 9,10번 부재도 20% 정도의 손상이 있는 것으로 나타났다.

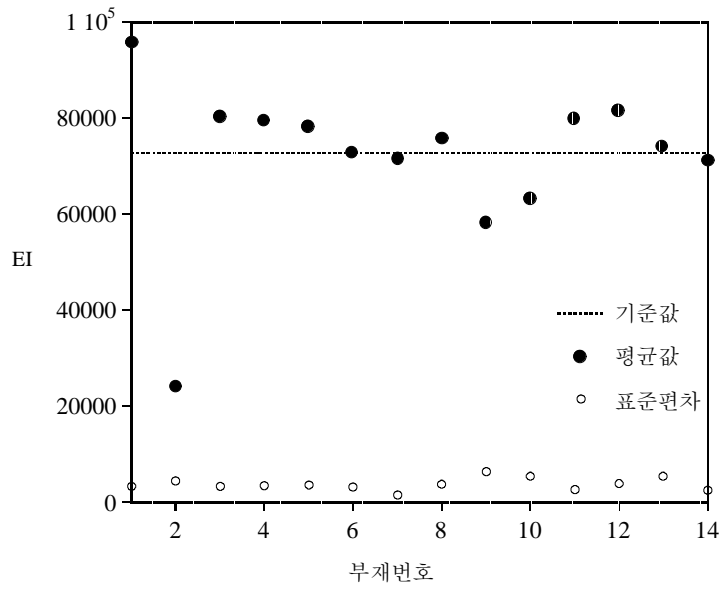


그림 23. Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과

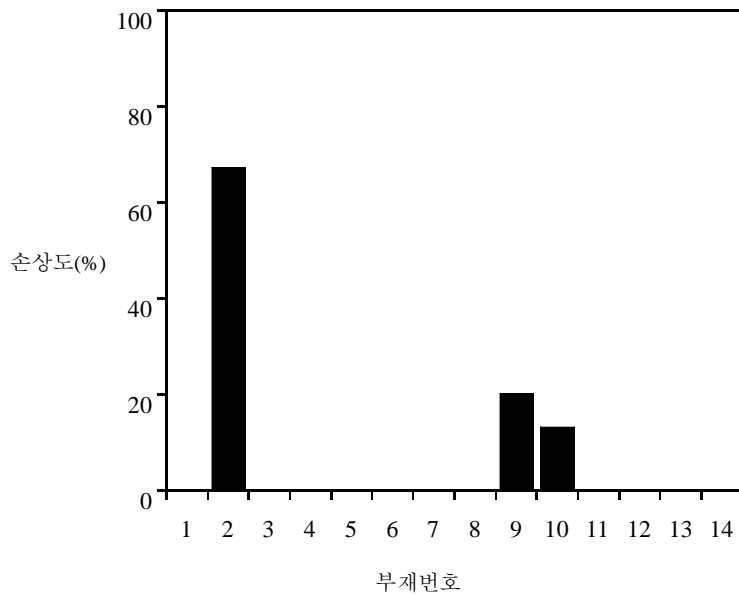


그림 24. Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도

#### 4.2.4 pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우

그림 25, 26 은 pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 추정 결과와 손상도를 나타낸 그림이다. 앞의 모드 형상 비교법에 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우와 비슷하게 추정 결과값들이 기준값으로부터 멀리 떨어져 있고, 그 중 2,9,10 번이 기준값으로부터 많이 감소해 있음을 볼 수 있다. 가설 검정법에 의해 손상도를 추정해 보니 2 번 부재에 약 80%, 9,10 번 부재에 30,20%의 손상이 있을 것으로 추정 되었고, 다른 여러 부재에서도 조금씩 작은 손상도가 추정 되었다. 이는 측정 오차에 의한 잘못된 추정으로 보이며 이 방법은 다른 경우의 방법들에 비해 측정 자료의 오차에 대해 민감하게 반응 하고 있음을 알 수 있다.

