

공학석사학위논문

유체의 동압력을 고려한  
지상 무한 관로의 지진 해석

Seismic Analysis of Infinite Aboveground Pipeline  
Considering Hydrodynamic Pressure

1999 년 8 월

서울대학교 대학원

토목공학과

김 종 승

유체의 동압력을 고려한  
지상 무한 관로의 지진 해석

Seismic Analysis of Infinite Aboveground Pipeline  
Considering Hydrodynamic Pressure

지도교수 이 해 성

이 논문을 공학석사학위논문으로 제출함

1999 년 4 월

서울대학교 대학원

토목공학과

김 종 승

김종승의 공학석사학위 논문을 인준함

1999 년 7 월

위 원 장 \_\_\_\_\_

부위원장 \_\_\_\_\_

위 원 \_\_\_\_\_

## 초록

본 논문에서는 관로 내부의 유체 동압력을 고려해서 지상 무한 관로의 지진 해석 기법을 제안한다. 지상 무한 관로는 주기 구조를 이루는 연속 Euler-Bernoulli 보로 모델링하고 관로 내부의 유체 동압력은 Housner 유체 모델링 방법과 뉴질랜드 국립 지진 공학회의 권고 사항을 이용하여 구한다. 지반 운동은 직교하는 수평 2방향 지반 운동과 수직 방향 지반 운동의 세 성분으로 구성이 되고 지진 지반 운동은 진원으로부터의 거리에 따라서 진폭과 위상이 변하는 것으로 모델링한다. 지상 관로의 지진 해석시 관로의 횡변형이 중요하므로 본 논문에서는 관로의 진행 방향에 수직인 수평 방향 지반 운동 성분에 대해서 지진 해석을 수행한다.

주기 구조물의 효율적인 해석을 위해서 전달행렬 방법을 이용하여 응답을 정식화 한다. 주기 구조를 이루는 지상 무한 관로의 하부 구조에 해당하는 단경간 보에 대해서 관로 내부 유체의 동압력을 고려한 전달행렬을 유도한다. 이 전달행렬을 이용하여 특정 지점에서의 응답을 각 지점의 변위와 경계에서의 응답을 이용하여 나타낸다. 전달행렬의 수치적 불안정성으로 인하여 state 벡터를 바로 구할 수 없으므로 변환행렬을 이용한 파-전달 기법을 도입하여 wave 벡터를 구한다. Wave number 응답함수와 지반 운동의 파워 스펙트럼 밀도함수(power spectral density function)를 이용하여 응답의 파워 스펙트럼 밀도함수를 구하고 응답의 root mean square value(RMSV)를 구한다.

본 논문에서는 지상 무한 관로 예제를 통하여 제안된 방법의 타당성을 검증한다.

주요어 : 주기 구조물, wave-number, 전달행렬, state 벡터, 파-전달 기법, wave 벡터, 유체 동압력, 파워 스펙트럼 밀도함수

학 번 : 97415-506

## 목차

초록.....	i
목차.....	iii
그림목차.....	v
표목차.....	vii
1. 서론.....	1
2. 지상 무한 관로와 지반 운동 모델링.....	5
2.1 지상 무한 관로 모델링.....	6
2.2 관로 내부 유체 모델링.....	9
2.2.1 Housner 유체 모델링.....	9
2.2.2 유체의 충격성분과 대류성분.....	11
2.2.3 관로 내부 유체 모델링.....	14
2.3 지반 운동 모델링.....	16
2.3.1 Rayleigh 파에 의한 지반 운동.....	16
3. 전달행렬과 변환행렬을 이용한 지진 해석.....	19
3.1 전달행렬을 이용한 응답의 정식화.....	20
3.1.1 보의 state 벡터와 전달행렬.....	20
3.1.2 응답의 정식화.....	24
3.2 Wave 벡터와 변환행렬.....	26

3.2.1 전달행렬의 수치적 불안정성.....	26
3.2.2 변환행렬을 이용한 파-전달 기법.....	27
3.3 응답함수와 파워 스펙트럼 밀도함수.....	29
4. 예제.....	30
4.1 관로 내부가 유체로 가득 찬 예제.....	33
4.1.1 $\phi = 15^\circ$ .....	33
4.1.2 $\phi = 80^\circ$ .....	35
4.2 관로 내부에 자유 수면이 있는 예제.....	37
4.2.1 $\phi = 15^\circ, L = 18.29\text{m}$ .....	37
4.2.2 $\phi = 80^\circ, L = 18.29\text{m}$ .....	39
5. 결론.....	42
부록.....	44
참고문헌.....	46
Abstract .....	48

## 그림목차

그림 2.1	지상 무한 관로와 지진파의 모델링.....	5
그림 2.2	지상 관로의 성토지지.....	6
그림 2.3	지상 관로의 앵커형 말뚝지지.....	7
그림 2.4	지상 관로의 slip 형 말뚝지지.....	7
그림 2.5	지상 무한 관로의 모델링.....	9
그림 2.6	유체 충격성분 모델링.....	11
그림 2.7	유체 충격성분 모델링.....	12
그림 2.8	Housner 유체 모델링.....	13
그림 2.9	자유 수면이 있는 관로 내부 유체 모델링.....	14
그림 3.1	지상 무한 관로와 지반의 균질성.....	19
그림 3.2	유체의 동압력을 고려한 보의 미소요소의 자유 물체도.....	21
그림 3.3	응답의 정식화를 위한 지상 무한 관로 모델링.....	25
그림 4.1	예제를 위한 지상 무한 관로 모델링.....	30
그림 4.2	진원에서의 지반 운동 파워 스펙트럼 밀도함수.....	32
그림 4.3	모멘트 wave number 응답함수( $\phi = 15^\circ, L=18.29\text{m}$ , 가동상태) .....	34
그림 4.4	모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수( $\phi = 15^\circ, L=18.29\text{m}$ , 가동상태)..	34
그림 4.5	모멘트 wave number 응답함수( $\phi = 80^\circ, L=18.29\text{m}$ , 가동상태) .....	36
그림 4.6	모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수( $\phi = 80^\circ, L=18.29\text{m}$ , 가동상태)..	36

그림 4.7 자유 수면이 있는 관로 내부 유체 모델링.....	37
그림 4.8 유체 모델링에 따른 모멘트 wave number 응답함수 비교 ( $\phi = 15^\circ, L=18.29\text{m}, H = R+30\text{cm}$ ).....	38
그림 4.9 유체 모델링에 따른 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수 비교 ( $\phi = 15^\circ, L=18.29\text{m}, H = R+30\text{cm}$ ).....	39
그림 4.10 유체 모델링에 따른 모멘트 wave number 응답함수 비교 ( $\phi = 80^\circ, L=18.29\text{m}, H = R+30\text{cm}$ ) .....	40
그림 4.11 유체 모델링에 따른 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수 비교 ( $\phi = 80^\circ, L=18.29\text{m}, H = R+30\text{cm}$ ) .....	40



## 표목차

표 4.1	지상 무한 관로 하부 구조의 세월.....	31
표 4.2	wave number 와 위상 속도 .....	32
표 4.3	지간 거리 $L$ 에 따른 응답 비교 ( $\phi = 15^\circ$ , 가동상태).....	33
표 4.4	$\phi$ 와 $L$ 에 따른 진원과 지점 0 사이의 지점 개수.....	35
표 4.5	관로 내부 유체의 양에 따른 응답 비교 ( $\phi = 15^\circ, L = 18.29\text{m}$ ).....	38
표 4.6	유체 모델링에 따른 응답 비교 ( $\phi = 80^\circ, L = 18.29\text{m}, H=R+30\text{cm}$ )..	39

## 1. 서론

동일한 하부 구조(substructure)가 일정한 방식으로 연결이 되어서 전체 구조물을 이루는 구조물을 주기 구조물(periodic structure)로 정의 한다. 많은 구조물은 건설 비용을 절감하기 위하여 주기 구조물로 설계를 한다. 지상 무한 관로는 전형적인 주기 구조물이다. 이 외에도 주기 구조물에는 아파트, 단선 철로, 부교(pontoon bridge), 비행기 동체 등이 있다.

주기 구조물은 비주기 구조물과 달리 응답이 주파수대(band)를 이룬다. 처음의 저 주파수대는 정지-주파수대(stop-band)가 되고 주파수나 wave number 가 증가하면서 전달-주파수대(pass-band)가 나타난다. 이후로는 정지-주파수대와 전달-주파수대가 교대로 나타난다. 정지-주파수대에 속하는 주파수 또는 wave number 의 파는 전파 되지 못하고 곧 소실된다. 그러나 전달-주파수대의 파는 구조물 감쇠가 없다면 감소 없이 전파가 된다. 이 특성은 주기 구조물에 필터의 기능을 부여한다. 전달-주파수대와 구조물의 고유 진동수는 밀접한 관계가 있다(Yong 등, 1989). 구조물의 모든 고유 진동수는 전달-주파수대에 몰려 있고 각 전달-주파수대에 몰려 있는 고유 진동수의 개수는 경간의 개수와 일치한다. Mead(Mead, 1970)는 파-전달 기법을 이용하여 주기 구조를 이루고 있는 무한한 연속보의 각 전달-주파수대 경계에 있는 주파수와 연속보의 하부 구조에 해당하는 단경간 보의 고유 진동수 사이의 관계를 밝혔다. 주기 구조를 이루고 있는 무한한 연속보에서 첫번째 전달-주파수대의 왼쪽-경계 주파수(lower bounding frequency)는 단순 지지 되어 있는 단경간 보의 최저주파 고유 진동수(fundamental natural frequency)와 일치한다. 첫번째 전달-주파수대의 오른쪽-경계 주파수(upper bounding frequency)는 양 지점의 회전이 완전히 구속되어 있는 단경간 보의 최저주파 고유 진동수와 일치한다. 마찬가지로 n 번째 전달-주파수대의 왼쪽-경계 주파수와 오른쪽-경계 주파수는, 단순 지지 되어 있는

단경간 보의  $n$  번째 고유 진동수와 양 지점에서의 회전이 완전 구속되어 있는 단경간 보의  $n$  번째 고유 진동수와 각각 일치한다. 그러므로 주기 구조물의 각 주파수대 범위는 전체 구조물을 이루고 있는 하나의 하부 구조로부터 결정할 수 있게 된다.

주기 구조물을 해석하는 방법에는 몇 가지가 있다. 유한한 주기 구조물은 모드 해석법을 이용하여 해석할 수 있다(Engels 등, 1978). 그러나 구조물이 길어지고 경간의 개수가 많아지게 되면 보다 많은 모드가 해석에 포함되어야 하므로 계산이 만만치 않게 되고 경간의 개수가 충분히 많게 되면 이산화된 주요 모드는 존재하지 않으므로 이 방법을 지상 무한 관로에 적용하기는 어렵다. 그리고 경계 조건이 반드시 적용되어야 하는 유한한 구조물과 주기 유형이 변하는 부분 주기 구조물 (piecewise periodic structure)의 경우에는 전달행렬이 편하다. 전달행렬을 이용하면 모드 해석법과는 달리 고유 모드를 계산하지 않고 곧바로 응답함수를 구할 수 있으나 이 방법도 경간의 개수가 많아지게 되면 전달행렬이 수치적으로 불안해지는 문제가 발생한다. 반면에 무한하거나 반무한한 주기 구조물에는 파-전달 기법을 적용할 수 있다(Mead 1970). 경간의 개수가 많은 연속보의 경우 연속보를 길이가 무한히 긴 연속보로 보고 파-전달 기법을 이용하여 해석할 수 있다. 그러나 주기 구조물의 하부 구조들이 공유하는 자유도의 개수는 곧 이 구조물이 전달하는 파의 종류와 일치하게 되므로 공유된 자유도의 개수가 많으면 계산이 복잡해 질 뿐만 아니라 이 방법은 충분히 정량적이지 못하다. 그래서 길이가 긴 주기 구조물의 해석에는 전달행렬-파전달 기법을 적용하거나 유한요소-전달행렬-파전달 기법을 사용하여 왔다. 본 논문에서는 주기 구조를 이루고 있는 지상 무한 관로의 지진 응답 해석을 위해서 전달행렬 방법을 사용하여 충분히 정량적인 응답을 구하고 파-전달 기법을 도입하여 전달행렬의 수치적 불안정을 해결 한다(Lin 등, 1990).

관로를 이용한 유체의 안정된 수송은 매우 중요하다. 관로의 손상은 경제적 피해뿐만 아니라 관로가 수송하는 유체가 환경 친화적인 물질이 아닐 경우에 심각한 환경 오염 문제를 야기시킬 수 있다. 그리고 송유관이나 상수도관을 이용한 원유와 상수도의 수송 체계에 문제가 발생하면 인간의 일상 생활 자체가 불가능해진다. 따라서 관로 구조물은 심각한 하중에 대해서도 안전해야 한다. 지반 조건에 따라서 지진 하중의 효과가 중요하지 않은 경우도 있지만 지진 하중이 구조물 설계를 지배하는 경우에는 지진 하중이 관로의 설계와 해석에 반드시 포함되어야 한다.

지상 관로와 지중 매설 관로는 지진에 의한 거동이 다르므로 해석 방법 또한 다르다. 그리고 지상 관로는 일반 지상 구조물의 해석 기법과도 차이가 난다. 이런 차이점은 구조역학적 관점에서 볼 때 지상 관로가 일반 지상 구조물에 비하여 길이가 아주 길고 지점의 수가 매우 많기 때문에 발생한다. 이 차이점들은 지상 관로의 지진 해석에 반드시 고려되어야 한다.

먼저 지상 무한 관로 자체는 주기 구조를 이루는 무한한 연속 Euler-Bernoulli 보로 모델링 한다. 관로 내부의 유체는 가득 차 있을 경우와 가득 차 있지 않은 경우로 나누어서 고려한다. 먼저 유체가 가득 찬 경우에는 유체의 질량을 관로의 질량에 단순히 더한다. 그리고 유체가 가득 차 있지 않은 경우에는 Housner의 유체 모델링 방법과 뉴질랜드 국립 지진 공학회의 권고 사항을 결합하여 사각형 단면을 가진 수조 내부 유체 모델링 방법을 원형 단면의 관로 내부 유체에 적용하여 동압력을 구한다. 지진 지반 운동으로부터 발생하는 지상 관로 지점의 횡방향 변위는 Rayleigh 파로부터 정의한다(Lin 등, 1990). 지상 무한 관로의 지진 해석을 수행할 때 먼저 유체의 동압력을 고려한 전달행렬로부터 응답을 구하고자 하는 지점의 응답을 각 지점의 변위와 경계에서의 응답을 이용하여 정식화 한다. 그리고

무한 연속보 조건으로부터 변환행렬을 이용한 파-전달 기법을 사용하여 전달행렬의 수치적인 문제를 해결한다.

지진 지반 운동을 받는 지상 무한 관로의 지진 응답 해석을, 관로 내부 유체의 양과 지진파의 진행 방향 그리고 지간 거리를 변화 시키면서 수행하였다. 지반 운동의 파워 스펙트럼 밀도함수와 wave number 응답함수를 이용하여 모멘트에 대한 root mean square value(RMSV)를 구하였다. 관로 내부의 유체는 저주파수의 지반 운동에 크게 반응을 하고 관로 자체는 고주파수의 지반 운동에 대해서 민감한 거동을 한다. 지상 관로의 지간 거리가 짧을수록, 관로 내부의 유체 양이 적을수록 첫 번째 전달-주파수대는 고주파수대로 이동하고 반대의 경우에는 저주파대수로 옮겨 간다. 그리고 유체의 대류성분은 전체 응답에 큰 영향을 끼치지 못하지만, 자유수면이 있는 유체를 모델링 하지 않고 유체 전체를 충격성분으로 고려하면 과도한 응답이 구해진다.

