

공학석사학위논문

사장-현수 복합케이블 교량에 대한
초기평형상태 해석

Initial Equilibrium Configuration Analysis
for Bridges Supported with Stayed and Suspended Cables

2011 년 2 월

서울대학교 대학원

건설환경공학부

김 규 환

초 록

본 논문에서는 기존의 케이블 교량의 설계와 시공에 사용되던 사장교 형식과 현수교 형식의 한계점을 알아보고, 이러한 한계점을 극복하기 위하여 새로운 케이블 교량 형식인 사장-현수 복합케이블 교량 형식을 제안한다. 구체적으로 사장-현수 복합케이블 교량에 대해서 설계와 시공의 기본이 되는 초기평형상태 해석방법을 제시한다.

복합케이블 교량의 해석방법으로 다음과 같은 두가지 방법을 제안한다. 우선 사장교의 초기평형상태 해석에서 사용된 전체 구조물을 하나의 구조물로 생각하여 해석하는 일괄방식 해석방법을 사용한다. 이 방법을 적용하는 과정에서 행어부문의 거동이 기존의 가정에 위배되는 문제점이 발견되었는데, 이러한 문제점은 변위복원방식의 successive iteration 을 적용하여 해결하였다. 일괄방식 해석방법은 해석방법의 적용이 간편하다는 장점이 있으나 다음에 소개될 분리방식 해석방법과 비교시 해석시간이 오래걸린다는 단점이 있다.

다음으로 현수교의 초기평형상태 해석에서 사용된 전체 구조물을 현수교 부문과 사장교 부문 그리고 행어 부문의 3 가지 부문으로 분리하여 해석하는 분리방식 해석방법을 사용한다. 이 방법을 적용하는 과정에서는 위의 일괄방식 해석방법에서 나타난 행어의 거동이 기존의 가정에 위배되는 현상과 더불어, 분리된 각 부문의 평형조건과 적합조건이 일치하지 않

는다는 문제점이 발생하였다. 이러한 추가의 문제점은 타워 최상단부의 수평변위를 적절히 구속시키고 각 부문 해석의 초기값을 조절하여 해결하였다. 분리방식 해석방법은 해석방법의 적용이 복잡하다는 단점이 있으나, 일괄방식 해석방법과 비교시 해석시간이 짧고, 해석과정에서 구조물의 구조적 거동을 더 잘 이해할 수 있다는 장점이 있다.

마지막으로 제안된 두가지 방법을 Deck 에 캠버가 있는 적절한 예제를 통해서 검증하였다.

주요어

케이블, 비선형해석, 초기평형상태, 사장교, 현수교, 목표형상

학번: 2009-20932

목 차

초록	iii
목차	v
그림목차	vii
표목차	ix
1. 서론	1
2. 기존연구 분석 및 문제점 제기	4
2.1 케이블의 초기평형상태 해석	4
2.2 사장교의 초기평형상태 해석	7
2.3 현수교의 초기평형상태 해석	9
2.4 사장-현수교에 기존의 방법 적용시 문제점.....	12
3. 사장-현수교에 대한 초기평형상태 해석	14
3.1 기존방법 적용시의 발생하는 문제점과 그 해결방안.....	14
3.1.1 Deck 에 수평변위가 발생하는 문제점 해결	14
3.1.2 분리해석 방법 적용시 타워 부문에서의 불평형성 해결.....	16

3.2 일괄방식 해석.....	20
3.3 분리방식 해석.....	21
3.3.1 사장교부문 해석	22
3.3.2 현수교부문 해석	25
3.3.3 행어부문 해석	26
3.4 순서도를 이용한 일괄방식 해석과 분리방식 해석의 계산과정..	27
3.4.1 일괄방식 해석	27
3.4.2 분리방식 해석	28
4. 예제	29
4.1 예제의 모델링	29
4.2 케이블 부재의 초기길이 가정	31
4.3 일괄방식 해석의 결과값	33
4.4 분리방식 해석의 결과값	39
4.5 일괄방식과 분리방식의 동일성 검증	45
5. 결론	47
참고문헌	50

그림 목 차

그림 2.1 단 케이블이 연결된 케이블 구조물.....	6
그림 2.2 사장교의 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건	8
그림 2.3 타정식 현수교	9
그림 2.4 현수교의 분리해석	9
그림 2.5 현수교부문 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건	10
그림 2.6 기존의 해석방법 적용시 문제점	12
그림 3.1 사장-현수 복합케이블 교량	14
그림 3.2 변위복원 방식 successive iteration	15
그림 3.3 분리방식 적용시 수평방향 불평형성	17
그림 3.4 분리방식 적용시 장력등가 추가조건식	18
그림 3.5 분리방식 적용시 수직방향 불평형성	18
그림 3.6 일괄방식 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건.....	20
그림 3.7 사장-현수교의 분리해석	22
그림 3.8 사장교부문 초기평형상태 해석	22
그림 3.9 사장교부문 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건.....	23

그림 3.10	현수교부문 초기평형상태 해석	25
그림 3.11	현수교부문 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건.....	25
그림 3.12	일괄방식 해석	27
그림 3.13	사장-현수교의 분리해석.....	28
그림 4.1	사장-현수교 예제	29
그림 4.2	Deck 부문의 추가조건식 검증	34
그림 4.3	현수 main 케이블 부문의 추가조건식 검증	34
그림 4.4	일괄방식 초기평형상태 해석의 수렴성.....	35
그림 4.5	일괄방식 변위복원 successive iteration 의 수렴성.....	36
그림 4.6	일괄방식 해석결과 Deck 모멘트.....	38
그림 4.7	Deck 부문의 추가조건식 검증.....	40
그림 4.8	현수 main 케이블 부문의 추가조건식 검증.....	40
그림 4.9	분리방식 사장교부문의 수렴성.....	41
그림 4.10	분리방식 현수교부문의 수렴성.....	42
그림 4.11	분리방식 불평형성 제거 반복계산의 수렴성.....	42
그림 4.12	분리방식 해석결과 Deck 모멘트.....	44

표 목 차

표 4.1 사장-현수교 예제 교량의 물성치	31
표 4.2 일괄방식 목표형상 부재길이와 제작길이.....	37
표 4.3 분리방식 목표형상 부재길이와 제작길이	43
표 4.4 일괄방식과 분리방식의 장력비교	45
표 4.5 일괄방식과 분리방식의 케이블 초기길이 비교	46

1. 서론

최근 물류이동량의 증가로 초장대 교량에 대한 수요가 증가하고 있다. 그리고 이런 요구에 따라서 케이블 교량의 시공이 활발히 진행 중이다. 국내에서는 주경간장 1545m 의 현수교인 이순신대교가 건설중에 있으며, 주경간장 800m 로 세계 5 위권 사장교인 인천대교가 최근 완공되어 이러한 수요에 부응하고 있다. 이러한 케이블 교량에 대한 수요와 공급이 활발히 진행중이지만, 기존의 현수교와 사장교는 초장대교량의 시공과 설계에서 몇가지 문제점을 가지고 있다. 현수교의 경우 주경간장이 길어질수록 메인케이블이 단면적이 증가하여 재료비 증가는 물론 타워와 메인케이블간의 접합부의 시공이 난해해지는 등의 시공상의 문제점이 있다. 또한 사장교의 경우는 주경간장이 길어질수록 사장케이블이 부담하는 수직 부담률이 작아져서 사장케이블 단독으로는 초장대 교량의 시공에 적합하지 않다는 단점이 있다.

따라서 최근 이러한 현수교와 사장교의 단점을 보완한 사장-현수 복합케이블 교량에 대한 관심이 높아지고 있다. 사장-현수교란 Deck 를 사장케이블과 현수케이블 두 종류의 케이블로 동시에 지지하는 구조물로 Deck 의 하중을 타워와 가까운 범위는 사장케이블이 지지하고 경간중앙의 범위는 현수케이블과 행어로 지지하는 시스템으로 구성되어있다. 사장케이블과 현수케이블로 동시에 Deck 를 지지하게 되면, 사장케이블에 의해서

전체 Deck 의 자중을 일정부분 지지 할 수 있으므로 현수메인 케이블에 재하되는 자중을 줄여서 설계와 시공시 현수메인 케이블의 직경과 메인케이블을 지지하는 타워의 부피를 줄일 수 있다는 장점이 있다. 또한 경간중앙의 범위는 현수케이블로 지지함으로써 장대경간을 사장케이블만으로 시공시 발생하는 하중지지 시스템의 비효율성과 Deck 에 과도한 수평력이 재하되어 Deck 의 모멘트 지지강도의 저하현상 등을 보완할 수 있다.

본 논문은 이러한 사장교와 현수교의 단점을 보완한 사장-현수 복합케이블 교량에 대한 초기평형상태 해석방법을 제안함으로써 복합케이블 교량의 해석과 설계에 기반을 제공하는 것을 목표로 한다.

구체적으로 기존의 사장교의 초기평형상태 해석에 사용되었던 전교량을 하나의 구조물로 생각하고 한번에 해석하는 일괄방식 해석방법과, 현수교의 초기평형상태 해석에 사용되었던 교량을 현수교부문과 사장교부문으로 분리하여 해석하는 분리방식 해석방법을 사장-현수 복합케이블교량에 적용시켜, 그때의 문제점과 그 문제점의 해결방안을 제시한다. 이때 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건식은 변위구속 형태와 장력등가 형태로 주어지도록 설정한다.