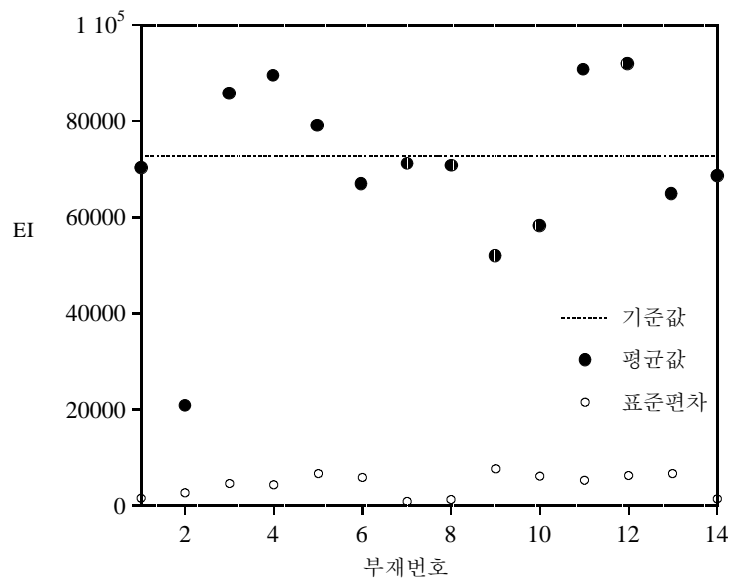


그림 25. Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 추정결과

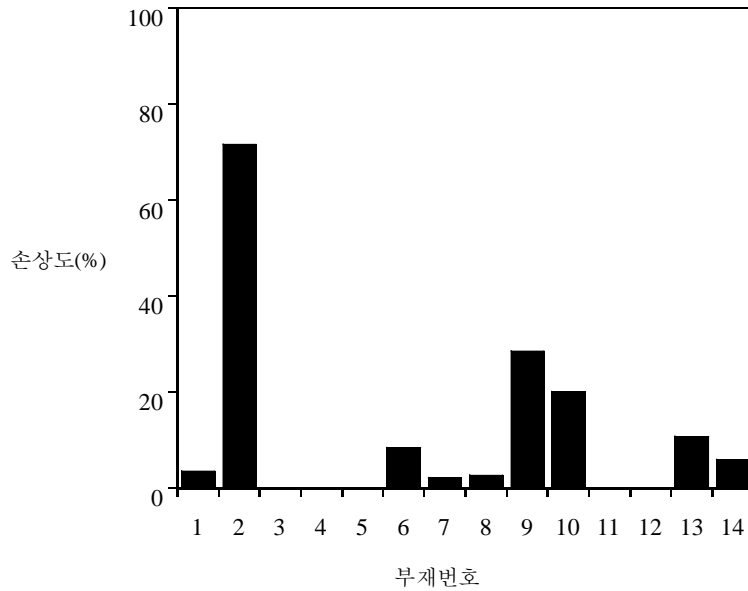


그림 26. Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우의 손상도

표 4에 그리드 모델의 실험예제의 경우에 모드 형상 비교법과 pseudo-static 방법에 대해 Frobenius norm 과 Tikhonov function 을 이용하는 정규화 함수를 사용한 각각의 경우별 손상도를 나타낸 것이다. 깊이 50mm 의 2번 부재에 30mm 를 톱으로 썰어낸 손상을 가해준 실험 데이터를 이용하여 구조물의 손상 진단을 수행하였다. 굵은 글씨로 표시되어 있는 실제 손상부재 2번 부재의 손상도가 60% 근방에서 잘 추정되고 있다. 모드 형상 비교법을 오차함수로 사용한 경우에는 Frobenius 정규화 함수를 사용했을 때 손상부재 2번 부재를 제외한 다른 부재의 손상도가 많이 나타났다. 그러나 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 결과는 주된 손상 2번 부재

를 제외한 다른 부재들의 손상도가 매우 작게 나타났다. 즉, 모드 형상 비교법을 사용한 경우 그리드 모델의 실험 예제에 대해서는 Tikhonov 정규화 함수에 GMS 방법에 의한 정규화 계수를 사용하는 것이 정규화 효과가 잘 나타나서 손상부재의 진단을 보다 효율적으로 수행할 수 있다. Pseudo-static 방법을 사용한 경우에는 반대로 Frobenius 정규화 함수에 VRFS 정규화 계수를 사용하는 편이 보다 효율적인 손상 진단을 수행 할 수 있다.