## 2. 지상 무한 관로와 지반 운동 모델링

지진 지반 운동에 의한 지상 무한 관로의 지진 해석을 수행하기 위해서는 먼저 지상 무한 관로를 모델링 해야 한다. 다음으로 지진에 의한 지반 운동을 결정해서 지점의 변위를 정의해야 한다. 본 논문에서는 지상 무한 관로를 전단 변형을 무시한 연속 Euler-Bernoulli 보로 모델링 하고 지상 무한 관로를 지지하고 있는 지지대는 등간격  $L$  만큼 떨어져 있는 단순 지점으로 모델링 하였다. 그리고 지상 무한 관로를 구성하고 있는 하부 구조는 모두 동일한 물성치와 치수를 가지고 있는 것으로 가정하여 지상 무한 관로를 주기 구조물로 본다 (그림 2.1).

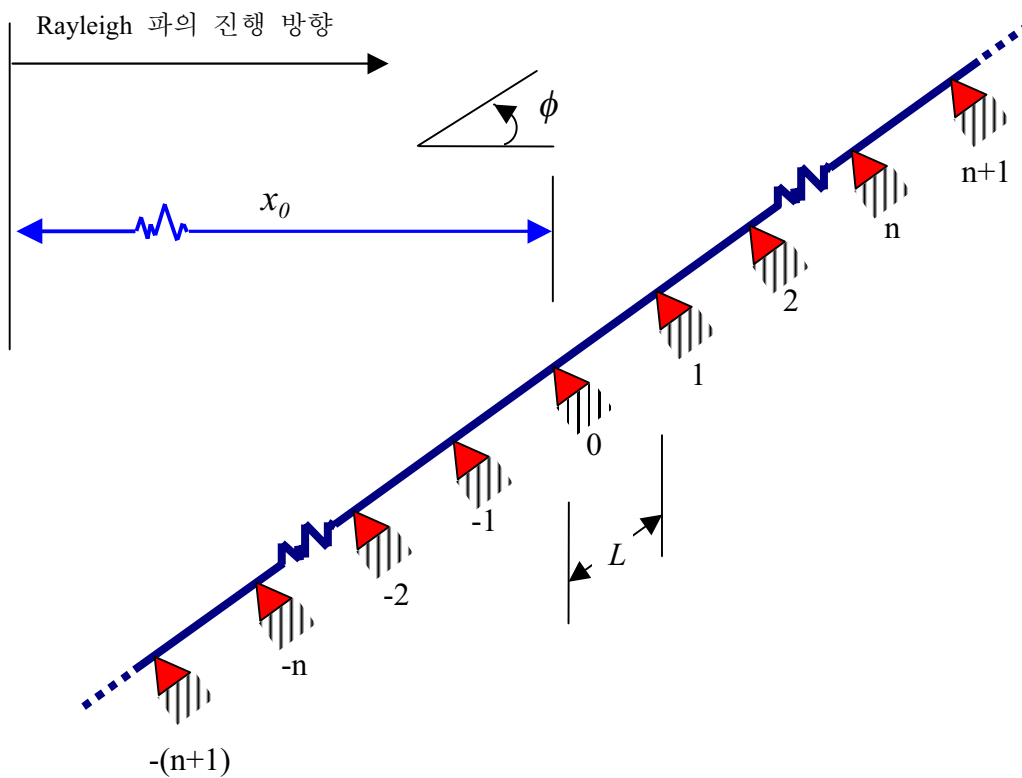


그림 2.1 지상 무한 관로와 지진파의 모델링

그림 2.1에서  $x_0$ 는 진원으로부터 응답을 구하는 지점까지의 거리이고  $\phi$ 는 지진 파와 관로가 이루는 각으로서 입사각으로 정의한다.

지상 무한 관로 내부의 유체는 관로가 가동중인 상태와 비가동 상태 두 가지 경우로 나눈다. 지상 관로가 가동중일 때에는 유체가 관로 내부를 가득 채워서 흐르고, 관로의 운전을 정지하여 내부에 자유 수면이 존재하는 경우에는 유체가 정지해 있고 관로 내부 유체의 양은 관로의 어느 곳이나 일정하다.

지진에 의한 지반 운동은 지점의 변위를 일으킨다. 이 지점의 변위를 통하여 지진 에너지가 지상 무한 관로에 전달이 된다. 이때 지반의 변위와 지점 사이의 상대 운동은 무시한다. 진원에서의 지진 강도와 진원에서 응답을 구하는 지상 관로까지의 거리, 지반 조건 등으로부터 지점의 변위를 정의한다.

## 2.1 지상 무한 관로 모델링

지상 관로를 지지하는 형식에는 두 가지가 있다. 지반 조건이 비교적 좋은 곳에서는 일반적으로 성토지지 형식을 택한다 (그림 2.2).

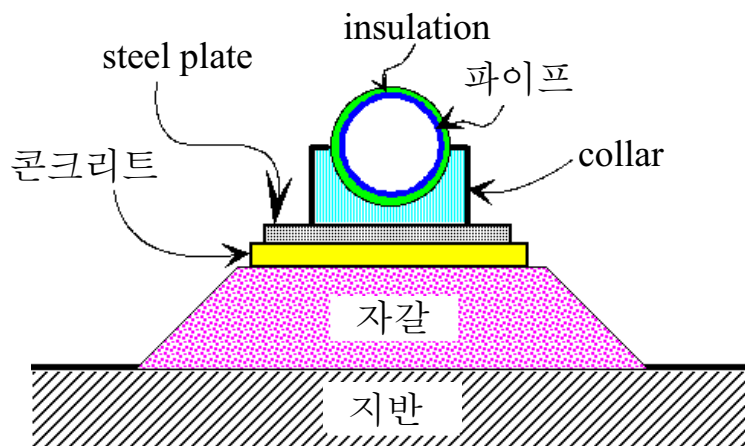


그림 2.2 지상 관로의 성토지지

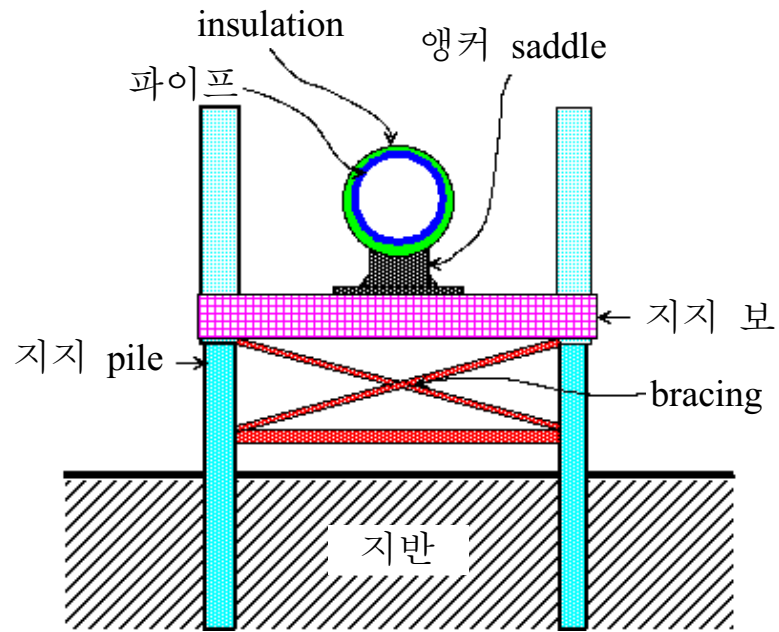


그림 2.3 지상 관로의 앵커형 말뚝지지

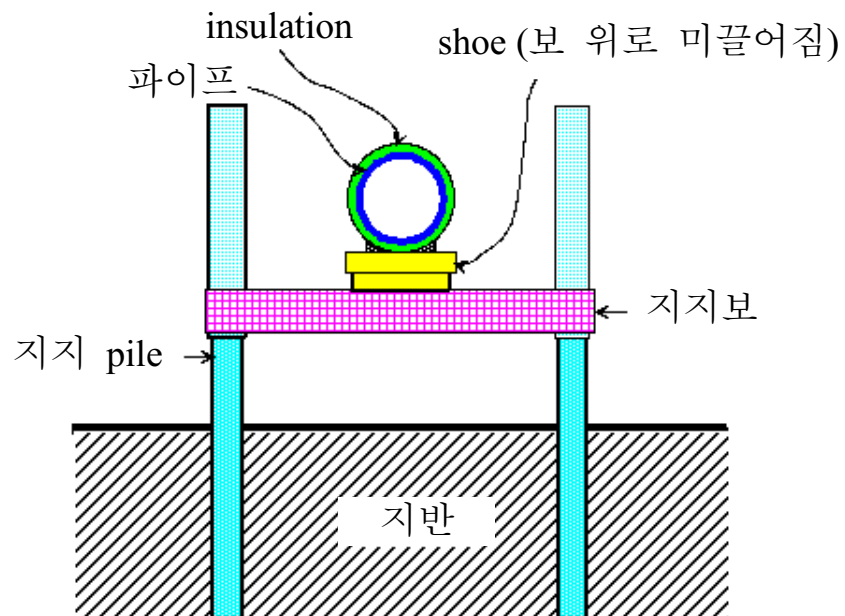


그림 2.4 지상 관로의 slip 형 말뚝지지



이와 달리 지반 조건이 불리한 경우에는 말뚝지지 형식을 적용한다. 말뚝지지 형식은 다시 앵커형 말뚝지지 형식과 slip 형 말뚝지지 형식으로 나뉜다 (그림 2.3 과 2.4). 앵커형 말뚝지지 형식에서는 말뚝과 관로가 일체로 거동을 하므로 지지 말뚝과 관로 사이에는 상대 변위가 발생하지 않는다. 그러나 slip 형 말뚝지지 형식에서는 지상 관로와 지지보(support beam)가 고정되어 있지 않고 지상 관로가 지지보위를 어느 정도 미끄러질 수 있게 되어 있으므로 지지 말뚝과 관로 사이에는 상대 변위가 발생하게 된다. 실제로 Trans-Alyeska 관로의 지상 관로 부분에서는 두 앵커형 지지 말뚝 사이에 여러 개의 slip 형 지지 말뚝을 설치했다. 앵커형 지지 말뚝은 관로의 선형을 유지하는 역할을 하고 slip 형 지지 말뚝은 열팽창과 축방향 지반 운동에 의한 관로의 축방향 변형으로부터 지상 관로를 보호하는 기능을 한다. 그런데 이 slip 형 지지 말뚝은 지진 지반 운동에 의한 지상 관로의 응답 해석에서 지지 말뚝과 지상 관로 사이의 마찰 미끄러짐으로 인하여 비선형 문제를 발생시킨다 (Anderson 등 1976). 본 논문에서는 지상 무한 관로의 모든 말뚝지지 형식이 앵커 말뚝지지 형식인 것으로 보아서 지지 말뚝과 관로 사이의 상대 변위가 없는 선형 문제로 정식화 한다.

정리하면 지상 무한 관로의 지진 응답 해석을 위한 모델링에서 지상 무한 관로 자체는 전단 변형을 무시한 연속 Euler-Bernoulli 보로 모델링 하고 이 무한한 연속보는 주기 구조를 이룬다. 그리고 지상 무한 관로의 지지 형식은 모두 앵커형 말뚝지지 형식이고 지지 말뚝들은 서로 등간격  $L$  만큼 떨어져 있는 단순 지점으로 모델링 한다(그림 2.5).

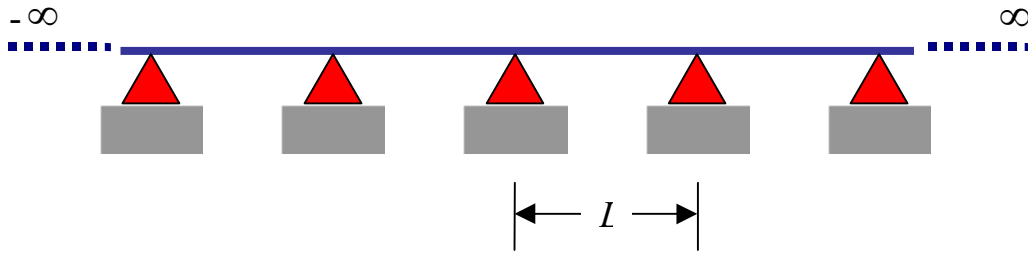


그림 2.5 지상 무한 관로의 모델링

## 2.2 관로 내부 유체 모델링

실제 유체는 점성과 압축성을 가지고 있다. 그러나 지진 지반 운동에 의한 유체의 운동에서 점성의 영향은 구조물과 인접한 영역에 제한이 되어 있으므로 유체의 점성이 유체의 전체 거동에 미치는 영향은 작다. 그리고 유체의 압축성은 지진에 의한 수직 지반 운동이거나 유체의 깊이가 깊은 경우(15m 이상)를 제외하고는 무시할 수 있는 것으로 알려져 있다. 본 논문에서는 관로 내부의 유체를 비점성 비압축성의 이상 유체로 가정을 한다. 관로 내부의 유체는 자중에 의한 압축이 무시할 수 있을 정도로 작으므로 비압축성 유체의 조건은 합리적이다. 비점성 비압축성의 조건을 만족시키는 관로 내부의 유체가 비회전류일 경우 유체는 속도 포텐셜을 가지게 된다. 여기서, 관로를 가동하지 않고 있을 때 유체는 관로 내부에 정지해 있고 이 경우 관로의 전길이에 대해서 유체의 양이 일정하다고 본다. 이것은 지상 무한 관로가 주기 구조물이 되기 위한 필요조건이다.

### 2.2.1 Housner 유체 모델링

지진에 의해서 수조에 발생하는 유체의 동압력을 수학적으로 엄밀하게 결정하는 것은 아주 복잡하다. Housner 는 바닥이 평평하고 수직으로 향하는 수조 내부의

유체에 대해서 공학적으로 충분히 정확한 결과를 얻을 수 있는 근사화된 방법을 제시하였다(Housner, 1957). 그런데 Housner 유체 모델링 방법을 바닥이 평평하지도 않으며 수평 방향으로 진행되는 지상 무한 관로 구조물에 바로 적용하는 것은 어렵다. 뉴질랜드 국립 지진 공학회의 권고 사항에서는 수평 원통형 수조를 등가의 사각형 수조로 치환하여 유체 동압력을 계산한다. 이를 이용하여 사각형 수조에 적용한 Housner의 유체 모델링 방법을 원형 단면의 지상 무한 관로에 적용한다.