또한 제시된 방법의 정당성을 검증하기 위해서 FAN TYPE 사장교를 변형한 썬버가 있는 플로팅타입의 사장-현수교 예제를 설정하고 이 예제에 일괄방식 해석방법과 분리방식 해석방법을 각각 적용시켜 두 방법의 동일성을 확인하고 각각 방법의 결과값으로부터 해석방법과 구성된 예제의

적합성을 검증한다.

마지막으로 교량을 분리하여 해석하는 분리방식 해석방법의 장점에 대해서 고찰하였다.

2. 기존연구 분석 및 문제점 제기

이 장에서는 김기석, 김호경 등에 의해서 연구된 기존의 초기평형상태 해석 방법을 설명한다. 단 케이블에 대한 증분형 방정식을 유도하고, 유도된 증분형 방정식으로부터 초기평형상태 해석의 필요성과 그 적용방법을 설명한다. 그리고 적용의 대상을 단 케이블에서 케이블 지지 구조물, 즉 사장교와 현수교로 확장시켜서 단 케이블에서 유도하고 설명한 증분형 방정식과 초기평형상태 해석방법을 적용시킨다. 그 후 기존의 초기평형상태 해석방법을 사장-현수 복합 케이블 교량에 적용시 발생하는 문제점에 대해서 알아본다.

2.1 케이블의 초기평형상태 해석

케이블과 같은 구조물은 프레임과 같은 구조물과는 다르게 하중이 가해지지 않은 상태, 즉 무응력 상태에서의 형상을 알 수 없다는 특징이 있다. 초기평형상태 해석이란 이러한 무응력 상태에서의 형상, 즉 초기형상을 알 수 없는 구조물에 대하여 주어진 조건식을 제외한 추가의 조건식을 이용하여 미지의 초기형상을 알아내는 것을 의미한다.

케이블의 경우 초기형상은 케이블의 무응력길이(L_0)로 대표할 수 있으므로 케이블의 초기평형상태 해석이란 추가의 조건식을 이용하여 케이블의 초기길이를 구하는 해석을 의미한다.

케이블에 대한 평형조건과 적합조건 등을 이용하여 유도한 단 케이블의 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 x_2 - x_1 = \phi_x &= -\frac{F_x^1}{EA} L_0^e - \frac{F_x^1}{w} \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{F_z^1 + wL_0^e}{H} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{F_z^1}{H} \right) \right\} \\
 y_2 - y_1 = \phi_y &= -\frac{F_y^1}{EA} L_0^e - \frac{F_y^1}{w} \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{F_z^1 + wL_0^e}{H} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{F_z^1}{H} \right) \right\} \\
 z_2 - z_1 = \phi_z &= -\frac{F_z^1}{EA} L_0^e - \frac{w(L_0^e)^2}{2EA} - \frac{1}{w} \left\{ \sqrt{H^2 + (F_z^1 + wL_0^e)^2} - \sqrt{H^2 + (F_z^1)^2} \right\}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

위 식에서 알 수 있듯 케이블의 방정식은 대표적인 비선형 방정식이기 때문에 방정식을 풀기 위해서는 방정식을 증분식 형태로 변환시킨 후 Successive iteration, Newton-rapson method 같은 반복계산법을 적용시켜야 한다. 구체적인 해석과정을 살펴보면 다음과 같다.

위의 케이블 방정식을 증분형 방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Bx}^e &= \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{F}_1^e, L_0^e) = \boldsymbol{\varphi}((\mathbf{F}_1^e)_{i+1}, (L_0^e)_{i+1}) = \boldsymbol{\varphi}((\mathbf{F}_1^e)_i + \Delta\mathbf{F}_1^e, (L_0^e)_i + \Delta L_0^e) \\
 &= \boldsymbol{\varphi}((\mathbf{F}_1^e)_i, (L_0^e)_i) + \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{F}_1^e} \Delta\mathbf{F}_1^e + \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial L_0^e} \Delta L_0^e
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

위에서 유도된 단 케이블의 증분형 방정식을 이용하여 아래의 그림과 같이 단 케이블이 연결된 케이블 구조물에 대한 증분형 방정식을 유도하면 다음과 같다.

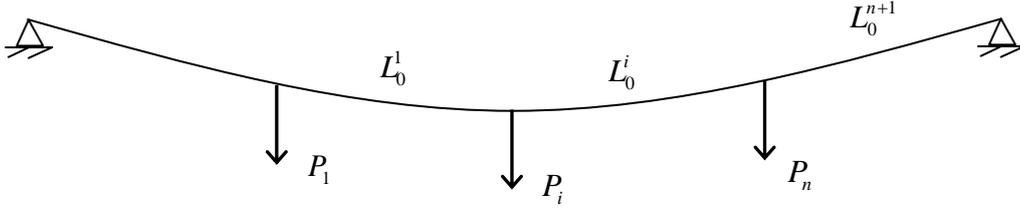


그림 2.1 단 케이블이 연결된 케이블 구조물

$$\begin{aligned}
 \Delta \mathbf{F}_1^e &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{F}_1^e} \right)^{-1} (\mathbf{B} \mathbf{x}^e - \Phi((\mathbf{F}_1^e)_i, (L_0^e)_i)) - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \mathbf{F}_1^e} \right)^{-1} \frac{\partial \Phi}{\partial L_0^e} \Delta L_0^e = \mathbf{k}_c \mathbf{B} \Delta \mathbf{x}^e + \mathbf{k}_g \Delta L_0^e \\
 \mathbf{F}_2^e &= -\mathbf{F}_1^e - \mathbf{w} L_0^e \rightarrow \Delta \mathbf{F}_2^e = -\Delta \mathbf{F}_1^e - \mathbf{w} \Delta L_0^e = -\mathbf{k}_c \mathbf{B} \Delta \mathbf{x}^e - (\mathbf{k}_g + \mathbf{w}) \Delta L_0^e \\
 \Delta \mathbf{F}_c^e &= \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{F}_1^e \\ \Delta \mathbf{F}_2^e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{F}_1^e \\ -\Delta \mathbf{F}_1^e - \mathbf{w} \Delta L_0^e \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{k}_c & \mathbf{k}_c \\ \mathbf{k}_c & -\mathbf{k}_c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x}_1^e \\ \Delta \mathbf{x}_2^e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{k}_g \\ -\mathbf{k}_g - \mathbf{w} \end{pmatrix} \Delta L_0^e \\
 &= (\mathbf{K}_c^t)^e \Delta \mathbf{x}^e + (\mathbf{K}_g^t)^e \Delta L_0^e
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

위의 증분형 방정식을 구조물 전체로 확장시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \sum_e \mathbf{F}_c^e(\mathbf{x}_{i+1}, (\mathbf{L}_0^e)_{i+1}) &= \sum_e (\mathbf{F}_c^e(\mathbf{x}_i, (\mathbf{L}_0^e)_i) + (\mathbf{K}_c^t)^e \Delta \mathbf{x}^e + (\mathbf{K}_g^t)^e \Delta L_0^e) \\
 &= (\mathbf{F}_c)_i + \sum_e ((\mathbf{K}_c^t)^e \Delta \mathbf{x}^e + (\mathbf{K}_g^t)^e \Delta L_0^e) = \mathbf{P}_c \\
 \mathbf{K}_c^t \Delta \mathbf{x} + \mathbf{K}_g^t \Delta \mathbf{L}_0 &= \mathbf{P}_c - (\mathbf{F}_c)_i = \Delta \mathbf{P}_c
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

위의 방정식에서 볼 수 있듯이 케이블의 초기길이(L_0)가 미지수이기 때문에 방정식을 풀기 위해서는 추가의 조건식이 필요하다. 김기석의

논문에서는 이러한 추가의 조건식을 자중 재하 후 목표로 하는 구조물의 형상으로 설정하여, 구체적으로 변위의 구속조건과 장력 등가조건으로 추가의 조건식을 제공하였다.

케이블 지지 구조물에서 추가의 조건식을 변위 구속조건으로 설정했을때의 방정식 형태는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_c^t & \mathbf{K}_g^t \\ \lambda & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{L}_0 \end{pmatrix} = \Delta \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{K}_{cg}^t \Delta \mathbf{X} = \Delta \mathbf{P} \rightarrow \Delta \mathbf{X} = (\mathbf{K}_{cg}^t)^{-1} \Delta \mathbf{P} \quad (2.5)$$

위의 수식과 같이 방정식을 풀면 구조물의 변위와 케이블의 초기 길이를 동시에 구해 낼 수 있다.

2.2 사장교의 초기평형상태 해석

2.1 의 초기평형상태 해석에서 언급했듯이 케이블 구조물의 초기평형상태 해석은 방정식을 풀기위한 추가 조건식의 설정방법이 가장 중요하다고 할 수 있다. 사장교의 경우는 다음의 그림과 같이 추가의 조건식을 변위의 구속조건으로 설정한다.