표 4. 그리드 모델에 대한 각 경우별 손상도

목적 함수의 종류	손상도 : 부재번호(손상도(%))
모드 형상 비교법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우	<b>2(72.6)</b> , 9(32.2) , 6(25.9) , 13(24.3) , 14(18.9)
모드 형상 비교법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우	<b>2(54.6)</b> , 1(13.8) , 3(11.1) , 14(8.27)
Pseudo-static 방법과 Frobenius 정규화 함수를 사용한 경우	<b>2(67.2)</b> , 9(20.1) , 10(13.2)
Pseudo-static 방법과 Tikhonov 정규화 함수를 사용한 경우	<b>2(71.5)</b> , 9(28.5) , 10(20.0) , 13(10.7) , 6(8.35) , 14(5.86) , 1(3.47) , 8(2.64) , 7(2.11)



## 5. 결론

모드 형상 비교법을 이용한 구조물의 손상진단 알고리즘을 제안하였다. 일반적인 비선형 역해석 문제가 갖는 불안정성을 해결하기 위하여 정규화기법을 도입하였다. 정규화 함수로는 Frobenius 정규화 함수와 Tikhonov 정규화 함수를 사용하였다. Frobenius 정규화 함수의 경우에는 VRFS 방법을, Tikhonov 정규화 함수의 경우에는 GMS 방법을 이용해 정규화 계수를 계산하였다. 최적화 과정 중에 모드 형상의 시스템 변수에 대한 민감도가 필요한데, 기존에 제안되어 있던 모드 형상의 민감도를 구하는 방법들이 모두 질량 행렬에 대해 기준화 되어 있는 모드 형상에 대한 방법들이다. 그러나 실제로는 물리적, 경제적인 제약으로 인하여 전 자유도에 대해서 측정 자료를 구할 수 없기 때문에 임의의 행렬에 대해 기준화되어 있는 모드 형상에 대한 민감도를 계산하는 방법을 제안하였다.

측정 자료의 빈약함과 이산성을 고려해 주기 위해 측정자료 교란반복기법을 사용하였다. 정규화 효과에 의해 안정적으로 시스템 변수가 추정된다 할지라도 그 추정 결과가 실제 손상에 의한 결과인지 측정 오차에 의한 결과인지 판단하기가 용이하지 않으므로, 손상 지수의 결정과 손상도의 계산에 가설 검정법을 이용한 통계적인 접근 방법을 사용하였다.

프레임 구조물의 수치적인 예제와 그리드 모델의 실제 실험 예제에 대해 제안한 방법과 pseudo-static 방법에 각각 Frobenius 정규화 함수와 Tikhonov 정규화 함수를 적용시켜 사용성을 검토하였다. 각각의 경우 주된 손상이 가해져 있는 부재는 잘 찾아내고 있으나 측정 오차나 모델링 오차에 의해 다른 부재에서도 손상도가 추

정되고 있으며, 문제에 따라 각각의 경우마다 정규화 효과의 크기와 오차에 대해 반응하는 크기 등이 다르게 나타나고 있다. 따라서 제안된 모드 형상 비교법을 이용한 시스템 변수 추정법의 안정적인 손상진단을 위해서는 각각의 문제의 성질에 알맞은 정규화 함수와 정규화 계수를 찾아내는 일반적인 방법을 구할 필요가 있다.