Housner의 유체 모델링은 수조 벽체의 상대 변위를 고려하지 않고 유체의 동압력을 산출하는 가장 간단한 방법 중의 하나이다. 그리고 수평 지진 하중을 받는 수조 구조물 내부의 유체를 등가의 질량과 스프링으로 모델링 하여 액체인 유체를 등가의 고체로 나타내게 되면 유체가 수조 구조물에 끼치는 영향을 직관적이고 가시적으로 알 수 있게 된다. Housner의 유체 모델링은 수평 지진 하중에 의한 수조 내부의 유체 동압력을 두 성분으로 분류하고 독립적으로 평가한다. 질량  $m_f$ 의 유체를 포함하고 있는 수조가 수평 방향 가속도를 받으면 수조 내부 유체 중 일부는 수조와 일체로 거동하는 질량  $m_i$ 의 고체로 모델링 할 수 있다.  $m_i$ 는 수조의 가속도에 직접 비례하는 힘을 수조 벽면에 가하게 되고 벽면에 가하게 되는 이 힘의 합력  $P_i$ 를 충격성분으로 정의를 한다. 또한 수조의 가속도는 유체의 진동을 일으키고 이 유체의 흔들림은 충격성분과 마찬가지로 수조의 벽면과 바닥에 힘과 모멘트를 발생시킨다.  $m_f$  중에서 유체의 흔들림에 기여하는 질량  $m_c$ 는 벽체와 상대 변위를 가지면서 움직이는 고체로 모델링 할 수 있다. 수조가 이번에도 강체라고 가정을 해서  $m_c$ 의 상대 변위를 구하고 이로부터 유체 자유 수면의 변위 (sloshing height) 그리고 벽면과 바닥에 작용하는 힘과 모멘트를 구한다. 벽면

과의 상대 변위로 인해  $m_c$ 가 벽체에 가하는 힘  $P_c$ 를 대류성분으로 정의한다.

### 2.2.2 유체의 충격성분과 대류성분

수조 단면의 폭을  $z$ 방향, 깊이를  $y$ 방향 그리고 수조의 길이를  $x$ 방향으로 잡았을 때 수조의 벽면이 지진 지반 운동으로 인하여  $z$ 방향으로 충격 가속도  $\dot{w}_0$ 를 받으면 유체는  $z$ 방향과  $y$ 방향으로  $\dot{w}$ 과  $\dot{v}$ 의 가속도를 받고  $x$ 방향으로는  $\dot{u}$ 의 가속도를 받는다 (그림 2.6). 사각형 단면의 수조에서는  $\dot{u}$ 가 영이 되고 수직 원통형 수조에서도  $\dot{w}$ 에 대한  $\dot{u}$ 의 비가 정확히 영이거나 무시할 수 있을 정도로 작다. 이것은 물리적으로  $dx$ 간격으로 위치한 얇은 수직의 membrane에 의해서 유체가 구속되어 있다고 보는 것과 동일하다. 사각형 수조가  $z$ 방향 가속도를 받을 때 수조의 단위 길이에 대해서 유체의 충격 성분을 구한다.

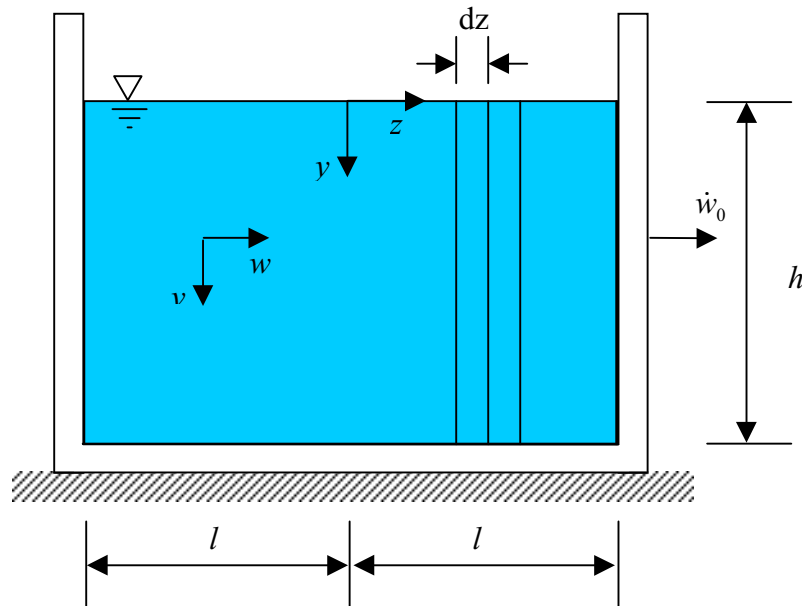


그림 2.6 유체 충격성분 모델링

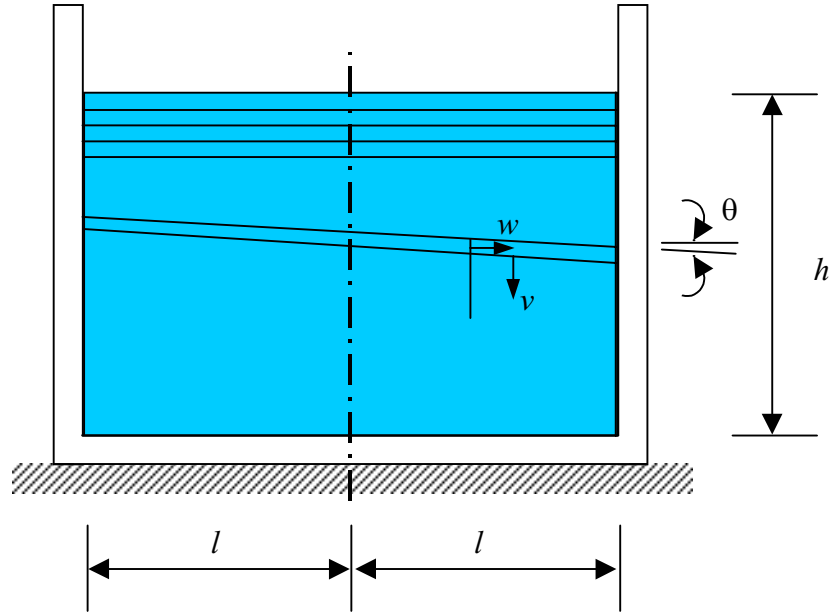


그림 2.7 유체 대류성분 모델링

유체의 대류성분을 구하기 위해서는 유체를 자유롭게 회전하는 수평의 membrane 으로 나눈다 (그림 2.7). 유체의 유속으로부터 운동에너지와 위치에너지를 구한 후에 Hamilton 정리를 적용하여 유체의 자유 진동에 대한 방정식과 유체의 첫번째 모드에 대한 고유 진동수를 얻는다.

그림 2.6 으로부터 유체의 충격성분 질량과 이 질량의 바닥면으로부터의 거리  $h_i$  를 구한다. 그림 2.7 로부터 유체 대류성분의 질량과 이 질량의 바닥면으로부터의 거리  $h_c$ , 탄성계수  $k$  와 고유 진동수  $\omega_n$  를 구하게 된다. 충격성분과 대류성분 질량의 거리는 수조 바닥면에 작용하는 유체 동압력을 고려한 경우와 고려하지 않은 경우 두 가지가 있다. 여기서 바닥면 유체 동압력을 고려하면 수조의 전도 모멘트를 구하고 바닥면 유체 동압력을 포함하지 않으면 수조의 힘 모멘트를 구한다.

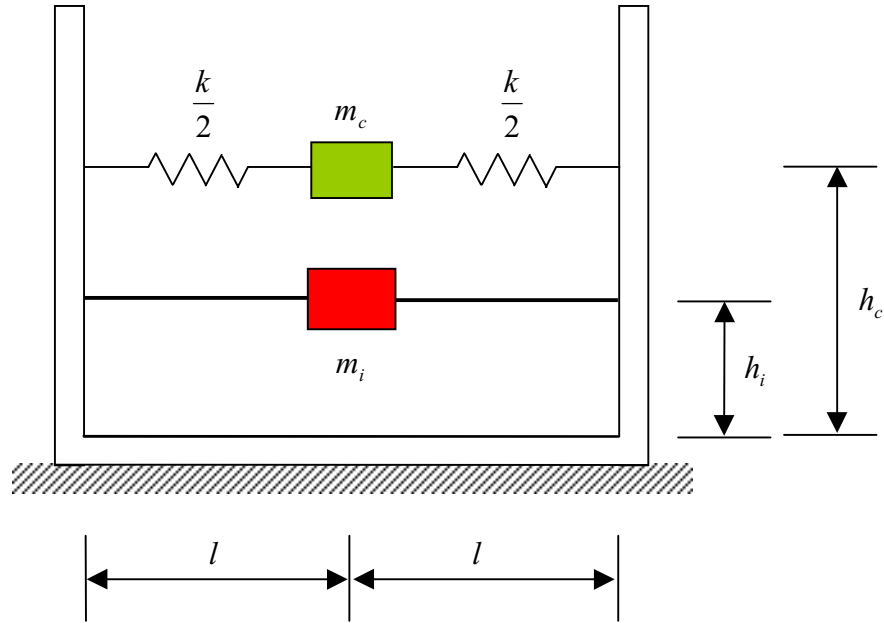


그림 2.8 Housner 유체 모델링

이제 사각형 수조가 수평 지반 가속도를 받을 때 수조 내부의 유체를 Housner 방법을 사용하여 나타낼 수 있다 (그림 2.8).

$$m_i = m_f \frac{\tanh\left(\sqrt{3} \frac{l}{h}\right)}{\sqrt{3} \frac{l}{h}} \quad (2.1)$$

$$m_c = m_f \left[ \frac{1}{3} \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{l}{h} \tanh\left(\sqrt{\frac{5}{2}} \frac{h}{l}\right) \right] \quad (2.2)$$

$$k = 3 \frac{m_c^2}{m_f} \frac{gh}{l^2} \quad (2.3)$$

$$\omega_n^2 = \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{g}{l} \tanh\left(\sqrt{\frac{5}{2}} \frac{h}{l}\right) \quad (2.4)$$

위의 네 식에서  $l$ 은 수조 폭의 반을 나타낸다.

### 2.2.3 관로 내부 유체 모델링

수평 가속도를 받는 사각형 수조 내부의 유체 모델링 방법을 미소 길이의 원형 관로 내부에 있는 유체에 적용을 해야 한다. 이 경우 자유 수면이 존재하는 비가동 상태의 관로는 휨변형을 일으킨 후에도 유체의 관로 길이 방향 이동은 없는 것으로 가정을 한다. 지상 무한 관로를 연속 Euler-Bernoulli 보로 모델링 하였으므로 유체 동압력의 수평 방향 합력만이 의미가 있게 된다. 이 합력이 관로의 도심에 작용하지 않으면 관로에는 그 편심에 해당하는 비틀 모멘트가 작용하게 되는데, 관로 구조물이 비틀림으로 손상을 입는 경우는 아주 드물고 휨변형과의 상호작용이 작은 것으로 보고 본 논문에서는 관로의 비틀림은 무시한다.

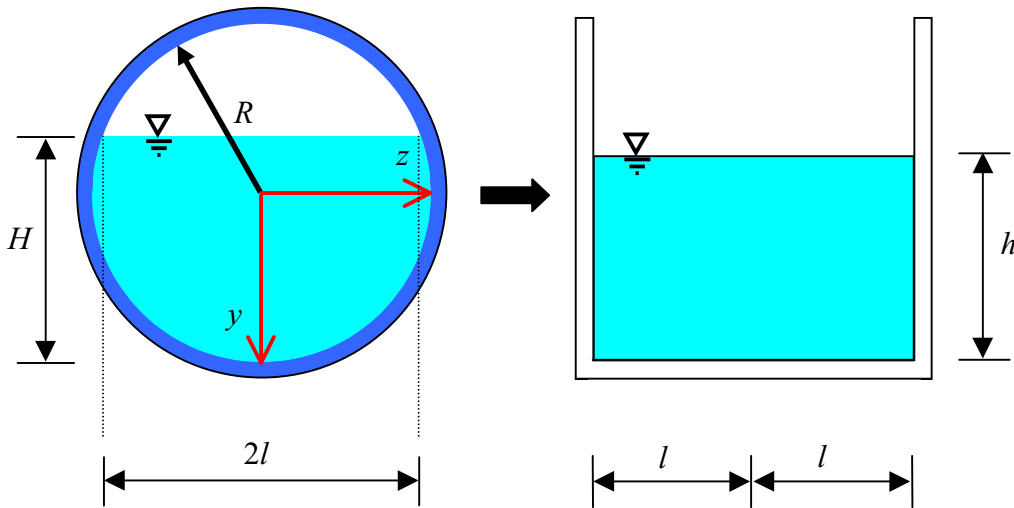


그림 2.9 자유수면이 있는 관로 내부 유체 모델링

뉴질랜드 국립 지진 공학회의 권고 사항에 따르면  $H/R$ 이 0.5~1.6의 범위에 있을 때에는 원형 단면을 등가의 사각형 단면으로 치환을 한다 (그림 2.9).  $H/R$ 이 1.6보다 크면 모든 유체를 충격성분으로 보고 이 질량이 관로의 도심에 위치하는 것으로 본다. 치환된 사각형 관로의 폭  $2l$ 은 원형 관로의 자유 수면의 폭과 같게 하고 유체의 깊이  $h$ 는 원형 관로와 유체의 양이 동일하게 되도록 결정을 한다.

Housner 유체 모델링은 충격성분 질량에 지진 응답 스펙트럼에서 주기  $T=0$ 일 때의 수도 가속도(최대 지반 가속도)를 곱해서 수평 방향으로 가하는 최대 힘을 구한다. 고유주기  $T_n$ 와 감쇠비를 이용하여 지진 응답 스펙트럼으로부터 대류성분의 최대 상대 변위를 구하고 최대 상대 변위에 탄성계수를 곱함으로써 대류성분의 최대 수평력을 구한다. 충격성분과 대류성분에 의해 발생하는 최대 수평력의 절댓값을 바닥면 바로 위에 작용하는 최대 전단력으로 평가를 한다. 지반 가속도가 최대인 순간에 구조물의 최대 변형이 발생하는 것은 아니지만 이 방법은 설계 목적에 맞다. 본 논문에서는 관로 내부 유체의 충격성분에 의한 동압력  $P_i$ 는 충격성분의 질량에 관로의 가속도를 곱해서 구하고, 대류성분이 기여하는 유체 동압력  $P_c$ 는 대류성분을 관로에 대한 단자유도계 구조물로 두고 구한 상대 변위에 대류성분 탄성계수를 곱함으로써 구한다.

$$P_i = m_i \omega^2 w \quad (2.5)$$

$$P_c = C_c m_c \omega^2 w \quad (2.6)$$

식 (2.6)에서  $C_c = 3 \frac{m_c}{m_f} \frac{gh}{l^2} \frac{1}{\omega_n^2(1+i\eta) - \omega^2}$ 이다.  $C_c$ 는 상수가 아니고 관로의 진동수에 대한 함수가 된다.  $\eta$ 는 유체 구조 감쇠 계수로서 점성 감쇠비의 2 배를



사용한다.

## 2.3 지반 운동 모델링

### 2.3.1 Rayleigh 파에 의한 지반 운동

지진으로 인한 지반 운동에는 지반 파괴, 지반의 용기와 함몰 그리고 지반의 진동 운동이 있다. 지반 파괴는 단층, 산사태, 액상화, 고밀도화, 지반 균열 등으로 구성이 된다. 관로 구조물은 길이가 길므로 일반 구조물이 피할 수 있는 활성 단층, 액상화 지역을 가로지르는 경우가 허다하다. 그러나 지표에 위치한 대부분의 구조물은 지진으로 인한 지반 진동으로부터 가장 큰 손상을 입는다. 지진이 발생하면 지진파는 지각을 통해서 전파가 되고 진원 부근 수백 제곱 킬로미터에 강한 지반 진동을 수반한다. 일반적으로 지반 운동은 진원 부근에서 강도가 가장 크고 이로부터 거리가 멀어짐에 따라 감소하게 된다. 본 논문에서는 지반 진동을 다룬다.