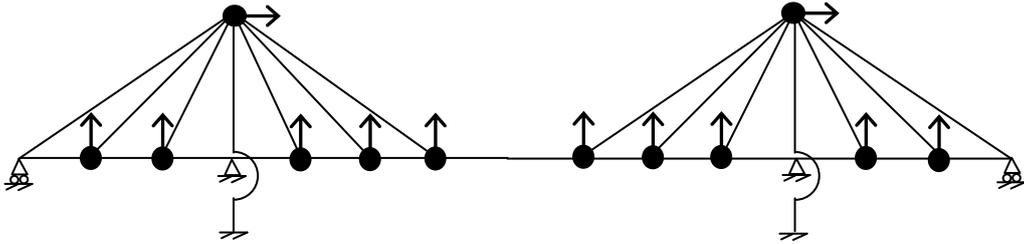


그림 2.2 사장교의 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건

구체적으로 사장케이블과 Deck 의 연결점의 수직처짐과 타워 최상단부의 수평처짐을 제어한다. 사장케이블과 Deck 의 연결점의 수직처짐을 제어하는 것은 Deck 를 평평하게 가설하는 조건을 의미한다. 이러한 Deck 를 평평하게 가설하는 조건만을 적용시 최외곽 케이블, 즉 롤러지점에 연결된 케이블에 대한 조건식이 추가로 필요하게 된다. 이러한 추가의 조건식은 타워 최상단부의 수평처짐을 제어함으로써 얻을 수 있다.

위의 과정을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_f^t \Delta \mathbf{x} + \mathbf{K}_c^t \Delta \mathbf{x} + \mathbf{K}_g^t \Delta \mathbf{L}_0 &= \mathbf{P} - (\mathbf{F}_f)_i - (\mathbf{F}_c)_i = \Delta \mathbf{P} \\
 C^\lambda \Delta \mathbf{x} &= 0 \\
 \begin{bmatrix} \mathbf{K}_f^t + \mathbf{K}_c^t & \mathbf{K}_g^t \\ C^\lambda & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{L}_0 \end{pmatrix} &= \Delta \mathbf{P}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

2.3 현수교의 초기평형상태 해석

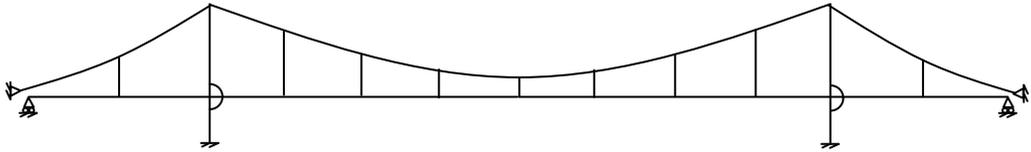


그림 2.3 타정식 현수교

현수교의 경우는 사장교에서 사용한 것과 마찬가지로 전 교량을 하나의 구조물로 생각하고 변위에 대한 구속조건을 적용시키면 손쉽게 케이블의 초기길이를 구해 낼 수 있다. 하지만 일반적으로 현수교는 행어가 그림과 같이 수직하게 가설된다는 가정을 함으로써 아래와 같이 구조물을 분리하여 해석할 수 있다. 구체적으로 행어를 하중으로 치환시켜서, 다음과 같이 현수교를 케이블 부분과 프레임 부분 그리고 행어부분으로 분리시켜서 해석할 수 있다.

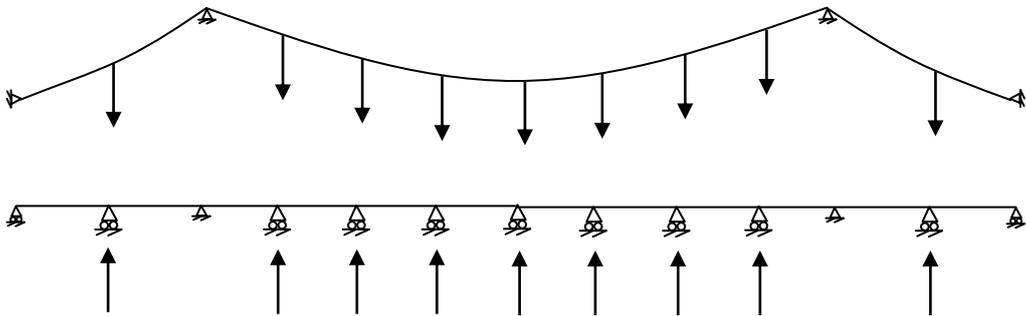


그림 2.4 현수교의 분리해석

우선 행어와 Deck 의 연결점을 롤러단으로 치환하고, 그 상태에서 프레임부분을 다음의 수식과 같이 선형해석하여 롤러단에서의 수직반력을 구해낸다.

$$\mathbf{P}_d = \mathbf{K}_d \Delta \mathbf{x}_d \quad (2.7)$$

그리고 구해진 수직반력을 위의 그림과 같이 현수교 부문에 외부 하중으로 재하시킨 후 초기평형상태 해석을 수행한다. 현수교 부문의 초기평형상태 해석 수행시 사용되는 추가의 조건을 그림으로 표현하면 다음의 그림과 같다.

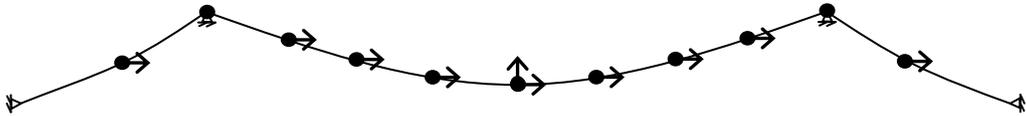


그림 2.5 현수교부문 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건

우선 행어와 main 케이블이 만나는 절점의 수평변위를 구속시킨다. 그리고 main 케이블의 sag 에 대한 조건을 이용하여 sag 부문에서의 수직처짐을 구속시킨다. 이 두가지 종류의 변위를 제어시키면 타워와 main 케이블의 접합부분에서의 2 개의 케이블 요소를 제외하고는 모든 케이블에 대한 조건식을 설정할 수 있게된다. 추가의 2 개의 조건식은 타워와 main 케

이블의 접합부분 양 단에서의 장력이 동일하다는 장력 등가조건으로 얻어
낼 수 있다.

현수교 부분의 계산과정을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_c^t \Delta \mathbf{x} + \mathbf{K}_g^t \Delta \mathbf{L}_0^e &= \mathbf{P}_c - (\mathbf{F}_c)_i = \Delta \mathbf{P}_c \\
 C_x^\lambda \Delta \mathbf{x} &= 0, C_l^\lambda \Delta \mathbf{L}_0^e = 0 \\
 \begin{bmatrix} \mathbf{K}_c^t & \mathbf{K}_g^t \\ C_x^\lambda & 0 \\ 0 & C_l^\lambda \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{L}_0^e \end{pmatrix} &= \Delta \mathbf{P}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

현수교 부분까지 해석이 완료되면 프레임 부분과 현수교 부분에서
의 결과를 이용하여 행어의 초기길이를 다음과 같은 수식으로 구해 낼 수
있다.

$$R_i = EA \frac{(y_c^i - y_d^i) - L_h^i}{L_h^i} \rightarrow L_h^i = \frac{(y_c^i - y_d^i)}{1 + R_i / EA_i} \tag{2.9}$$

여기서 y_c^i 는 현수교부분해석의 결과로 얻어진 현수 main 케이블과
행어가 만나는 절점의 y 좌표값이고, y_d^i 는 프레임부분 해석의 결과로 얻
어진 Deck 와 행어가 만나는 절점의 y 좌표값이다.

2.4 사장-현수교에 기존의 방법 적용시 문제점

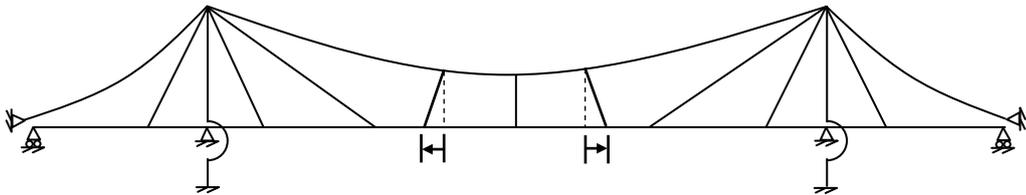


그림 2.6 기존의 해석방법 적용시 문제점

사장교를 초기평형상태 해석한 방법을 구조물을 분리하지 않고 일괄적으로 해석했다는 의미의 일괄해석 방법이라 명명하고, 현수교를 초기평형상태 해석한 방법을 구조물을 분리하여 해석했다는 의미의 분리해석 방법이라 명명하면, 사장-현수교에 일괄해석 방법과 분리해석 방법 적용시킬 경우 사장교와 현수교와는 다르게 몇가지 문제점이 발생하게 된다.

우선 가장 큰 문제점은 위의 그림과 같이 사장-현수교에는 현수교와는 다르게 사장 케이블에 의해서 Deck 에 수평력이 발생하여, 수평처짐이 발생하게 되고 따라서 행어는 수직하게 가설되어야 한다는 행어의 기본적인 가정에 위배되는 현상이 일어나는 것이다. 이러한 현상은 일괄해석 방법과 분리해석 방법 2 가지 모두에서 발생된다.