## 참고문헌

1. Adams, R. D., Cawley, P., Pye, C. J., and Stone, B. J. (1978). "A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structure." *J. Mech. Engrg. Sci.*, 20(2), 93-100
2. Banan, M. R., Banan, M. R. and Hjelmstad, K. D. (1993), "Identification of structural systems from measured response," Structural Research Series NO. 579, Dept. of Civil Eng. Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, May
3. Becks, J. V. and Murio, D. A. (1984), "Combined function specification-regularization procedure for the solution of inverse heat conduction problem", *AIAA J.*, 24, pp. 180-185
4. Bui, H. D. (1994), *Inverse problems in the mechanics of materials: An introduction*, CRC Press, Boca Raton
5. Fox, R.L. and Kapoor, M.P.(1968), "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors", *AIAA Journal*, Vol.6, Dec. pp.2426-2429
6. Golub, G. H., Heath, M. and Wahba, G. (1978), "Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter," *Technometrics*, Vol. 21, pp. 215-223

7. Groetsch, C. W. (1984). The theory of Tikhonov regularization for Fredholm equations of the first kind, Pitman Advanced Publishing, Boston
8. Hansen, P. C. (1992), "Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve", SIAM review, Vol. 34, No. 4, pp. 561-580
9. Hjelmstad, K. D., Wood, S. L. and Clark, S.J. (1990), "Parameter estimation in complex linear structures," Structural Research Series No. 557, Dept. of Civil Eng., Univ. of Illinois at Urbana-Champaign, December
10. Hjelmstad, K.D., and Shin, S. (1997). "Damage Detection and Assessment of Structures from static response." J. of Engineering Mechanics, ASCE, 123(6), 568-576
11. Hjelmstad, K. D. (1996). "On the uniqueness of modal parameter estimation." J. of Sound and Vibration 192(2), 581-598
12. Hyun Woo Park, Soobong Shin, and Hae Sung Lee (2000), "Determination of Optimal Regularization Factor for System Identification of Linear Elastic Continua with the Tikhonov Function" submitted to IJNME
13. Kaouk, M. and Zimmerman, D. C. (1994). "Structural damage assessment using a generalized minimum rank perturbation theory", AIAA J., Vol. 32, No.4, April

14. Lee, H.S., Kim, Y.H., Park C. J., and Park, H.W. (1999). "A new spatial regularization scheme for the identification of geometric shapes of inclusions in finite bodies." to appear in vol. 46 in *Inter. J. for Numerical Methods in Engineering*
15. Lim, T. W., and Kashangaki, T. A. L. (1994). "Structural damage detection of space truss structures using best achievable eigenvectors." *AIAA J.*, 32(5), 1049-1057
16. Maniatty, A. M. (1994), "Investigation of regularization parameters and error estimating in inverse elastic problems", *Inter. J. for Numerical method in Engineering*, Vol. 37, 1035-1052
17. Nelson, R.B.(1976), "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives," *AIAA Journal*, Vol. 14, Sept., pp. 1201-1205
18. Neuman, S. P., and Yakowitz S (1979). "A statistical approach to the inverse problem of aquifer Hydrology." *Water Resources Research*, 15(4), 845-860
19. Schnur, D. S. and Zabaraz, N. (1990), "Finite element solution of two dimensional inverse elstaic problems using spatial smoothing", *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 30, pp. 57-75
20. Shin, S. (1994). "Damage Detection and Assessment of Structural Systems from Measured Response, Ph. H. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois

21. Thomas R. Sutter, Charles J. Camarda, Joanne L. Walsh, Howard M. Adelman(1988), "Comparison of Several Methods for Calculating Vibration Mode Shape Derivarives", AIAA, Vol.26, No.12, pp.1506-1511
  
22. Yeo, I. (1999). "Statistical Damage Assessment of Structures from Static Responses Using System Identification with Tikhonov Regularization", Ph.D. dissertation, Seoul National University, Seoul, Korea