지진의 크기와 위치, 종류 그리고 지질 조건에 따라서 지반 운동의 크기, 주파수 성분, 진동의 지속시간으로 정의되는 지진의 특성이 결정이 된다. 그러나 지진이 생성되고 파가 전달되는 과정은 매우 복잡하고 현재로서도 명확하지 않다. 그래서 지진으로 인한 지반 운동을 모사하는 이론적인 접근보다는 기록된 강진 운동 자료로부터 이끌어낸 경험적인 방법이 고려되기도 한다.

지반 운동은 지진이 발생하는 동안에 생성되는 두 종류의 서로 다른 형태의 지진파로 구성이 된다. 체적파는 P 파와 S 파로 구성이 되고 주요한 표면파에는 Love 파와 Rayleigh 파가 있다. P 파와 Rayleigh 파는 파의 진행 방향과 진동 방향이 일치하므로 매질에 압축과 인장을 가하는 횡파가 된다. S 파와 Love 파는 파의 진행 방향과 진동방향이 직교하는 종파이다. 동일한 진동수에 대하여 종파보다 횡파의

파장이 길므로 P 파와 Rayleigh 파의 속도가 S 파와 Love 파보다 빠르게 된다.

$$c = \frac{\omega\lambda}{2\pi} \quad (2.7)$$

식 (2.7)에서  $c$ 는 파의 속도,  $\omega$ 는 주파수(rad/sec) 그리고  $\lambda$ 는 파장이다. 표면파는 체적파에 비해 거리에 따른 감소가 적고 Rayleigh 파에 의한 지반 변위는 체적파에 의한 지반 변위보다 훨씬 크다. 대부분의 구조물은 지표 부근에 위치하고 있으므로 Rayleigh 파를 알맞게 모델링 하여 지진 응답 해석을 하는 것이 필요하다.

지중 매질 관로는 관로가 지반과 거의 동일한 곡률과 축방향 변형을 일으킴으로써 지진 운동에 응답을 하지만 지상 관로는 일반 지상 구조물과 마찬가지로 구조물 자체의 동적 특성이 응답에 큰 영향을 끼친다.

지반 운동은 직교하는 수평 2 방향 지반 운동과 수직 방향 지반 운동의 세 성분으로 구성되는데, 수평 2 방향 지반 운동에서 지상 관로와 일치하는 방향의 지반 운동은 관로에 축력과 좌굴을 발생시키고 관로에 수직한 지반 운동은 휨을 발생시킨다. 일반적으로 수직 지반 운동에 의해 발생하는 관로의 응력은 상대적으로 작으므로 지상 관로에서는 수평 방향 휨 변형이 주된 관심사가 된다. 각 지점의 변위는 진원에서의 지진의 강도와 거리에 따른 진폭의 감소와 위상 변화로써 나타내는 것이 합리적이다. 진원이 관로에서 응답을 구하고자 하는 지점과 충분히 멀리 떨어져 있을 경우에 관로의 휨 변형을 일으키는, 관로 진행 방향에 수직한 수평 지반 운동을 Lin은 Rayleigh 파로 모델링하였다(Lin 등, 1990).

$$G(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\gamma x} e^{-ik(x-ct)} dZ(k) \quad (2.8)$$

식 (2.8)에서  $G$ 는 지진으로 인한 지반 변위이고  $k$ 는 wave number로서  $x=0$ (진원)에서  $k$ 에 대응하는 파는  $|dZ(k)|$ 의 크기를 가진다.  $k$ 는 주파수  $\omega$

를 속도  $c$ 로 나눈 값이다. 그리고 이 값은 파장  $\lambda$ 의 역수에  $2\pi$ 를 곱한 값으로서  $k$ 에 거리를 곱한 항은 위상각의 차이가 된다.

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.9)$$

$\gamma$ 는 거리에 따른 감쇠 계수이다.  $\gamma$ 는  $k$ 의 함수로서 고주파의 지진파가 저주파의 지진파에 비해서 빨리 소실되게 하는 역할을 한다.

### 3. 전달행렬과 변환행렬을 이용한 지진 해석

지상 무한 관로는 주기 구조물이므로 전달행렬을 이용하여 해석을 수행한다. 전달행렬 방법은 경계 조건이 반드시 필요한데 관로가 길어져서 경간의 개수가 증가하게 되면 전달행렬이 수치적으로 불안정하게 되므로 경계조건을 적용하는 것이 어렵다. 이 때는 수치적 안정을 피하기 위하여 변환행렬을 이용하여 파-전달 기법을 도입한다. 지상 무한 관로에서 지반 조건이 균일하여 진원에서 가장 가까운 지점(기준 지점)을 기준으로 좌우 대칭인 위치에 있는 지점의 변위가 동일하다고 가정하면, 기준 지점을 고정단으로 보고 한 쪽 방향의 관로만 응답 해석에 고려할 수 있다. 그리고 응답을 구하고자 하는 지점은 고정단으로 치환된 기준 지점의 영향을 무시할 수 있는 것으로 본다. 경계조건을 고려해야 하면 유한 구조물이고 경계조건을 무시할 수 있으면 무한 구조물이 된다.

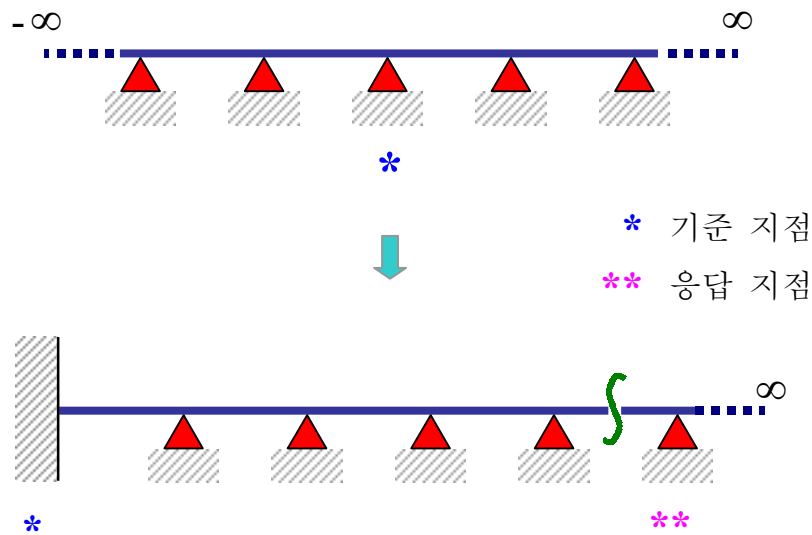


그림 3.1 지상 무한 관로와 지반의 균질성

### 3.1 전달행렬을 이용한 응답의 정식화

#### 3.1.1 보의 state 벡터와 전달행렬

선형 탄성 구조계의 한 위치에서의 변위와 변위에 대응하는 내력으로 구성되는 벡터를 state 벡터로 정의한다. 그리고 서로 다른 두 위치에서의 state 벡터는 전달행렬로 연결이 된다. State 벡터에서 변위 벡터는 위쪽에 내력 벡터는 아래쪽에 위치하고 대응하는 변위와 내력은 중앙을 기준으로 대칭인 위치에 있게 된다.

$$\mathbf{Z}_n = \begin{Bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{f} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{Z}_{n+1} = \mathbf{F}\mathbf{Z}_n \quad (3.2)$$

$\mathbf{Z}_n, \mathbf{Z}_{n+1}$ : 지점  $n, n+1$  의 state 벡터

$\mathbf{w}, \mathbf{f}$ : 변위 벡터, 내력 벡터

$\mathbf{F}$ : 전달 행렬

전달행렬의 행렬식은 항상 1 이므로 전달행렬의 역행렬은 항상 존재한다. 그리고 오른쪽 위에서 왼쪽 아래를 향하는 대각선을 기준으로 대칭인 위치에 있는 전달행렬의 원소는 같은 값이다. 이 특성은 state 벡터에서 변위와 이에 대응하는 내력이 중앙을 기준으로 대칭인 위치에 있기 때문이다. 전달행렬의 고유치는 파-전달과 밀접한 관계가 있다. 전달행렬에서 고유치  $\lambda_i$ 가 존재하면 그 역수도 항상 고유치가 되는데 이 성질은 파가 양방향으로 진행하는 것과 관계가 있다. 또한 전달행렬의 고유치는 전파되는 파의 진폭과 위상의 변화를 나타낸다. 식 (2.5)와 (2.6)에서 구한 유체의 동압력을 고려하여 Euler-Bernoulli의 이웃한 두 지점의 state 벡터를 연결하는 전달행렬을 구하면 파-전달 기법을 적용할 때 지점에서의 파만 고려하고 경간 내부의 복잡한 파 거동은 고려하지 않아도 되는 이점이 있다.

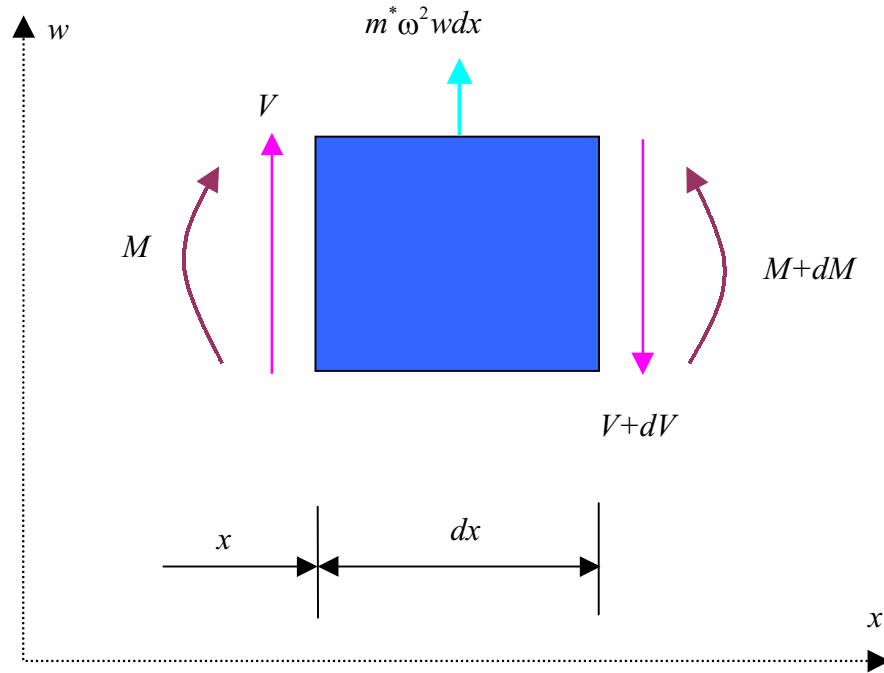


그림 3.2 유체의 동압력을 고려한 보의 미소요소의 자유 물체도

그림 3.2의 보의 미소길이  $dx$ 에 대한 자유 물체도에서 모멘트와 전단 평형, 보의 곡률과 모멘트 관계식을 적용하여 지배 방정식을 구한다.

$$\frac{dV}{dx} = m^* \omega^2 w \quad (3.3)$$

$$\frac{dM}{dx} = V \quad (3.4)$$

식 (3.3)에서  $m^* = m_p + m_i + C_c m_c$ 이다.  $m_p$ ,  $m_i$ ,  $m_c$ 는 각각 관로 자체의 단위 길이당 질량, 유체 충격성분의 단위길이당 질량, 유체 대류성분의 단위길이당 질량을 나타내고  $C_c$ 는 식 (2.6)에서 정의가 되었다. 위의 두 식 (3.3)과 (3.4)에 보의

곡률-모멘트 관계식을 적용하여 구한 지배 방정식은 다음과 같다.

$$EI \frac{d^4 w}{dx^4} - m^* \omega^2 w = 0 \quad (3.5)$$

$w = ce^{\varepsilon x}$  를 대입하고 식 (3.5)를 정리하여 특성 방정식을 유도한다.

$$(EI\varepsilon^4 - m^* \omega^2) ce^{\varepsilon x} = 0 \quad (3.6)$$

식 (3.6)은  $c = 0$  이외의 해를 가져야 하므로 식 (3.7)을 만족시켜야 한다.

$$EI\varepsilon^4 - m^* \omega^2 = 0 \quad (3.7)$$

위 식에서  $\sigma^4 = \frac{m^* \omega^2}{EI}$  로 치환한다.  $\varepsilon$ 의 두 실수에 해당하는  $w$ 는  $\cosh \sigma x$ 와  $\sinh \sigma x$ 로 나타내고 두 복소수에 대응하는  $w$ 는  $\cos \sigma x$ 와  $\sin \sigma x$ 로 나타내어 중첩을 시킨다.

$$w = A_1 \cosh \sigma x + A_2 \sinh \sigma x + A_3 \cos \sigma x + A_4 \sin \sigma x \quad (3.8)$$

식 (3.8)의  $w$ 를 이용하여 회전각  $\theta$ , 모멘트  $M$ , 전단력  $V$ 를 구한 후에  $w$ ,  $\theta$ ,  $M$ ,  $V$ 를 행렬 형태로 정리한다.