또한 분리해석 방법의 경우 위의 문제점과는 별도로 현수교에서 사용하였던 방법을 사장-현수교에 그대로 적용하면 프레임 부문(사장-현수교에서는 사장교부문)과 현수교 부문의 접합점인 타워부문에서 적합조건과

평형조건을 만족시키지 못하는 문제점이 발생된다.

3 장에서는 이러한 기존의 일괄해석 방법과 분리해석 방법을 사장-현수교에 적용했을시 발생하는 문제점에 대한 해결책을 알아보도록 하겠다.

3. 사장-현수교에 대한 초기평형상태 해석

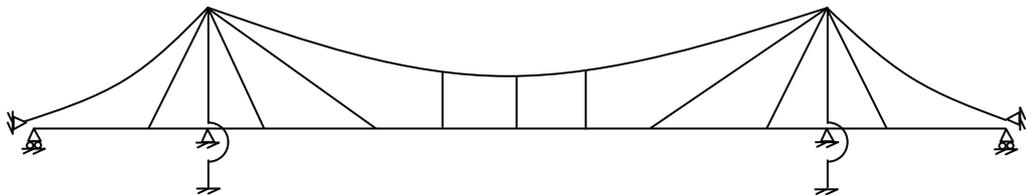


그림 3.1 사장-현수 복합케이블 교량

위에서 언급했듯이 사장교를 초기평형상태 해석한 방법을 구조물을 분리하지 않고 일괄적으로 해석했다는 의미의 일괄해석 방법이라 명명하고, 현수교를 초기평형상태 해석한 방법을 구조물을 분리하여 해석했다는 의미의 분리해석 방법이라 명명한다.

이러한 일괄해석 방법과 분리해석 방법을 사장-현수교에 적용시켰을 경우 발생하는 문제점들의 해결방법은 다음과 같다.

3.1 기존방법 적용시의 발생하는 문제점과 그 해결방안

3.1.1 Deck 에 수평변위가 발생하는 문제점 해결

기존의 방법을 사장-현수교에 적용시키면 2.4 에서 언급한 것과 같이 Deck 에 수평변위가 발생하여 행어의 기본가정에 어긋나는 결과가 발생하게 된

다. 이러한 문제는 다음과 같은 변위복원 successive iteration 에 의해서 해결할 수 있다.

행어에 대한 가정값을 만족시키는 좌표값을 목표로 하는 좌표값이라 하면, 우선 목표로 하는 좌표에 행어하단부를 위치시키고 해석을 하여 변위값을 구해내고 그 변위값을 목표로 하는 좌표값을 기준으로 하여 반대 방향으로 복원시켜 그때를 초기값으로 하여 다시 해석과정을 수행한다. 재해석의 결과로 발생된 목표로 하는 좌표값과 재해석 결과값과의 차이는 앞선 해석의 차이보다 작은 값이 나올 것이기 때문에, 위와 같은 과정을 반복하여 초기 절점의 좌표값을 변경시키면 원하는 오차값 이내로 해석의 결과값을 목표로 하는 좌표값과 동일한 값으로 수렴시킬 수 있다. 위의 과정을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

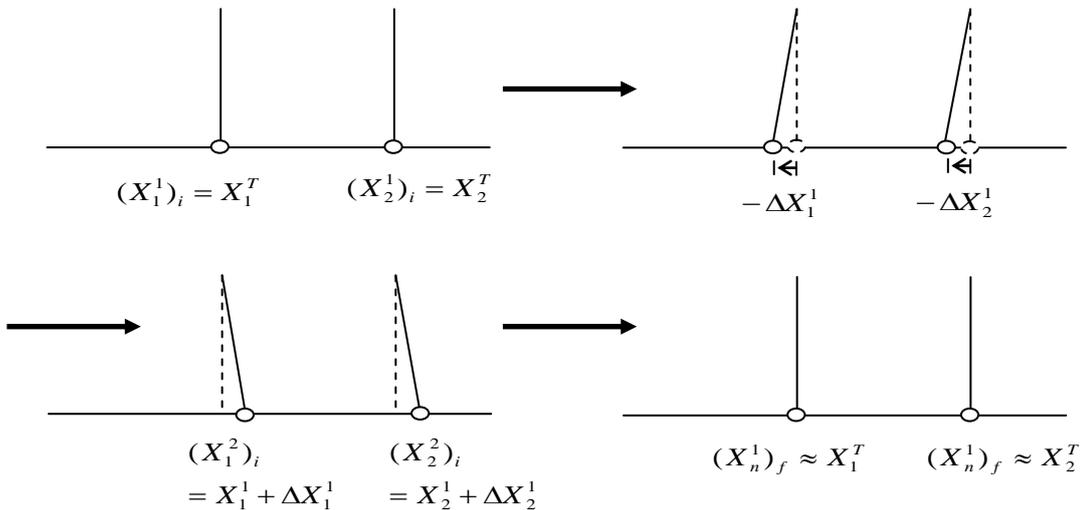


그림 3.2 변위복원 방식 successive iteration

3.1.2 분리해석 방법 적용시 타워 부분에서의 불평형성 해결

현수교를 분리해석하는 경우 일괄해석시 타워 상단부의 수평변위를 제어시키는 추가의 조건을 타워 좌우 케이블의 장력이 같다는 조건으로 변형하여 사용을 하였다. 그리고 이러한 변형된 조건식을 통해서 분리된 현수교 부분과 프레임 부분 사이의 적합조건을 만족시키고 분리해석시 발생하는 불평형력을 제거시켰다.

하지만 사장-현수교를 분리해석하는 경우 타워에 수평력을 작용시키는 부재가 현수 main 케이블뿐만 아니라 사장케이블까지 존재하고, 현수 main 케이블에 의한 수평부재력이 타워에 반영되는 단계와 사장케이블에 의한 수평부재력이 타워에 반영되는 단계가 각각 다르기 때문에 현수교와 같이 단순한 조건식으로는 현수교 부분과 그 외 부분 사이의 적합조건을 만족시킬 수 없고 분리해석시 발생하는 불평형성을 해소시킬수 없다.

따라서 다음과 같은 방법으로 불평형성을 해결한다.

우선 수평방향 불평형성을 생각해보면

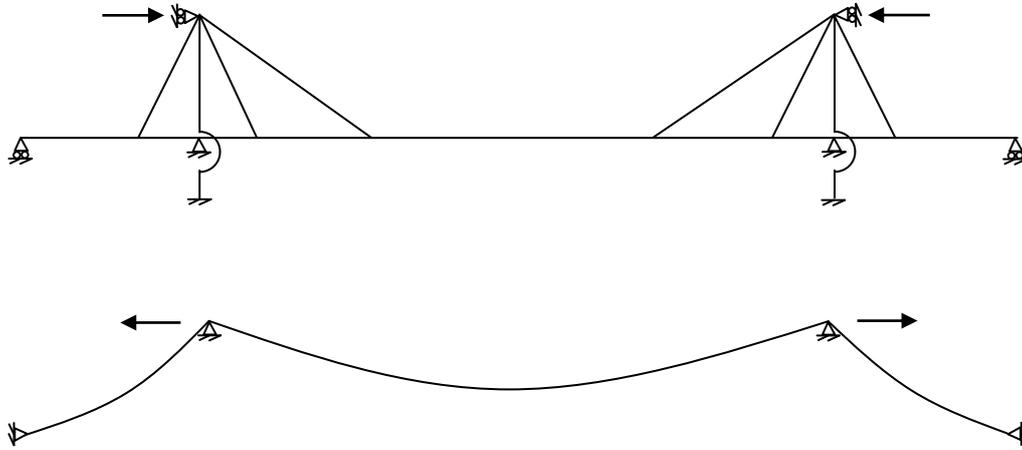


그림 3.3 분리방식 적용시 수평방향 불평형성

위의 그림과 같이 사장교부문 해석시 타워 상단부에 수평방향 롤러지점을 설치하여 타워 상단에 수평처짐이 발생되지 않는다는 조건을 만족시키고 이러한 지점설치로 발생된 수평반력을 현수교부문 해석과정에서의 초기 하중값으로 반영하여 현수교 부문의 초기평형상태 해석을 수행한다. 현수교 부문 초기평형상태 해석에서 추가의 조건식으로 현수 main 케이블과 타워 최상단부의 접점에서의 수평력 평형을 추가의 조건식으로 설정하면 타워 최상단의 처짐이 없어야 된다는 조건과 타워 최상단에서의 수평방향 평형조건을 동시에 만족시킬 수 있다. 이때의 추가의 조건식은 사장교 부문 해석에서 넘어온 수평반력값을 반영한 상태에서 구성된다.

현수교 부문 초기평형상태 해석에서 현수 main 케이블과 타워 최상단부의 접점부문의 추가조건식을 그림과 수식으로 나타내면 다음과 같다.