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \cosh \sigma x & \sinh \sigma x & \cos \sigma x & \sin \sigma x \\ \sigma \sinh \sigma x & \sigma \cosh \sigma x & -\sigma \sin \sigma x & \sigma \cos \sigma x \\ EI\sigma^2 \cosh \sigma x & EI\sigma^2 \sinh \sigma x & -EI\sigma^2 \cos \sigma x & -EI\sigma^2 \sin \sigma x \\ EI\sigma^3 \sinh \sigma x & EI\sigma^3 \cosh \sigma x & EI\sigma^3 \sin \sigma x & -EI\sigma^3 \cos \sigma x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

식 (3.9)에서  $\mathbf{Z}$ 는 보의 state 벡터로서  $\mathbf{Z} = [w \ \theta \ M \ V]^T$ 이다. 식 (3.9)의 네 미지 계수  $A_1, A_2, A_3, A_4$ 는 한 지점의 state 벡터를 경계 조건으로 사용하여 구한다. 식 (3.9)에  $x = 0$ 을 대입하고 이 때의 state 벡터를  $\mathbf{Z}_n$ 이라고 한다.

$$\mathbf{Z}_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 & \sigma \\ EI\sigma^2 & 0 & -EI\sigma^2 & 0 \\ 0 & EI\sigma^3 & 0 & -EI\sigma^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

식 (3.10)을 이용하여 네 미지 계수를  $\mathbf{Z}_n$ 에 관해서 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2EI\sigma^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\sigma} & 0 & \frac{1}{2EI\sigma^3} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2EI\sigma^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2\sigma} & 0 & -\frac{1}{2EI\sigma^3} \end{bmatrix} \mathbf{Z}_n \quad (3.11)$$

식 (3.11)에서 구한 미지 계수를 식 (3.9)에 대입한다. 그리고 지간 거리  $x=L$  을 대입한 state 벡터를  $\mathbf{Z}_{n+1}$  이라고 두면 이웃한 두 지점의 state 벡터  $\mathbf{Z}_n$  과  $\mathbf{Z}_{n+1}$  를 연결하는 전달 행렬  $\mathbf{F}$  를 구할 수 있게 된다.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} C_0 & S_1 & \frac{C_2}{EI} & \frac{S_3}{EI} \\ \sigma^4 S_3 & C_0 & \frac{S_1}{EI} & \frac{C_2}{EI} \\ \sigma^4 EIC_2 & \sigma^4 EIS_3 & C_0 & S_1 \\ \sigma^4 EIS_1 & \sigma^4 EIC_2 & \sigma^4 S_3 & C_0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$C_0 = \frac{\cosh \sigma L + \cos \sigma L}{2}, \quad C_2 = \frac{\cosh \sigma L - \cos \sigma L}{2\sigma^2}$$

$$S_1 = \frac{\sinh \sigma L + \sin \sigma L}{2\sigma}, \quad S_3 = \frac{\sinh \sigma L - \sin \sigma L}{2\sigma^3}$$



### 3.1.2 응답의 정식화

전달행렬  $\mathbf{F}$ 를 이용하여 주기 구조를 이루는 연속보에서 이웃한 두 지점의 state 벡터  $\mathbf{Z}_n$ 과  $\mathbf{Z}_{n+1}$ 를 간단히 나타낼 수 있다. 단  $\mathbf{Z}_n = [w_n \ \theta_n \ M_n \ V_n]^T$ 로 나타낸다.

$$\mathbf{Z}_{n+1} = \mathbf{F}\mathbf{Z}_n \quad (3.13)$$

마찬가지로 전달행렬  $\mathbf{F}$ 를 이용하여 주기 구조를 이루고 있는 연속보의  $i$ 번째 지점과  $j$ 번째 지점의 state 벡터  $\mathbf{Z}_i$ 와  $\mathbf{Z}_j$ 사이의 관계식도 쉽게 구할 수 있다.

$$\mathbf{Z}_j = \mathbf{F}^{j-i}\mathbf{Z}_i \quad (3.14)$$

지진 지반 운동을 받는 연속보에서 각 지점의 변위는 입력이 된다. 그리고 지점에서는 전단력이 불연속이다. 식 (3.13)을 전개한 후 첫번째 식에서 전단력 항을 처짐, 회전각, 모멘트에 관해서 나타내고 이것을 두 번째, 세 번째 식에 대입을 하여 전단력을 소거한다. 정리를 하면 식 (3.17)과 같이 된다.

$$w_{n+1} = f_{11}w_n + [f_{12} \ f_{13}] \begin{Bmatrix} \theta_n \\ M_n \end{Bmatrix} + f_{14}V_n \quad (3.15)$$

$$\begin{Bmatrix} \theta_{n+1} \\ M_{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{21} \\ f_{31} \end{Bmatrix} w_n + \begin{bmatrix} f_{22} & f_{23} \\ f_{32} & f_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_n \\ M_n \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_{24} \\ f_{34} \end{Bmatrix} V_n \quad (3.16)$$

식 (3.15)와 (3.16)에서  $f_{ij}$ 는 전달행렬  $\mathbf{F}$ 의  $(i, j)$ 원소이다.

$$\mathbf{Y}_{n+1} = \mathbf{T}\mathbf{Y}_n + \mathbf{L}w_n + \mathbf{R}w_{n+1} \quad (3.17)$$

식 (3.17)에서  $\mathbf{Y}_n = [\theta_n \ M_n]^T$ 이고  $\mathbf{T}$ 는 회전각과 모멘트로 구성이 된 state 벡터에 대한 새로운 전달행렬이 되고 앞에서 언급한 전달행렬의 특성을 모두 가진

다. 그리고  $\mathbf{L}$  과  $\mathbf{R}$  은 전달행렬  $\mathbf{F}$  로부터 구해지는 벡터이다.

$$\mathbf{T} = [t_{ij}] = \begin{bmatrix} f_{22} - \frac{f_{24}f_{12}}{f_{14}} & f_{23} - \frac{f_{24}f_{13}}{f_{14}} \\ f_{32} - \frac{f_{34}f_{12}}{f_{14}} & f_{33} - \frac{f_{34}f_{13}}{f_{14}} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{L} = \{l_i\}^T = \left\{ f_{21} - \frac{f_{24}f_{11}}{f_{14}} \quad f_{31} - \frac{f_{34}f_{11}}{f_{14}} \right\}^T \quad (3.19)$$

$$\mathbf{R} = \{r_i\}^T = \left\{ \frac{f_{24}}{f_{14}} \quad \frac{f_{34}}{f_{14}} \right\}^T \quad (3.20)$$

식 (3.17)의 점화식을 이용하여 관심의 대상이 되는 지점의 응답을 경계에서의 응답과 지점의 변위에 대하여 나타낼 수 있다 (그림 3.3).

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{T}^N \mathbf{Y}_{-N} + \sum_{n=1}^N \mathbf{T}^{n-1} (\mathbf{L}w_{-n} + \mathbf{R}w_{-n+1}) \quad (3.21)$$

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{T}^{-\infty} \mathbf{Y}_{\infty} + \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{T}^{-n} (\mathbf{L}w_{n-1} + \mathbf{R}w_n) \quad (3.22)$$

식 (3.21)과 식(3.22)은 직접 계산할 수가 없다. 그래서 state 벡터를 wave 벡터로 변환을 하여 파-전달 기법을 이용하게 된다.

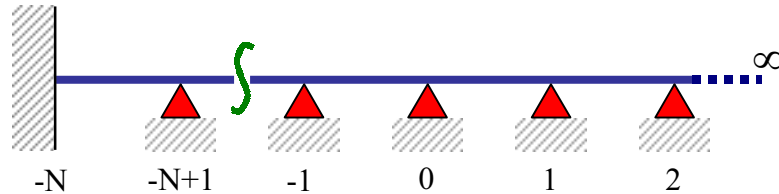


그림 3.3 응답의 정식화를 위한 지상 무한 관로 모델링

## 3.2 Wave 벡터와 변환행렬

### 3.2.1 전달행렬의 수치적 불안정성

변환행렬은 전달행렬의 고유 벡터가 열을 구성하는 행렬이다. 계산의 편의를 위하여 고유치의 절대값이 작은 고유 벡터 순으로 정렬을 한다. 변환행렬을 이용하여 state 벡터를 wave 벡터로 변환 함으로써 전달행렬의 수치적 불안정성을 해결하게 된다.

$\mathbf{Z}_k$  와  $\boldsymbol{\mu}_k$  를  $k$  번째 지점에서의 state 벡터와 wave 벡터라고 하면 식 (3.23)이 성립한다.

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{D}\boldsymbol{\mu}_k \quad (3.23)$$

식 (3.23)에서  $\mathbf{D}$  는 변환행렬로서 전달행렬  $\mathbf{F}$  의 고유 벡터가 열을 구성하는 행렬이다. 식 (3.14)와 (3.23)을 이용하여  $\boldsymbol{\mu}_i$  와  $\boldsymbol{\mu}_j$  사이의 관계식을 구한다.

$$\boldsymbol{\mu}_j = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{F}^{j-i}\mathbf{D}\boldsymbol{\mu}_i \quad (3.24)$$

$\lambda$  를  $\mathbf{F}$  의 고유치 중에서 크기가 1 보다 작은 고유치로 구성된 대각 행렬이라고 하면  $\lambda^{-1}$  는 크기가 1 보다 큰 고유치가 원소인 대각 행렬이 된다. 식 (3.24)는 식 (3.25)으로 간단히 정리가 된다.

$$\boldsymbol{\mu}_j = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{bmatrix}^{j-i} \boldsymbol{\mu}_i \quad (3.25)$$

여기서 전달행렬의 고유치는 이웃한 두 지점에서의 wave 벡터가 가지고 있는 관계를 설명해 준다.  $\lambda$  의 한 원소를  $\lambda_1 = e^{-\alpha+i\beta}$  ( $\alpha > 0$ )라고 하자.  $\alpha$  는 전파되는 파의 진폭 감쇠와 관계가 있고  $\beta$  는 위상의 변화를 나타낸다. 만약에  $\alpha = 0$  이면 파는 감쇠 없이 전파가 되고  $\beta = 0$  이면 전파 되는 파의 위상 변화가 없음을 나타

낸다.  $\alpha \neq 0$  이고  $\beta \neq 0$  이면 파는 전파 되면서 진폭이 감소하고 위상 변화가 일어나는 것을 가리킨다. 식 (3.25)를 state 벡터에 대해서 다시 정리를 한다.

$$\mathbf{Z}_j = \mathbf{D} \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda^{-1} \end{bmatrix}^{j-i} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{Z}_i \quad (3.26)$$

식 (3.14)와 (3.26)에서 지점  $i$ 와  $j$ 의 차가 커지면  $\lambda^{-(j-i)}$ 는 발산하므로 어느 시점 부터 전달행렬은 수치적으로 불안정해 지게 된다.

### 3.2.2 변환행렬을 이용한 파-전달 기법

식 (3.21)과 (3.22)에서  $\mathbf{Y}_n = \mathbf{D}\boldsymbol{\mu}_n$ 을 대입하여 미지수를 state 벡터에서 wave 벡터로 변환을 한다..

$$\boldsymbol{\mu}_n = \{\boldsymbol{\mu}_n^r \quad \boldsymbol{\mu}_n^l\}^T \quad (3.27)$$

식 (3.27)에서  $\boldsymbol{\mu}_n^r$ 은  $n$  번째 지점에서 오른쪽으로 진행하는 파를 나타내고  $\boldsymbol{\mu}_n^l$ 은  $n$  번째 지점에서 왼쪽으로 진행하는 파를 가리킨다.

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\mu}_0^r \\ \boldsymbol{\mu}_0^l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-\alpha+i\beta} & 0 \\ 0 & e^{\alpha-i\beta} \end{bmatrix}^N \boldsymbol{\mu}_{-N} + \sum_{n=1}^N \begin{bmatrix} e^{-\alpha+i\beta} & 0 \\ 0 & e^{\alpha-i\beta} \end{bmatrix}^{n-1} \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{L}w_{-n} + \mathbf{R}w_{-n+1}) \quad (3.28)$$

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\mu}_0^r \\ \boldsymbol{\mu}_0^l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{\alpha-i\beta} & 0 \\ 0 & e^{-\alpha+i\beta} \end{bmatrix}^\infty \boldsymbol{\mu}_\infty - \sum_{n=1}^\infty \begin{bmatrix} e^{\alpha-i\beta} & 0 \\ 0 & e^{-\alpha+i\beta} \end{bmatrix}^n \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{L}w_{n-1} + \mathbf{R}w_n) \quad (3.29)$$

식 (3.28)과 (3.29)에서 행렬  $\mathbf{D}$ 는 변환행렬로서 전달행렬  $\mathbf{T}$ 의 고유 벡터가 열을 구성한다.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} t_{12} & t_{12} \\ -t_{11} + e^{-\alpha+i\beta} & -t_{11} + e^{\alpha-i\beta} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

식 (3.28), (3.29), (3.30)에서  $e^{\pm(\alpha-i\beta)}$ 는 전달 행렬  $\mathbf{T}$ 의 고유치이고  $\alpha > 0$ 이다. 식 (3.28)에서는  $\mu_0^r$ 을 구하고 식 (3.29)에서는  $\mu_0^l$ 을 구할 수 있으므로 wave 벡터  $\mu_0$ 가 구해진다. 특히 식 (3.28)의 첫번째 식에서  $(e^{-\alpha+i\beta})^N \mu_{-N}^r$  항은  $N$ 이 크고 다른 항들의 전체 영향에 비해서 그 영향이 작다고 보고 무시를 한다.  $w_n$ 은 식 (2.8)로부터 구할 수 있다.

$$w_n = e^{-(\gamma+ik)(x_0+nl \cos \phi)}, \quad 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2} \quad (3.31)$$

정리하면 식 (3.32)와 (3.33)과 같다.

$$\mu_0^r = \frac{1}{2} \left\{ \left[ \frac{l_1}{t_{12}} - \frac{il_2}{\sin(\beta+i\alpha)} \right] e^{(\gamma+ik)l \cos \phi} + \left[ \frac{r_1}{t_{12}} - \frac{ir_2}{\sin(\beta+i\alpha)} \right] \right\} \cdot \varphi^r \quad (3.32)$$

$$\mu_0^l = -\frac{1}{2} \left\{ \left[ \frac{l_1}{t_{12}} + \frac{il_2}{\sin(\beta+i\alpha)} \right] e^{(\gamma+ik)l \cos \phi} + \left[ \frac{r_1}{t_{12}} + \frac{ir_2}{\sin(\beta+i\alpha)} \right] \right\} \cdot \varphi^l \quad (3.33)$$

$$\varphi^r = \frac{e^{-(\gamma+ik)x_0} \left\{ 1 - e^{N[-\alpha+i\beta+(\gamma+ik)l \cos \phi]} \right\}}{1 - e^{-\alpha+i\beta+(\gamma+ik)l \cos \phi}}, \quad \varphi^l = \frac{e^{-\alpha+i\beta-(\gamma+ik)(x_0+l \cos \phi)}}{1 - e^{-\alpha+i\beta-(\gamma+ik)l \cos \phi}}$$

$\mu_0$ 을 구하였으므로 회전각  $\theta$ 와 모멘트  $M$ 에 대한 wave number 응답함수를 구할 수 있다.

$$\mathbf{Y}_0 = \mathbf{D}\mu_0 \quad (3.34)$$

식 (3.34)에서  $\mathbf{Y}_0 = \{H_\theta \ H_M\}^T$ 로서  $H_\theta$ 와  $H_M$ 는 각각  $\theta$ 와  $M$ 에 대한 wave

number 응답함수이다. 이로부터 식 (3.15)를 이용하여 전단력에 대한 wave number 응답함수도 구할 수 있다.

### 3.3 응답함수와 파워 스펙트럼 밀도함수

식 (2.8)에서  $Z(k)$ 는 불규칙 과정(random process)이고  $G(x, t)$ 는 평균값과 자기 상관 함수(autocorrelation)가 시간에 관계없이 일정한 확률적 정상 상태의 지반 운동을 나타낸다. 이에 대응하는 정상 상태의 응답을  $Y(t)$ , wave number 응답함수를  $H_Y$ 라고 하면 지반 운동의 파워 스펙트럼 밀도함수  $\Phi_{in}$ 와 응답의 파워 스펙트럼 밀도함수  $\Phi_{out}$ 는 식 (3.33)을 만족시킨다.

$$\Phi_{out}(k) = |H_Y|^2 \Phi_{in}(k) \quad (3.33)$$

파워 스펙트럼 밀도함수를 영역  $-\infty$ 에서  $\infty$ 까지 적분을 하면 mean square value(MSV)가 된다.

$$E[\{Y(t)\}^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{out}(k) dk \quad (3.34)$$

#### 4. 예제

이 장에서는 지진 지반 운동을 받는 지상 무한 관로의 지진 해석 예제를 전달 행렬 방법과 파-전달 기법을 이용하여 수행하였다. 지상 무한 관로의 하부 구조는 Trans-Alyeska 관로 제원 중의 하나를 사용하였다. 표 1 에는 각 예제에 공통적으로 사용되는 관로의 제원이 나와 있다. 관로의 구조 감쇠는 관로의 휨강성  $EI$  대신에  $EI(1+i\delta)$ 를 대입하여 고려하였고  $\delta = 0.04$ 를 사용하였다.

관로 내부의 유체는 원유를 사용하였다. 원유의 물리적 성질은 아주 넓은 변화 범위를 가지고 있어서 밀도가  $750\text{kg/m}^3$ 에서부터  $1010\text{kg/m}^3$ 의 범위를 가진다. 본 논문의 예제에서는 평균값  $880\text{kg/m}^3$ 을 사용하였다. 관로의 내부에 유체가 가득 차 있을 경우와 가득 차 있지 않은 여러 경우에 대한 예제를 적용하였고 유체 대류 성분의 점성 감쇠비는  $0.5\%$ 를 사용하였다.