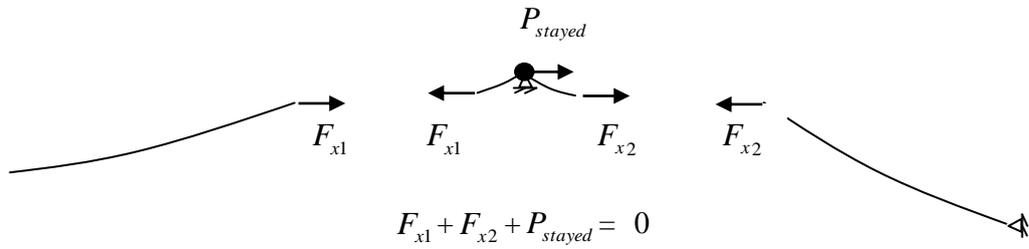


그림 3.4 분리방식 적용시 장력등가 추가조건식

다음으로 수직 방향 불평형성을 생각해보면

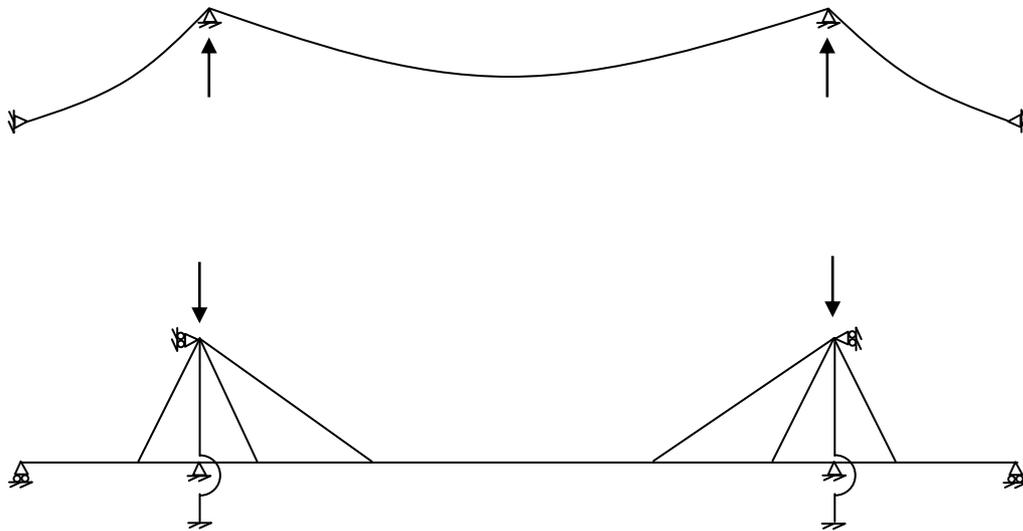


그림 3.5 분리방식 적용시 수직방향 불평형성

현수교의 경우에는 현수 main 케이블의 수직하중으로 발생하는 타워의 수직처짐이 현수 main 케이블의 장력에 미치는 영향이 오차범위 이내로 작기 때문에 수직방향 불평형성을 고려하지 않아도 되지만, 사장-현수교의 경우에는 현수 main 케이블의 수직하중이 발생시킨 타워의 수직처짐으로 발생하는 사장케이블의 장력변동이 매우 크기 때문에 수직방향 불평형성을 별도로 고려를 해야한다.

본 논문에서는 successive iteration 을 이용한 반복계산으로 이러한 불평형성을 제거시켰다. 구체적으로 살펴보면 아래의 그림과 같이 현수교 부문 해석에서 타워상단부를 대체한 지점에서의 발생된 수직반력을 사장교 부문 해석에서 초기하중으로 재하시켜 사장교 부문을 해석하고 동시에 타워의 수직처짐을 계산한다. 그리고 계산된 수직처짐이 반영된 초기값으로 다시 현수교부문을 해석하는 과정을 반복계산한다.

이와 같은 반복계산을 각 계산단계별 전부재의 부재력값의 차이가 오차범위 이내가 될 때까지 수행하면 수직 방향 불평형성을 제거시킬 수 있다.

3.2 일괄방식 해석

사장교의 초기평형상태 해석에서 사용한 일괄해석 방법을 사장-현수교에 적용시 필요한 추가의 조건을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

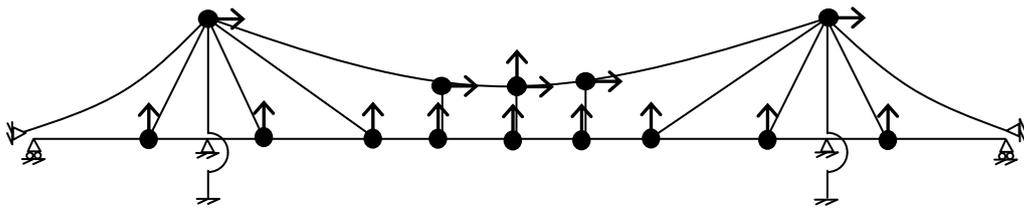


그림 3.6 일괄방식 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건

우선 사장케이블과 Deck 가 만나는 절점의 수직방향 변위를 구속시키고, 현수 main 케이블과 행어가 만나는 절점의 수평방향 변위를 구속시킨 다음 부족한 추가의 조건식은 타워상단부의 수평방향 변위를 구속시키고 현수 main 케이블의 sag 를 조건으로 하여 sag 에서의 수직방향 변위를 구속시켜서 구해낸다.

케이블을 모델링할 때 사용한 탄성현수선요소는 케이블이 수직하게 서있을때를 고려하지 않고 유도되었기 때문에 행어를 탄성현수선 요소로 모델링 할 경우 수렴성이 매우 좋지 않다는 단점이 있다. 따라서 행어

는 초기길이를 미지수로 설정한 비선형 트러스로 모델링하여 사용한다.

일괄해석 방법을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_f^t \Delta \mathbf{x} + \mathbf{K}_c^t \Delta \mathbf{x} + \mathbf{K}_g^t \Delta \mathbf{L}_0 &= \mathbf{P} - (\mathbf{F}_f)_i - (\mathbf{F}_c)_i = \Delta \mathbf{P} \\
 C^\lambda \Delta \mathbf{x} &= 0 \\
 \begin{bmatrix} \mathbf{K}_f^t + \mathbf{K}_c^t & \mathbf{K}_g^t \\ C^\lambda & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{L}_0 \end{pmatrix} &= \Delta \mathbf{P}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

또한, 일괄해석시 발생하는 Deck 의 수평처짐으로 인한 행어의 가정위배는 3.1.1 에서 언급한 변위복원 successive iteration 방법으로 해결한다. 즉, 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{X}^{p+1} = \mathbf{X}^p - \Delta \mathbf{X}^p \tag{3.2}$$

3.3 분리방식 해석

분리방식 해석은 현수교와 마찬가지로 행어는 수직하게 가설되어야 한다는 가정을 이용하여 행어를 외력으로 치환하여 구조물을 다음과 같이 사장교 부문과 현수교 부문, 행어부문으로 분리하여 각각을 초기평형상태 해석하여 케이블의 초기길이를 구해낸다.

해석과정을 개괄적으로 이야기하면 사장교부문과 현수교부문 각각을 계산하고 두 구조물이 서로 상호관계하는 부문, 즉 타워부문과 행어부문에서 적합조건과 평형조건을 맞춰가는 과정이라 할 수 있다.

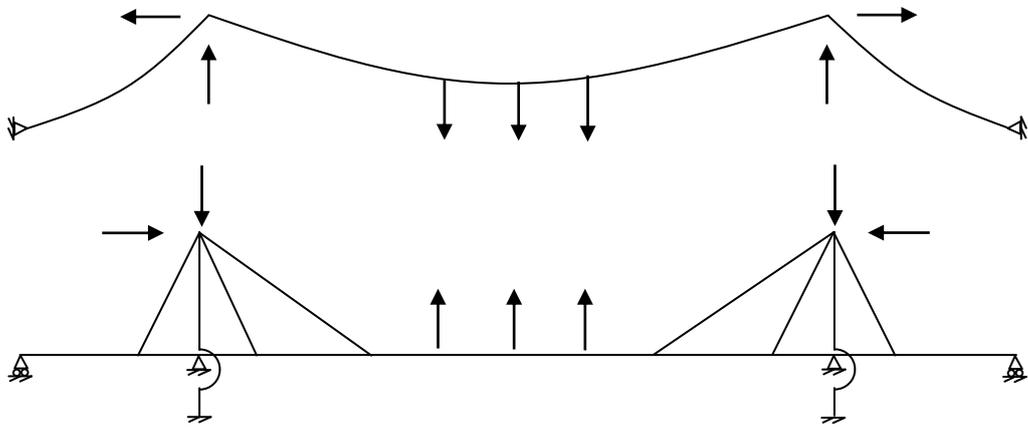


그림 3.7 사장-현수교의 분리해석

구체적인 해석과정은 사장교부문 해석, 현수교부문 해석, 행어부문 해석의 순서로 진행되며 각 과정을 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