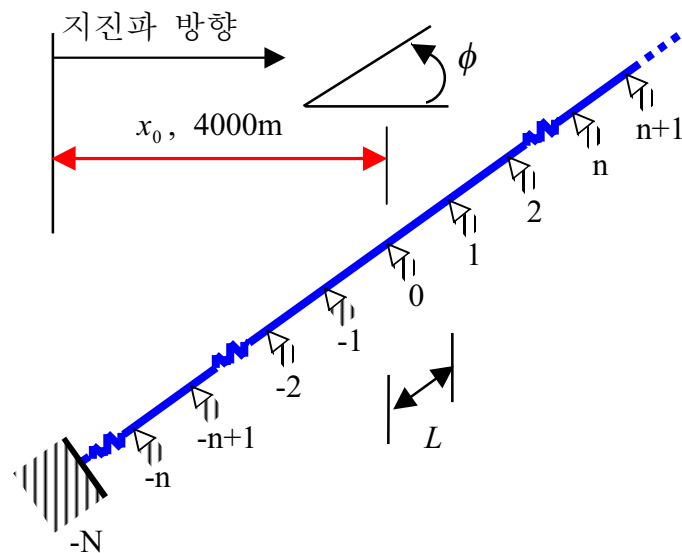


그림 4.1 예제를 위한 지상 무한 관로 모델링

표 4.1 지상 무한 관로 하부 구조의 제원

내부 반지름 $R$	59.827 cm
두께 $t$	1.173 cm
탄성계수 $E$	210 Gpa
밀도 $\rho$	7850 kg/m <sup>3</sup>
지간 거리 $L$	12.2m, 18.29m

그림 4.1의  $L$ ,  $\phi$  그리고 관로 내부 유체의 양에 따른 지점 0에서의 모멘트에 대한 wave-number 응답함수, 파워 스펙트럼 밀도함수, RMSV 를 구해서 비교하였다. 이때 충격성분과 대류성분 모두를 고려한 경우, 대류성분을 제외한 경우, 그리고 유체 전체를 충격성분으로 본 세 가지를 비교하여 유체의 대류성분이 전체 응답에서 차지하는 비중을 평가하였다.

진원에서의 지반 운동에 대한 파워 스펙트럼 밀도함수는 Shinozuka 와 Deodatis (1988)가 제안한 식 (4.1)을 사용하였다. 그리고 진원에서 응답을 구하는 지점까지의 거리  $x_0$  는 모두 4000m 이다.

$$\Phi_{in}(k) = \frac{\sigma_g^2}{4\sqrt{\pi}} B^3 k^2 \exp\left(-\frac{B^2}{4} k^2\right) \quad (4.1)$$

식 (4.1)에서  $B$ 는 그림 4.2에 나오는 그래프의 모양을 결정하는데 예제에서는 65m 를 사용하였다.  $\sigma_g^2$ 는 지반 운동의 MSV 이다. 예제에서는  $\sigma_g^2$ 으로 단위값인  $1m^2$  을 사용하였으므로 실제 응답은 지진 강도에 따른 scale factor 를 곱해주면 된다.  $\gamma$ 는 지진의 특성과 지질 조건에 따라서 결정해야 하는데 예제에서는  $\gamma = 0.002k$  를 사용 하였다. 이 경우 식 (4.3)에 따라서 진원에서의 지반 변위의 RMSV 가 1m 일 때 4km 떨어진 곳에서의 지반 변위의 RMSV 는 0.7676m 가 된다.



표 4.2 wave-number 와 위상 속도

$k < 6.28 \times 10^{-3} \text{ rad/m}$	$c = 650 \text{ m/sec}$
$6.28 \times 10^{-3} \text{ rad/m} \leq k \leq 6.28 \times 10^{-1} \text{ rad/m}$	$c = \tilde{c}$ $\tilde{c} = 650 - 1125u + 750u^2 - 125u^3$ $u = \log_{10}\left(\frac{2\pi}{k}\right)$
$k > 6.28 \times 10^{-1} \text{ rad/m}$	$c = 150 \text{ m/sec}$

표 4.2 에서는 wave number  $k$  에 대한 위상 속도  $c$  를 나타냈다.

$$E[\{G(x,t)\}^2] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-2\gamma x} \Phi_{in}(k) dk \quad (4.3)$$

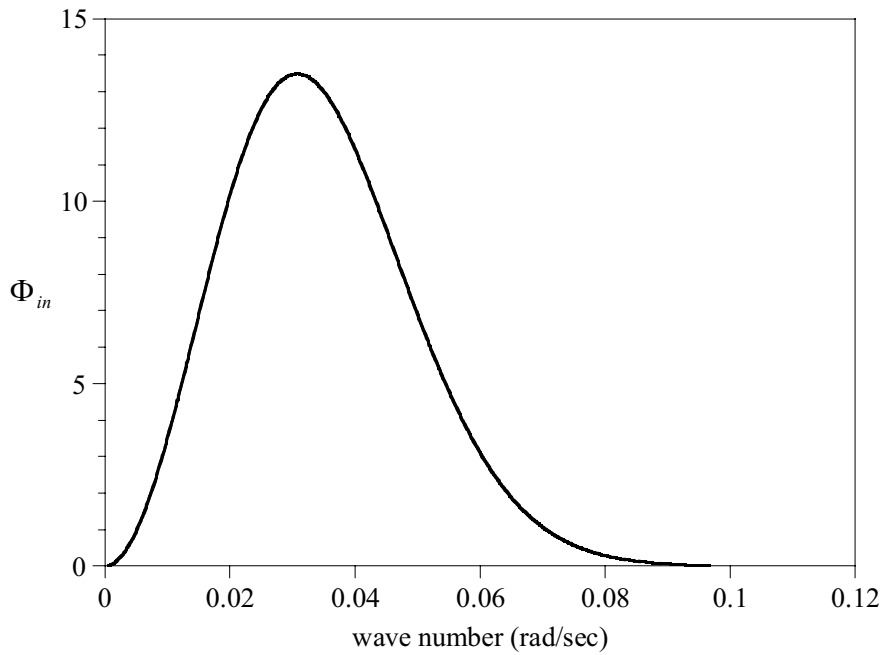


그림 4.2 진원에서의 지반 운동 파워 스펙트럼 밀도함수

## 4.1 관로 내부가 유체로 가득 찬 예제

### 4.1.1 $\phi = 15^\circ$

지간 거리  $L$  이 12.2m 와 18.29m, 입사각  $\phi = 15^\circ$  일 때 지점 0 에서의 모멘트에 관한 지진 해석이다. 유체가 관로 내부에 가득 차 있으므로 관로 내부의 유체는 모두 충격성분이다. 아래의 식 (4.4)를 이용하여 전달-주파수대를 구할 수 있다 (Brillouin, 1946). 전달-주파수대는 구조물의 체원과 관계가 있고  $\phi$ 와는 무관하다.

$$|t_{11}| \leq 1 \quad (4.4)$$

표 4.3 에서  $L$  에 따른 첫번째 전달-주파수대의 범위와 RMSV 를 비교하였다. 다른 조건이 모두 동일한 상태에서  $L$  이 짧으면 전달-주파수대가 오른쪽으로 이동하게 된다. 따라서 식 (4.1)의 지반 운동 파워 스펙트럼 밀도함수에 대한 응답은 감소하게 된다.  $L$  이 18.29m 일 때의 RMSV 에 대한  $L$  이 12.2m 일 때의 RMSV 의 비는 0.27 이다. 모멘트에 대한 wave number 응답함수와 파워 스펙트럼 밀도함수는 log-scale 로 나타내었다(그림 4.3 와 4.4). 그림 4.2 에서 지진 에너지가 집중되어 있는 wave number 구간과 그림 4.3 의 첫번째 전달-주파수대 구간은 일치하는 부분이 거의 없다. 따라서 전달-주파수대 영역은 RMSV 에 큰 기여를 하지 못하게 되므로 전달-주파수대에서 모멘트의 파워 스펙트럼 밀도함수는 작다(그림 4.4).

표 4.3 지간 거리  $L$  에 따른 응답 비교 ( $\phi = 15^\circ$ , 가동상태)

	RMSV (KN-m)	첫번째 전달 주파수대 (rad/m)
$L = 12.2\text{m}$	2129.61	0.485~1.1305
$L = 18.29\text{m}$	7859.18	0.105~0.489

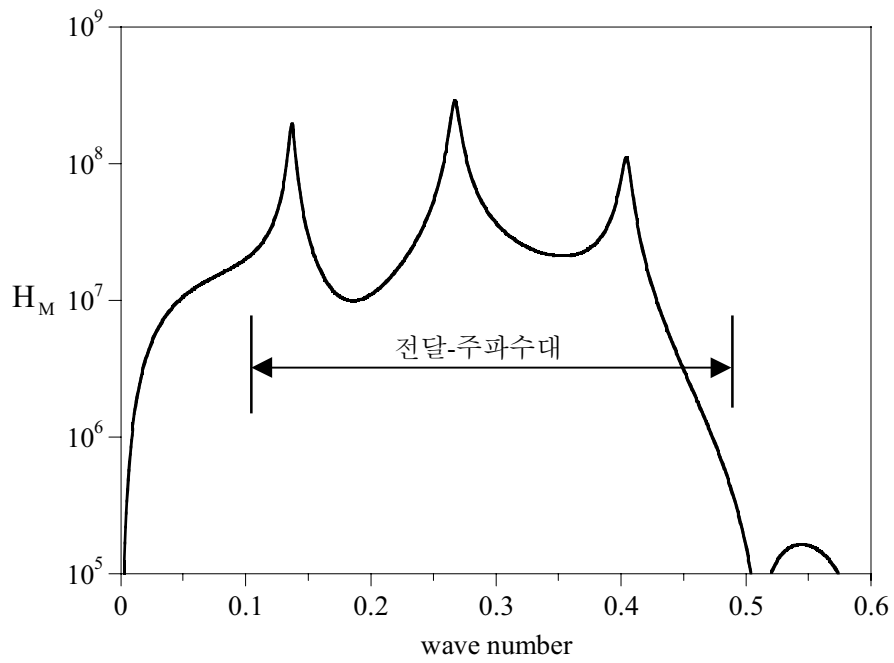


그림 4.3 모멘트 wave number 응답함수( $\phi = 15^\circ, L = 18.29\text{m}$ , 가동상태)

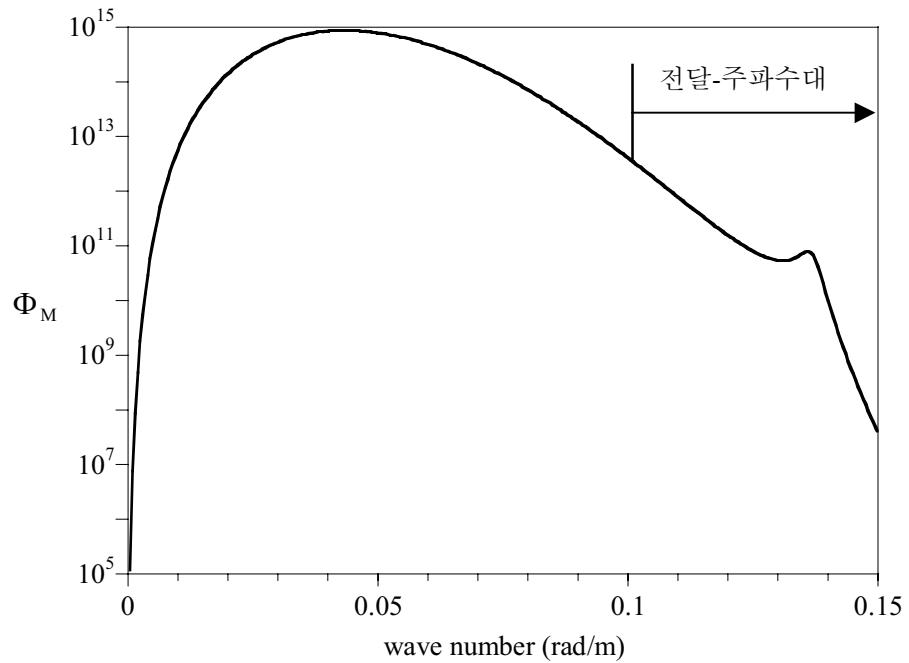


그림 4.4 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수( $\phi = 15^\circ, L = 18.29\text{m}$ , 가동상태)

### 4.1.2 $\phi = 80^\circ$

입사각  $\phi$ 가  $80^\circ$ 이므로  $\phi$ 가  $15^\circ$ 일 때보다 진원과 지점 0 사이에 훨씬 많은 지점이 있게 된다(표 4.4). 지점의 개수  $N$ 은 그림 4.1로부터 구할 수 있다.

$$N = \text{int} \left[ \frac{x_0}{L \cos \phi} \right] \quad (4.5)$$

식 (4.5)에서  $\text{int}[\bullet]$ 은 대괄호 속에 있는 수의 정수 부분을 나타낸다.  $N$ 이 클수록 wave number 응답함수 곡선이 훨씬 부드러워 진다. 이것은 진원과 지점 0 사이에 지진 지반 운동으로 인해서 가진을 받는 지점의 개수가 많아지기 때문이다.  $L$ 이 12.2m 이면 모멘트의 RMSV 는 3900.21 KN 이고  $L$ 이 18.29m 이면 모멘트의 RMSV 는 9383.15 KN 이다. 즉,  $L$ 이 18.29m 일 때의 RMSV 에 대한  $L$ 이 12.2m 일 때의 RMSV 의 비는 0.416 이 된다.  $\phi$ 의 두 입사각  $15^\circ$ 와  $80^\circ$ 에 대해서 지간 거리가 가까울 때의 응답이 더 작게 나왔다. 이것은 지간 거리가 가까울수록 전달-주파수대가 상대적으로 고주파수대에 위치하게 되어서 지진 에너지가 집중되어 있는 wave number 구간으로부터 전달-주파수대가 더 멀리 위치하기 때문이다.

전달-주파수대는 구조물의 모든 고유 진동수가 집중되어 있는 구간이다. 따라서 wave-number 응답함수는 전달-주파수대에서 큰 값을 가지게 된다. 지간 거리가 가까우면 관료의 휨강성이 커지고 고유 진동수가 증가하므로 전달-주파수대는 커지게 된다. 그림 4.5 와 4.6 은 각각  $L$ 이 18.29m 일 때 모멘트에 대한 wave number 응답함수와 파워 스펙트럼 밀도함수를 나타낸 것이다.