3.3.1 사장교부문 해석

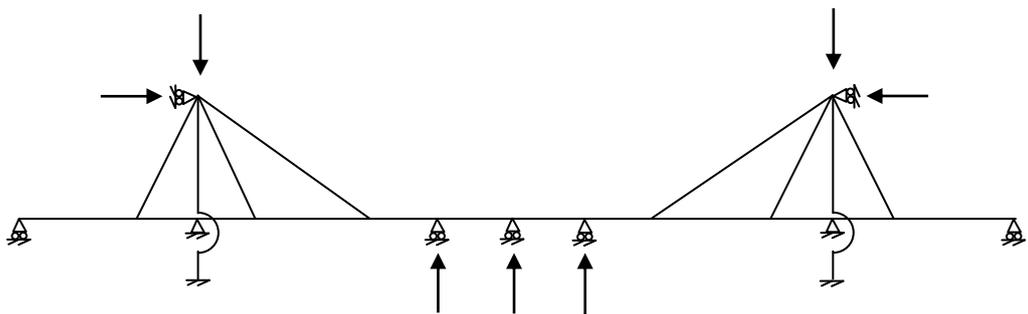


그림 3.8 사장교부문 초기평형상태 해석

현수교와 마찬가지로 Deck 가 곡률없이 시공되었다는 가정을 이용하여, Deck 와 행어가 만나는 절점의 수직처짐 구속 조건을 롤러지점으로 치환시킨다. 그리고 3.1.2 에서 언급한 타워부분에서의 불평형성 제거방법을 적용시키기 위하여 타워 상단부 수평방향으로 롤러지점을 설치한다. 마지막으로 이전 반복계산의 현수교 부분에서 발생된 타워상단부의 수직반력을 초기하중값으로 설정한다. 즉, 수식으로 나타내면 다음과 같은 적합조건을 적용시킨다.

$$P_{T,y}^{Stay} = P_{T,y}^{Susp} \quad (3.3)$$

이러한 설정이 완료되면 사장교 부분의 초기평형상태 해석을 수행한다.

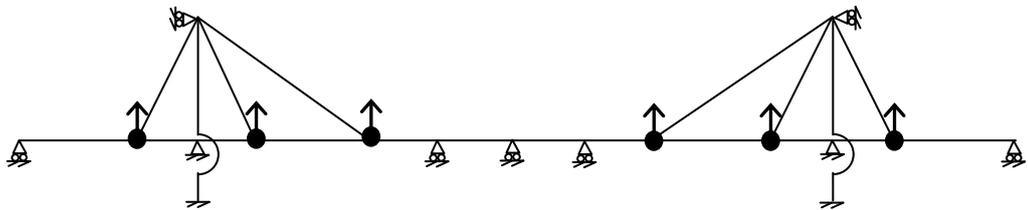


그림 3.9 사장교부분 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건

이때 사용되는 추가의 조건식은 위의 그림과 같이 사장케이블과 Deck 가 만나는 절점의 수직변위를 구속시켜서 구해낸다.

사장교부문의 초기평형상태 해석을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_f^t \Delta \mathbf{x} + \mathbf{K}_c^t \Delta \mathbf{x} + \mathbf{K}_g^t \Delta \mathbf{L}_0 &= \mathbf{P}_{input} - (\mathbf{F}_f)_i - (\mathbf{F}_c)_i = \Delta \mathbf{P} \\
 C^\lambda \Delta \mathbf{x} &= 0 \\
 \begin{bmatrix} \mathbf{K}_f^t + \mathbf{K}_c^t & \mathbf{K}_g^t \\ C^\lambda & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{L}_0 \end{pmatrix} &= \Delta \mathbf{P}
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

분리방식 해석도 일괄방식 해석과 마찬가지로 사장케이블의 장력으로 인해 발생된 Deck의 수평처짐으로 행어에 대한 가정에 위배되는 결과값이 발생되게 되는데, 이러한 문제점은 위에서 언급한 변위복원방식 successive iteration 을 이용하여 해결할 수 있다.

이 과정을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathbf{X}^{p+1} = \mathbf{X}^p - \Delta \mathbf{X}^p \tag{3.5}$$

해석의 결과로 구해낸 Deck 물러단에서의 수직반력과 타워상단 물러단에서의 수평반력, 그리고 타워의 수직처짐값은 현수교부문 해석의 초기값으로 사용한다.

3.3.2 현수교부문 해석

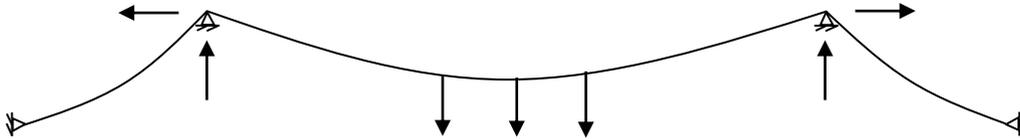


그림 3.10 현수교부문 초기평형상태 해석

현수교의 해석과 마찬가지로 현수교부문과 타워상단부와의 접점을 힌지지점으로 치환시키고 사장교부문 해석에서 발생된 Deck 롤러단에서의 수직반력과 타워상단 롤러단에서의 수평반력을 초기하중값으로 설정한다. 또한 사장교 부문 해석에서 구한 타워의 수직처짐값을 현수교부문 해석의 초기값으로 사용한다. 즉, 수식으로 보면 다음과 같은 적합조건을 적용시킨다.

$$P_{T,x}^{Susp} = P_{T,x}^{Stay}, P_{R,y}^{Susp} = P_{H,y}^{Stay}, X_{T,x}^{Susp} = X_{T,x}^{Stay} \quad (3.6)$$

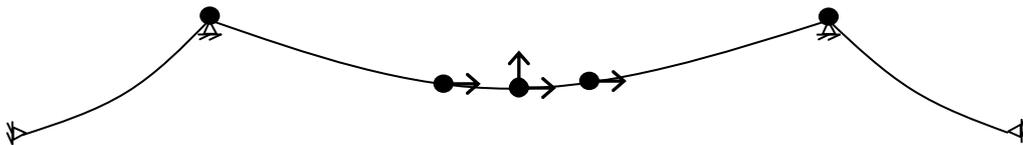


그림 3.11 현수교부문 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건

이때 사용되는 추가의 조건식은 위의 그림과 같다. 우선 현수 main 케이블과 행어가 만나는 절점의 수평변위를 구속시키고 현수 main 케이블

의 sag 조건을 이용하여 sag 의 수직변위를 구속시킨다. 그리고 3.1.2 에서 언급한 타워에서의 불평형성 제거방법을 이용하여 사장교 부문 해석에서의 타워상단부 수평반력값을 고려하여 현수 main 케이블과 타워상단부의 접점에서 장력등가조건을 추가의 조건식으로 설정 후 초기평형상태 해석을 수행한다.

현수교부문의 초기평형상태 해석 과정을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_c^t \Delta \mathbf{x} + \mathbf{K}_g^t \Delta \mathbf{L}_0^e &= \mathbf{P}_c - (\mathbf{F}_c)_i = \Delta \mathbf{P}_c \\
 C_x^\lambda \Delta \mathbf{x} &= 0, C_l^\lambda \Delta \mathbf{L}_0^e = 0 \\
 \begin{bmatrix} \mathbf{K}_c^t & \mathbf{K}_g^t \\ C_x^\lambda & 0 \\ 0 & C_l^\lambda \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \mathbf{L}_0^e \end{pmatrix} &= \Delta \mathbf{P}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

3.3.3 행어부문 해석

다음과 같은 수식을 이용하여 행어의 초기길이를 구해낸다.

$$R_i = EA \frac{(y_c^i - y_d^i) - L_h^i}{L_h^i} \rightarrow L_h^i = \frac{(y_c^i - y_d^i)}{1 + R_i / EA_i} \tag{3.8}$$

여기서 y_c^i 는 현수교부문해석의 결과로 얻어진 현수 main 케이블과

행어가 만나는 절점의 y 좌표값이고, y_d^i 는 사장교부문 해석의 결과로 얻어진 Deck 와 행어가 만나는 절점의 y 좌표값이다.

3.4 순서도를 이용한 일괄방식 해석과 분리방식 해석의 계산과정

순서도를 이용해서 일괄방식 해석과 분리방식 해석의 계산과정을 나타내면 다음과 같다.

3.4.1 일괄방식 해석

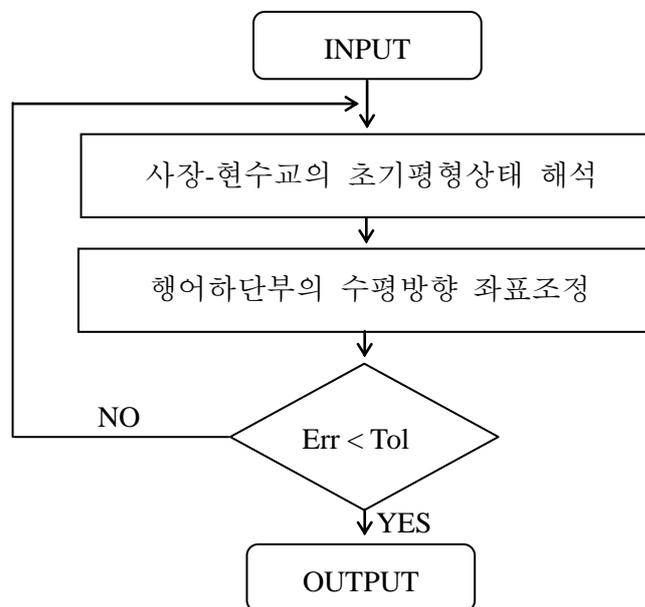


그림 3.12 일괄방식 해석

3.4.2 분리방식 해석

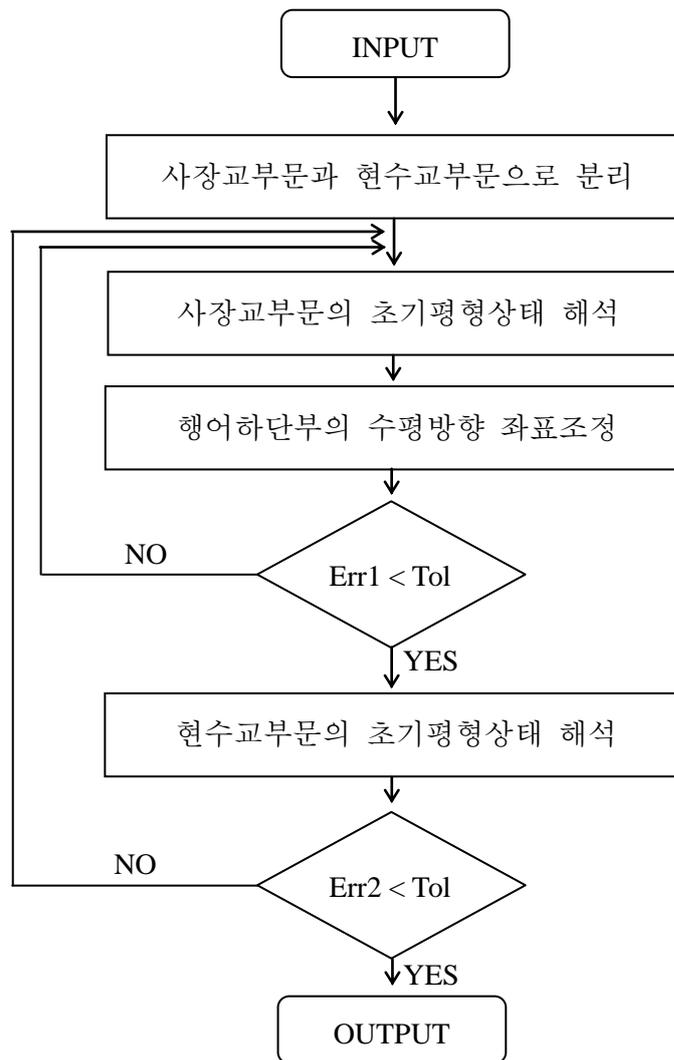


그림 3.13 사장-현수교의 분리해석

4. 예제

앞의 2 장과 3 장에서는 기존에 제안된 사장교에 사용되는 일괄방식 해석방법과 현수교에 사용되는 분리방식 해석방법을 설명하고 이러한 기존의 방법을 사장-현수 복합케이블 교량에 적용시켰을 때 발생하는 문제점과 그 문제점의 해결방안에 대해서 언급하였다. 본 장에서는 앞서 제시한 사장-현수교에 대한 일괄방식 해석과 분리방식 해석을 실제의 예제에 적용하여 제안된 초기평형상태 해석방법의 타당성을 검증한다.

4.1 예제의 모델링

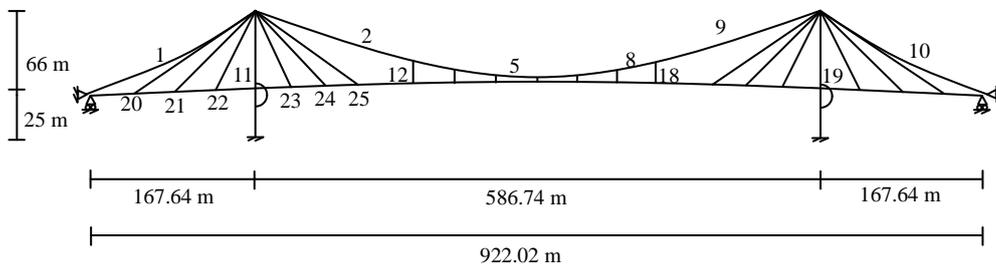


그림 4.1 사장-현수교 예제

사용된 예제는 3 경간 사장-현수교로 중앙경간은 원형으로 2%의 캠버를 설정하였고 양측 경간은 선형으로 2%의 캠버를 설정하였다. 캠버에 의한 수직변위는 중앙경간 중앙에서 12m, 측 경간 끝단에서 3.4m 이다. 교량의 총 경간장은 922.02 m 이며, 중앙경간장은 586.74 m, 측 경간장은 167.64 m 이

다. 측경간은 각각 4 개의 경간으로 분리하였으며, 중앙 경간은 14 개의 경간으로 분리하였다. 각각의 분리된 경간장은 41.91m 로 중앙경간과 측경간 모두 등간격으로 분리되었다. 타워의 높이는 91m 이며 각각의 타워는 4 개의 부재로 분리되어 계산되었다. 또한 Deck 와 타워가 만나는 지점에서 타워 상단까지의 높이는 66m 이며, 타워 하단에서 Deck 와 타워가 만나는 지점까지의 높이는 25m 이다.

현수 main 케이블과 사장케이블은 탄성현수선요소로 모델링 되었으며, 행어는 비선형 트러스로 모델링 되었다. 또한 프레임부분은 축력에 의한 모멘트 증폭효과가 고려된 비선형 보-기둥 부재로 모델링 되었다. 그리고 최근의 시공추세를 반영하여 Deck 와 타워를 행어로 연결하는 플로팅 시스템을 적용시켰다.

그리고 제안된 사장-현수교의 초기평형상태 해석 방법의 설계 부문에서의 적용성을 높이기 위하여, 행어하단부의 수평방향 좌표축을 조절할 때 사용한 변위복원 successive iteration 방법을 사장케이블의 Deck 정착부와 타워의 수직방향 좌표값에도 적용시켜 해석의 결과값이 설계자가 원하는 설계도면상의 값이 되도록하는 프로그램을 추가적으로 구성하였다.

예제에 대한 상세한 재원은 다음과 같다.

표 4.1 사장-현수교 예제 교량의 물성치

		$E(Gpa)$	$A(m^2)$	$I(m^4)$	$W(KN/m)$
Stayed cables	Exterior	207	0.042	-	3.22
	Interior	207	0.016	-	1.24
Suspended cables	Main cable	207	0.252	-	32.93
	Hanger	207	0.042	-	1.24
Decks & Tower	Deck	207	0.32	1.13	87.5
	Tower(-25~0m)	207	0.3	0.5	7.06
	Tower(0~20.3m)	207	0.269	0.432	6.32
	Tower(20.3~40.6m)	207	0.228	0.345	5.36
	Tower(40.6~66m)	207	0.203	0.211	4.77

4.2 케이블 부재의 초기길이 가정

Newton-rapson 반복계산법을 이용하여 케이블 구조물의 초기평형상태해석을 수행하기 위해서는 우선 케이블 부재의 초기길이를 가정해야 한다. 예제로 구성된 구조물에는 사장케이블과 현수 main 케이블, 2 가지 종류의 케이블 부재가 존재한다.

우선 사장케이블의 경우에는 케이블의 시점과 종점이 프레임 구조물에 연결되어있으므로 프레임 구조물의 형상이 결정되어 있다면, 케이블 양끝단의 좌표값은 이미 알고 있는 기지의 값이된다. 그리고 사장케이블에는 케이블과 거의 평행한 방향으로 인장력이 작용하고 있으므로 케이블의 형상은 직선이된다. 또한, 케이블은 매우 큰 탄성계수를 가지고 있으므로 큰 인장력이 재하되더라도, 케이블 길이에 비해 매우 작은 인장이 발생하게 된다. 따라서 케이블의 시점과 종점을 연결한 직선의 길이를 케이블의

초기길이를 가정하면 만족할만한 수렴성을 보장할 수 있다.

다음으로 현수 main 케이블은 사장케이블과는 달리 케이블의 양끝단 중 적어도 한쪽이 다른 케이블과 연결되어 있기 때문에 케이블의 초기길이를 결정하기 위해서는 우선 케이블과 케이블이 만나는 절점의 좌표값을 가정해야 한다는 어려움이 있다. 행어와 Deck 가 접합되는 위치를 알고 있다는 가정과 행어가 수직하게 가설된다는 가정을 사용하면 케이블과 케이블이 만나는 절점의 수평방향 좌표값은 결정할 수 있으나 수직방향 좌표값은 여전히 결정할 수 없다. 기존 현수교의 경우에는 행어가 현수 main 케이블에 등간격으로 가설된다는 것을 이용하여 현수 main 케이블을 2 차 포물선으로 가정함으로써 이러한 문제를 해결하였다. 하지만 복합케이블 교량에서는 타워와 가까운 영역에는 행어가 설치되지 않음으로, 포물선으로 가정하여 반복계산시 구조물이 수렴하지 않는 것을 확인할 수 있다. 따라서 제안된 예제의 초기평형상태 해석에는 김호경등의 논문에서 사용된 오츠키 방법을 적용하여 현수 main 케이블 절점의 초기좌표값과 현수 main 케이블의 초기길이를 가정하였다.