표 4.3  $\phi$ 와  $L$ 에 따른 진원과 지점 0 사이의 지점 개수

	$\phi = 15^\circ$	$\phi = 80^\circ$
$L = 12.2\text{m}$	339 개	1888 개
$L = 18.29\text{m}$	226 개	1259 개

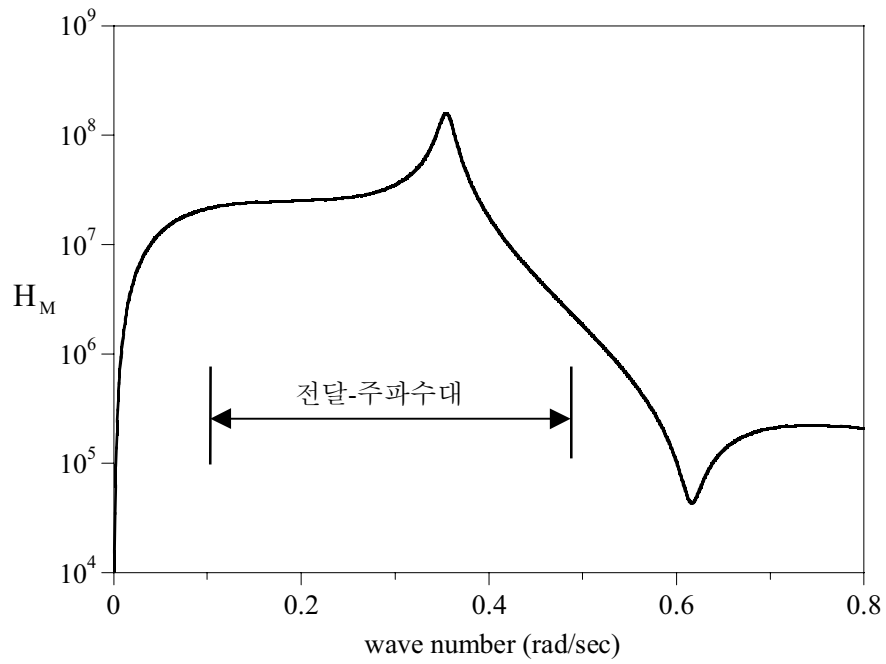


그림 4.5 모멘트 wave number 응답함수( $\phi = 80^\circ, L = 18.29\text{m}$ , 가동상태)

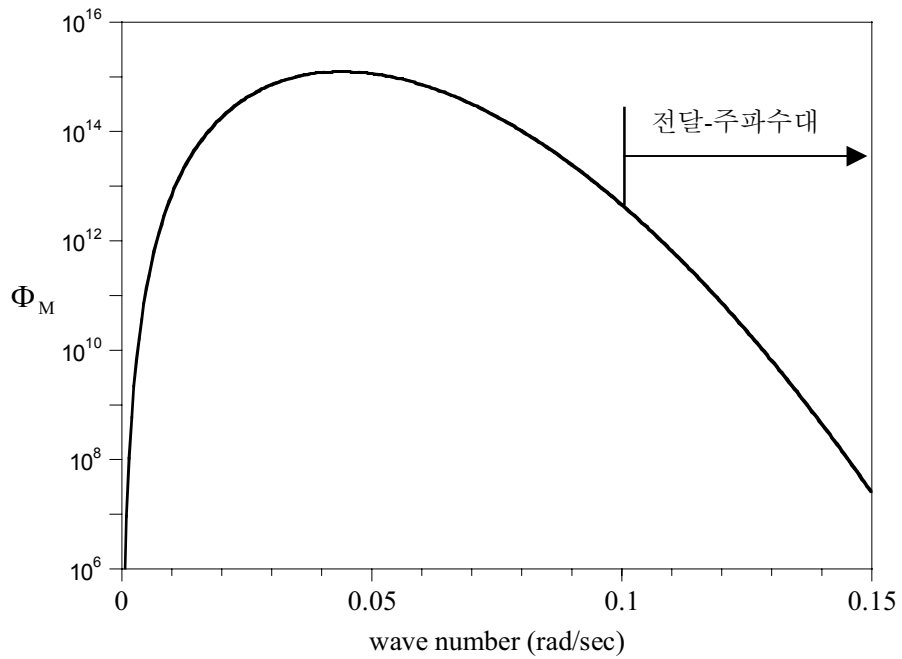


그림 4.6 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수( $\phi = 80^\circ, L = 18.29\text{m}$ , 가동상태)

## 4.2 관로 내부에 자유 수면이 있는 예제

### 4.2.1 $\phi = 15^\circ, L = 18.29\text{m}$

지간 거리  $L$  이 18.29m, 입사각  $\phi = 15^\circ$  일 때 관로 내부의 유체 양을 변화시켜 가면서 지점 0에서의 모멘트에 관한 지진 해석을 수행하였다. 관로 내부에 자유 수면이 있으므로 내부의 유체는 충격성분과 대류성분으로 나누어 진다(그림 4.7). 표 4.5 에는 유체의 충격성분과 대류성분을 모두 고려한 경우( $m_i + C_c m_c$ )와 대류성분을 제외한 경우( $m_i$ ) 그리고 전체 유체를 충격성분으로( $m_f$ ) 본 세 가지 경우에 대한 응답을 비교하였다. 그림 4.8 과 4.9 에서  $\omega_n$  은 유체 대류성분의 고유 진동수이다. 유체 대류성분은  $\omega_n$  부근에서만 전체 응답에 큰 영향을 끼치고  $\omega_n$  을 벗어나면 전체 응답에서 미치는 비중이 급격히 감소해서 대류성분을 제외한 것과 거의 같아 진다. 그러나 유체 대류성분을 제외하게 되면  $\omega_n$  부근에서 응답함수는 첨점이 생기지 않는다. 그리고 자유 수면이 존재할 때 유체 전체를 대류성분으로 모델링하면 과도한 응답이 계산된다.

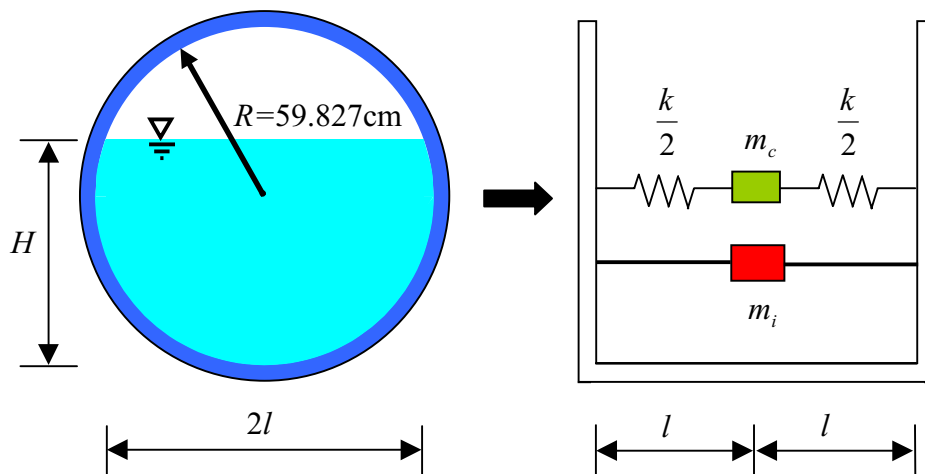


그림 4.7 예제를 위한 자유 수면이 있는 관로 내부 유체 모델링

표 4.5 관로 내부 유체의 양에 따른 응답 비교 ( $\phi = 15^\circ, L = 18.29\text{m}$ )

$H$	유체 모델링	모멘트 RMSV (KN-m)	전달-주파수대 (rad/sec)	$\omega_n$ (rad/sec)
$R - 20\text{ cm}$	$m_i + C_c m_c$	<b>1023.71</b>	0.3330~0.8825	4.30
	$m_i$	1099.91	0.3325~0.8825	-
	$m_f$	2490.93	0.2280~0.7290	-
$R$	$m_i + C_c m_c$	<b>1867.66</b>	0.2580~0.7725	4.68
	$m_i$	2001.36	0.2570~0.7720	-
	$m_f$	4001.06	0.1690~0.6335	-
$R + 30\text{ cm}$	$m_i + C_c m_c$	<b>4607.89</b>	0.1510~0.5995	5.45
	$m_i$	4728.30	0.1505~0.5995	-
	$m_f$	6316.18	0.1225~0.5375	-

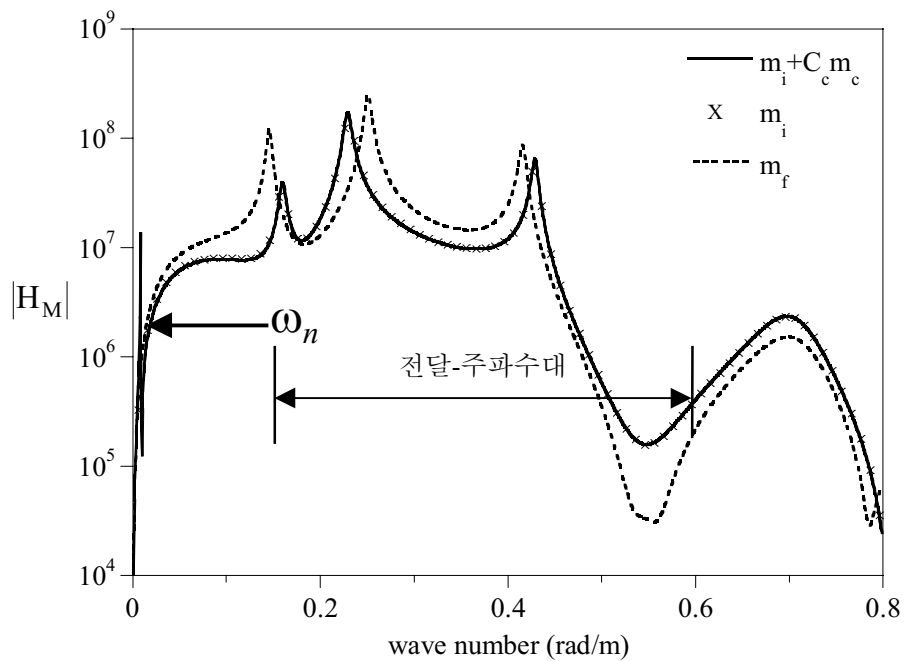


그림 4.8 유체 모델링에 따른 모멘트 wave number 응답함수 비교 ( $\phi = 15^\circ, L = 18.29\text{m}, H = R + 30\text{cm}$ )

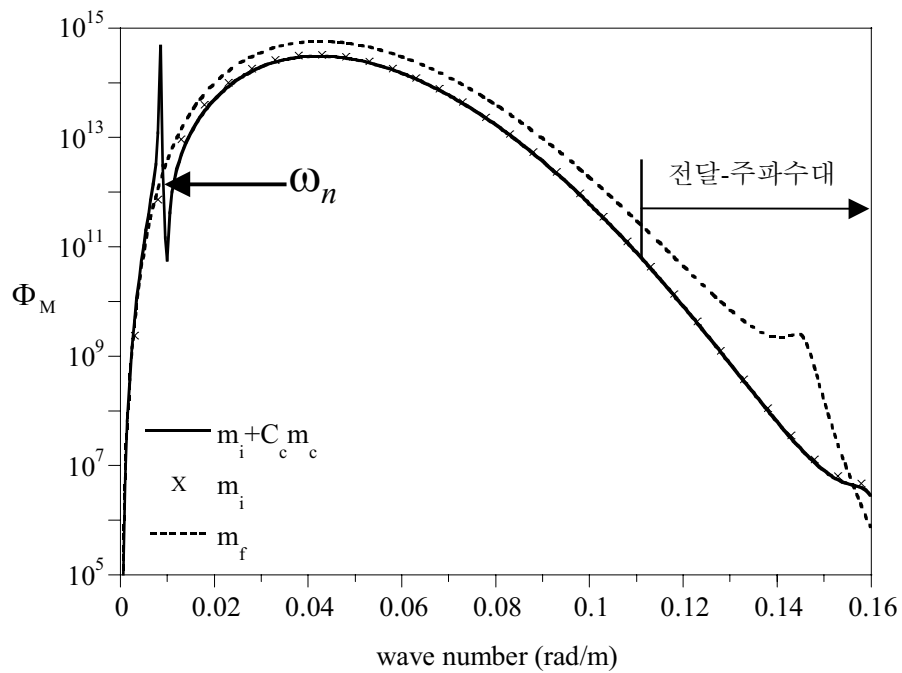


그림 4.9 유체 모델링에 따른 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수 비교  
( $\phi = 15^\circ, L = 18.29\text{m}, H = R + 30\text{cm}$ )

#### 4.2.2 $\phi = 80^\circ, L = 18.29\text{m}$

$\phi$ 가  $80^\circ$ 이면  $\phi$ 가  $15^\circ$ 일 때와 비교해서 모멘트에 대한 RMSV만 달라지고 전달-주파수대의 범위, 유체 대류성분의 고유 진동수는  $\phi$ 가  $15^\circ$ 일 때와 같다.  $H$ 가  $R + 30\text{cm}$ 인 경우에 대해서 유체 모델링을 달리 해 가면서 RMSV를 비교하였다. 유체 전체를 충격성분으로 모델링 하게 되면 유체를 충격성분과 대류성분으로 모델링 했을 때의 응답에 비해서 25.9% 큰 응답을 보인다. 내부 유체의 양이 적을수록 이 차이는 더욱 커진다.

표 4.5 유체 모델링에 따른 응답 비교 ( $\phi = 80^\circ, L = 18.29\text{m}, H = R + 30\text{cm}$ )

유체 모델링	$m_i + C_c m_c$	$m_i$	$m_f$
RMSV	6303.75 KN-m	6428.47 KN-m	7936.29 KN-m



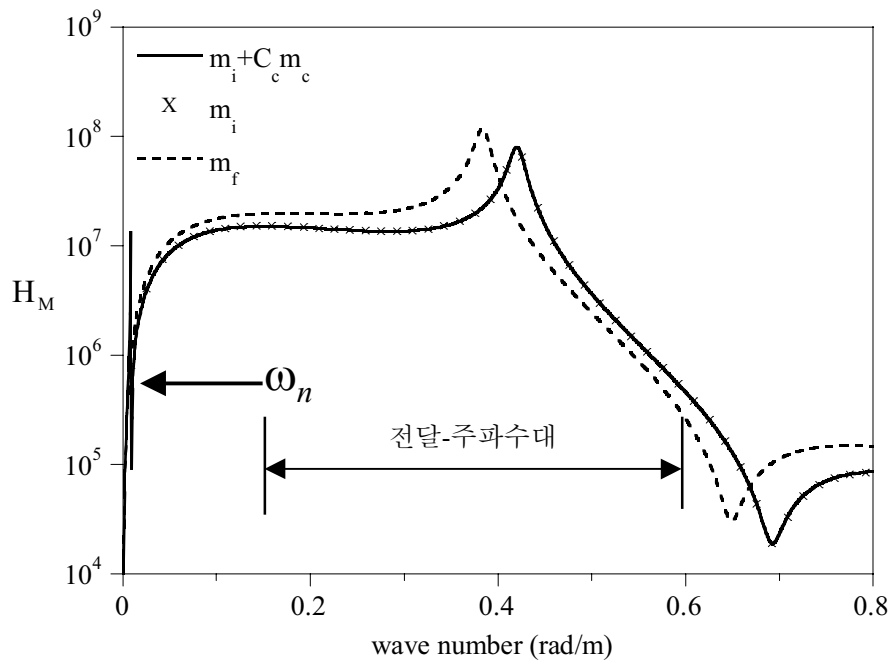


그림 4.10 유체 모델링에 따른 모멘트 wave number 응답함수 비교  
 $(\phi = 80^\circ, L=18.29\text{m}, H = R+30\text{cm})$

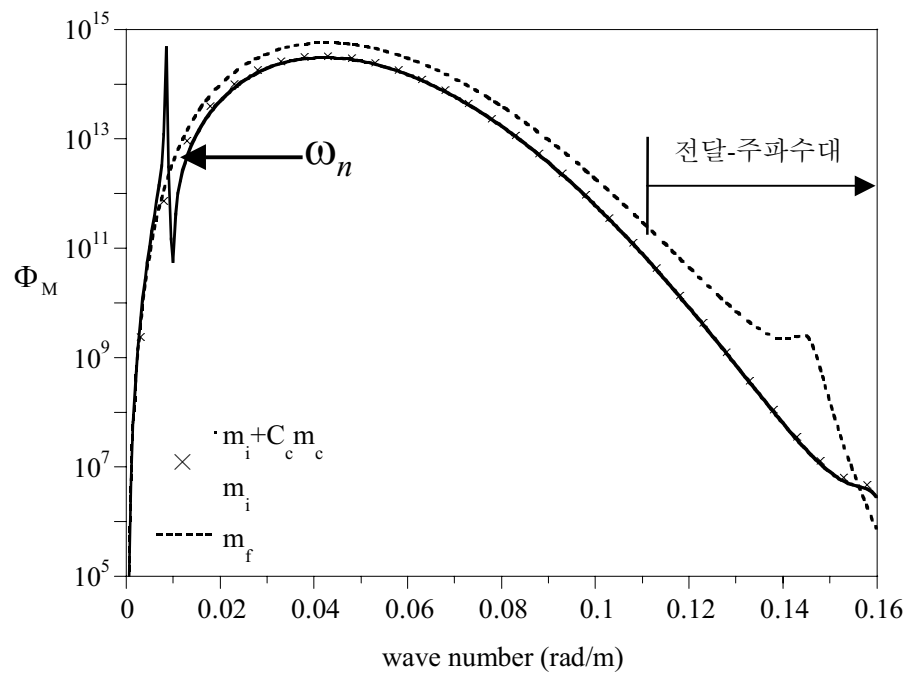


그림 4.11 유체 모델링에 따른 모멘트 파워 스펙트럼 밀도함수 비교  
 $(\phi = 80^\circ, L=18.29\text{m}, H = R+30\text{cm})$

유체의 양이 적을수록 전체 유체에서 대류성분이 차지하는 비중이 더 커지는데 이 대류성분을 충격성분으로 고려하기 때문이다.

## 5. 결론

본 논문에서는 유체의 동압력을 고려한 지상 무한 관로의 지진 해석을 수행하였다. 지상 무한 관로는 주기 구조를 이루는 연속 Euler-Bernoulli 보로 모델링하였고 관로 내부의 유체는 Housner 유체 모델링 기법과 뉴질랜드 국립 지진 공학회의 권고 사항을 이용하여 동압력을 계산하였다. 지상 무한 관로의 지점은 모두 앵커 말뚝지지 형식으로 보아서 각 지점에서는 지반과 지지 말뚝 그리고 관로가 일체 거동하는 것으로 보았다. 지진 지반 운동으로 인한 지점의 변위는 거리에 따라서 진폭과 위상이 변하는 것으로 모델링 하였다.

먼저 유체의 동압력을 고려해서 단경간 Euler-Bernoulli 보에 대한 전달행렬을 유도하였다. 진원에서 가장 가까운 곳에 있는 지점(기준 지점)을 기준으로 좌우 대칭인 위치에 있는 지점들은 동일한 변위를 경험하는 것으로 보고 기준 지점을 고정단으로 치환해서 한 방향의 지상 관로만 응답에서 고려하였다. 전달행렬을 이용하여 응답을 구하고자 하는 지점의 회전각과 모멘트를 경계에서의 회전각과 모멘트 그리고 각 지점의 변위에 대하여 나타내었다. 그런데 경간의 개수가 무한히 많으므로 전달행렬의 수치적 불안정성이 발생하여 문제를 풀 수가 없게 된다. 이 문제를 극복하기 위해서 변환행렬을 이용해서 파-전달 기법을 사용하였다.

관로 내부에 유체가 가득 차 있는 관로의 가동 상태에서는 유체 전체를 충격성분으로 보았고, 관로 내부에 자유 수면이 존재하는 비가동 상태에서는 유체를 충격성분과 대류성분으로 모델링 하였다. 진원으로부터 동일한 거리에 있는 지점에서의 응답은, 가동 상태와 비가동 상태 모두, 지간 거리가 짧을수록 작게 나왔다. 지간 거리가 작으면 보의 휨강성이 커져서 전달-주파수대가 고주파수대로 이동하기 때문이다. 비가동 상태에서 유체의 대류성분은 고유 진동수 부근에서만 전체 응답에 영향을 미치고 고유 진동수를 벗어나면 영향력이 급속히 감소하면서 대류

성분을 제외한 응답과 같아지게 된다. 그러나 유체를 모델링 하지 않고 유체 전체를 충격성분으로만 고려 하면 과도한 응답이 구해진다.

동일한 관로 제원에서 유체의 양이 적을수록 유체 전체 질량에서 대류성분이 차지 하는 비중은 커진다. 자유 수면이 있는 유체 전체를 충격성분으로 보고 해석을 하면 유체의 양이 적을수록 오차가 커지게 되는 이유는 여기에 있다. 관로 자체는 상대적으로 고주파수대의 지반 운동에 대해서 민감한 반응을 보이고 유체는 저주파수대의 지반 운동에 큰 반응을 보이게 된다. 따라서 만일 지진 지반 운동의 주파수 성분이 저주파수대에 몰려 있는 지역이라면 유체의 동압력을 고려한 지상관로의 지진 해석을 반드시 수행해야 한다.

## 부록

### A. 전달행렬 $\mathbf{T}$ 와 벡터 $\mathbf{L}$ 과 $\mathbf{R}$

식 (3.18), (3.19), (3.20)에 나오는 전달행렬  $\mathbf{T}$ 와 벡터  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{R}$ 을  $f_{ij}$ 의 원소를 직접 대입하여 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} t_{11} = t_{22} &= \frac{\cos \sigma L \sinh \sigma L - \cosh \sigma L \sin \sigma L}{\sinh \sigma L - \sin \sigma L} \\ t_{12} &= \frac{\cosh \sigma L \cos \sigma L - 1}{EI\sigma(\sinh \sigma L - \sin \sigma L)} \\ t_{21} &= -\frac{2EI\sigma \sinh \sigma L \sin \sigma L}{\sinh \sigma L - \sin \sigma L} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} l_1 &= -\frac{\sigma \sinh \sigma L \sin \sigma L}{\sinh \sigma L - \sin \sigma L} \\ l_2 &= -\frac{EI\sigma^2 (\sinh \sigma L \cos \sigma L + \cosh \sigma L \sin \sigma L)}{\sinh \sigma L - \sin \sigma L} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{\sigma(\cosh \sigma L - \cos \sigma L)}{\sinh \sigma L - \sin \sigma L} \\ r_2 &= \frac{EI\sigma^2 (\sinh \sigma L + \sin \sigma L)}{\sinh \sigma L - \sin \sigma L} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

### B. 전달행렬 $\mathbf{T}$ 의 변환행렬 $\mathbf{D}$ 와 역행렬 $\mathbf{D}^{-1}$

전달행렬  $\mathbf{T}$ 의 두 고유치 중에서 절대값이 1보다 작은 고유치를  $e^{-\alpha+i\beta}$ , 절대값이 1보다 큰 고유치를  $e^{\alpha-i\beta}$ 라고 하면, 변환행렬  $\mathbf{D}$ 와 역행렬  $\mathbf{D}^{-1}$ 를 간단히 나타낼 수 있다. 이 때  $\cos(\beta+i\alpha) = t_{11}$ 을 이용한다.

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} t_{12} & t_{12} \\ i \sin(\beta + i\alpha) & -i \sin(\beta + i\alpha) \end{bmatrix} \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{D}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{t_{12}} & \frac{-i}{\sin(\beta + i\beta)} \\ \frac{1}{t_{12}} & \frac{i}{\sin(\beta + i\beta)} \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

## 참고문헌

1. Y. K. Lin, R. Zhang, and Y. Yong, "Multiply Supported Pipeline Under Seismic Wave Excitations," *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 116, No. 5, pp. 1094-1108, 1990
2. G. W. Housner, "Dynamic Pressures on Accelerated Fluid Containers," *Bull. Seismol. Soc. Am.*, Vol. 47, pp. 15-35, 1957
3. Y. Yong and Y. K. Lin, "Propagation of Decaying Waves in Periodic and Piece-wise Periodic Structures," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 129, No 2, pp. 99-128, 1989
4. D. J. Mead, "Free Wave Propagation in Periodically Supported, Infinite Beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol 11, No 2, pp. 181-197, 1970
5. R. C. Engels and L. Meirovitch, "Response of Periodic Structures by Modal Analysis," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 56, No. 4, pp. 481-493, 1978
6. J. Anderson and A. K. Singh, "Seismic Response of Pipelines on Friction Supports," *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol. 102, No. EM2, pp. 275-291, 1976
7. A. Zerva, "Pipeline Response to Directionally and Spatially Correlated Seismic Ground Motions," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 115, pp. 53-58, 1993
8. M. Shinozuka and G. Deodatis, "Stochastic Wave Models for Simulation of Seismic Ground Motion," *Proc., Workshop on Spatial Variation of Earthquake Ground Motion, National Center for Earthquake Research, Princeton Univ., Princeton, N.J., Nov. 7-9, 1988*
9. Y. K. Lin and G. Q. Cai, *Probabilistic Structural Dynamics*, McGraw-Hill, New York, 1995
10. E. C. Restel and F. A. Leckie, "Matrix Methods in Elastomechanics," McGraw Hill, New York, N. Y, 1963.

11. 이장무, 모드해석의 이론과 응용, 서울대학교 공과대학 기계설계학과, 1998
12. A. K. Chopra, Dynamics of Structures, Prentice Hall, 1995
13. R. W. Clough and J. Penzien, Dynamics of Structures, 2<sup>nd</sup> ed., McGraw-Hill, 1993
14. V. Kolousek, Dynamics in Engineering Structures, Butterworths, London, 1973
15. L. Brillouin, Wave Propagation in Periodic Structures, McGraw-Hill, New York, N. Y. 1946



## Abstract

This paper presents a seismic analysis scheme for the infinite aboveground pipeline considering hydrodynamic pressure inside it. The infinite aboveground pipeline is modeled by continuous Euler-Bernoulli beam which is a periodic structure. Dynamic pressure of the fluid inside the pipeline is determined by Housner's fluid-modeling method for the rectangular tank and recommendations of a Study Group of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering. In the earthquake ground motion there are two mutually perpendicular horizontal components and vertical one. Generally, stresses in a pipeline produced by vertical ground shaking are relatively small and the primary analysis concerns are horizontal bending deformations. Earthquake ground motion varies both in amplitude and phase propagating through the crust.

For efficient analyses of periodic structures, transfer matrix approach is adopted. Transfer matrix for one single-bay beam is derived taking into account hydrodynamic pressure. One single-bay element is a substructure of the infinite aboveground pipeline. Seismic response of a specific support is represented by displacement of each support and responses of the boundary supports. Since state vector cannot be solved directly due to the numerical instability of the transfer matrix, wave vector is first obtained by the wave-propagation approach using transformation matrix. From the wave number response function and the power spectral density function of the ground motion, the power spectral density function and the root mean square value of the seismic response can be determined.

The validity of this paper is demonstrated through examples of the infinite aboveground pipeline.

**Key Word** : periodic structure, wave number, transfer matrix, state vector, wave-propagation approach, wave vector, hydrodynamic pressure, power spectral density function

## 감사의 글

공학석사 5 학기를 마무리 짓는 자리에 섰습니다. 1993 년 서울대 기숙사 12 동에서 시작한 대학 생활이, 지금 이곳 35 동 323 호에서 끝맺음을 하려 합니다. 정든 관악을 떠나야 한다는 것이 너무 서운합니다. 떠날 때라야 몸담고 있던 곳이 자신에게 어떤 곳이었는지 분명히 알게 되는 모양입니다. 관악에 몸 담는 동안 제가 받은 받은 것들을 사회에 되돌려 줄 수 있는 종승이가 되기를 바라며, 여기 부끄러움을 감출 수 없는 한 편의 논문을 내 놓게 되었습니다. 고마움을 전해야 할 분들이 너무 많이 계십니다.

지도 교수님이신 이해성 선생님. 선생님께서 고마움과 함께 미안한 마음을 어디에 두어야 합니까! 실험실을 뛰쳐나간 못난 제자를 다시 받아주시고 논문을 쓸 수 기회를 주셔서 다시 고맙습니다. 선생님의 건강을 늘 빕니다. 제자들에게 자부심과 함께 강한 책임감을 일깨워 주신 장승필 선생님, 오병환 선생님, 고현무 선생님, 김재관 선생님 그리고 토목공학과 교수님들께 감사 드립니다.

많은 조언을 아끼지 않고 시종일관 저를 도와 주신 구조해석 연구실의 기둥 현우형, 늘 성실히 공부하시면서 도덕의 모범이 되어 주신 튼튼원 누님, 맡은 일을 깔끔하게 잘 해내는 동기 기석이, 논문 파트너가 되어서 큰 도움을 준 종명이, 축구도 잘하고 아는 것도 많은 주성이, 수학과 확률에 관심이 많은 멋있는 한도, 늘 성실하고 다른 사람을 먼저 배려해 주는 문구에게 이 글을 통해서 고맙다는 말을 전합니다. 그리고 지금은 학교를 떠나셨지만 저를 격려해 주신 선배님들이 있습니다. 바쁜 직장 생활 중에도 애써 시간을 내서 저를 격려해 주신 이쁜 경남이 누나, 늘 겸손하시고 눈웃음이 일품인 용한이 형, 보기보다 공부를 엄청나게 잘하

는 천종이 형, 늘 좋은 꿈을 꾸시던 속초 사나이 문성이 형 그리고 잔잔한 아침 호수와 같은 윤석이 형에게 고마운 마음을 전합니다.

늘 웃는 얼굴로 저를 반겨 주신 창국이 형과 연수에게도 감사 드립니다. 그리고 유체와 동역학 분야에서 많은 도움을 주신 구조진동 연구실의 병무형, 태석이 형, 진용이 형에게도 감사 드립니다. 논문을 쓰는 동안 저에게 잘 곳을 마련해 준 친구 호영이에게 너무 고맙다는 말을 전합니다.

모든 것이 불안한 저를 믿고 옆을 지켜주고 있는 현정에게 고마운 마음을 전합니다. 한국화의 대가가 되기를 진심으로 빕니다. 그리고 진주집을 떠나 서울에서 생활하는 저에게 편안한 안식처가 되어 주신 누나와 매형에게 깊이 감사 드립니다. 마음이 너무나 착한 하나뿐인 동생 종호에게도 고마운 마음을 전합니다. 마음이 제 자리를 찾지 못하고 늘 헤매던 저에게 삶의 큰 등불이 되어 주신 김창원 목사님께 깊이 드립니다. 목사님을 만나게 된 것은 하나님께서 저에게 주신 큰 축복입니다.

집안의 근심거리가 된 큰아들 때문에 마음 편할 날이 없으셨던 아버지, 어머니께 머리 숙여 감사 드립니다. 부모님께 작은 기쁨을 전해 드리게 된 저는 너무 기쁩니다. 마지막으로 5대 종손인 저를 사랑으로만 길러주신 사랑하는 할머니! “바르게 살아라.”는 말씀을 남기시고 먼저 하나님께 가신 할머니께 이 논문을 바칩니다.