여기서 오츠키 방법이란 현수 main 케이블의 양끝단의 좌표값과 중앙 sag 값을 기지의 값으로 알고 있다고 가정하고 현수 main 케이블에 재하된 인장력의 수평방향 분력이 케이블의 전단면에 걸쳐서 일정하다고 가정할 때, 케이블과 케이블이 만나는 각 절점에서의 평형조건을 이용하여 케이블 구조물의 초기평형상태를 구하는 형상해석 방법이다.

방법을 구체적으로 살펴보면 각 절점에서의 수평방향 평형조건과 수직방향 평형조건을 연립하여, 각 절점의 수직방향 좌표값과 절점에 작용하는 인장력의 수평방향 분력을 미지의 값으로 하는 관계식을 유도한다. 그리고 유도된 관계식에 현수 **main** 케이블 양끝단의 좌표값과 중앙 **sag** 값을 대입하여, 미지수로 설정한 각 절점의 수직방향 좌표값과 절점에 작용하는 인장력의 수평방향 분력을 구해낸다.

오즈키 방법을 적용하여 케이블과 관련된 초기형상과 초기길이를 설정시 매우 만족할 만한 수렴성을 가지는 것을 확인 할 수 있다.

4.3 일괄방식 해석의 결과값

주어진 예제를 일괄방식으로 초기평형상태 해석을 하기 위한 추가의 조건식은 3장에서 언급한 조건식과 동일하다.

우선 사장케이블과 **Deck** 가 만나는 절점의 수직방향 변위와 현수 **main** 케이블과 행어가 만나는 절점의 수평방향 변위 그리고 **sag** 에서의 수직방향 변위를 구속하고, 타워 상단부의 수평방향 변위를 구속하여 조건식을 구성한다.

추가의 조건식을 이용하여 해석한 결과값을 으로부터 일괄방식 해석방법의 정당성을 살펴보면 다음과 같다.

우선 설정한 조건식이 적절하게 작용하였는가의 여부를 살펴보면

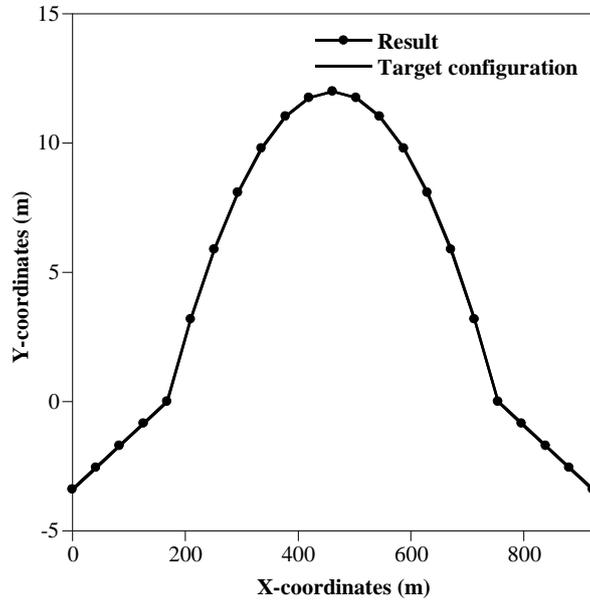


그림 4.2 Deck 부분의 추가조건식 검증

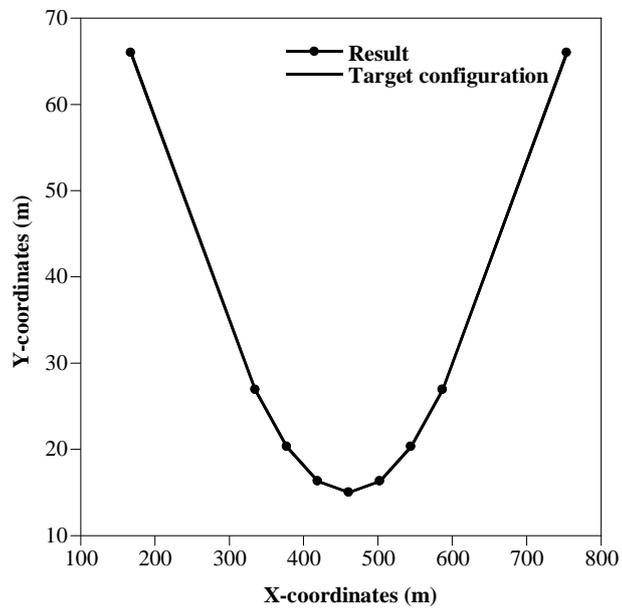


그림 4.3 현수 main 케이블 부분의 추가조건식 검증

위의 그림으로부터 조건식으로 설정한 구속조건을 정확하게 만족시키는 것을 확인할 수 있다.

다음으로 일괄해석 방식의 수렴성을 확인해보면 초기평형상태 해석에 대한 수렴성과 변위복원 successive iteration 의 수렴성은 다음과 같다.

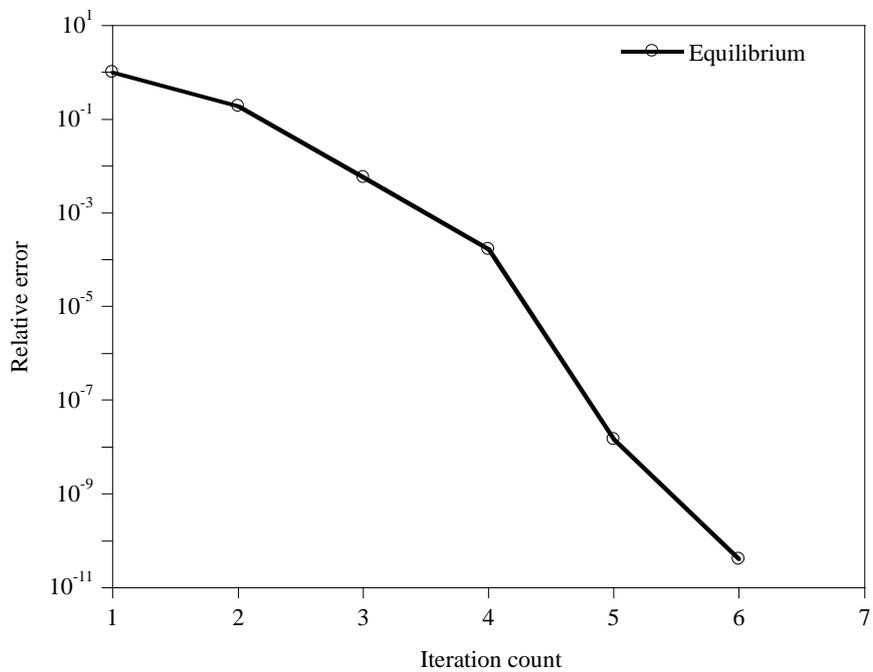


그림 4.4 일괄방식 초기평형상태 해석의 수렴성

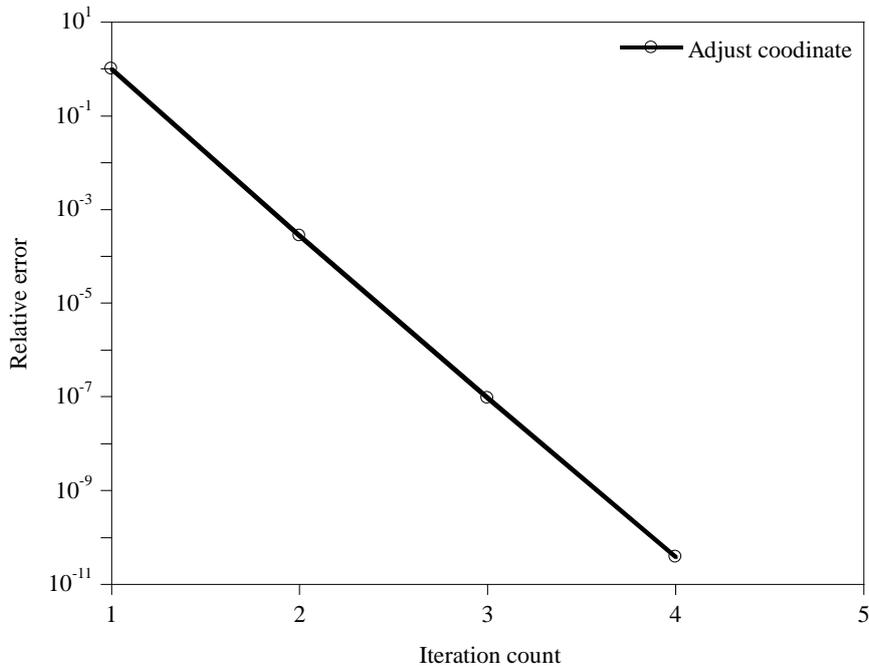


그림 4.5 일괄방식 변위복원 successive iteration 의 수렴성

초기평형상태에 대한 수렴성과 변위복원 successive iteration 에 대한 수렴성 모두 양호한 값을 가지는 것을 볼 수 있다.

다음으로 설계에서의 적용성을 높이기 위하여 추가적으로 구성된 프로그램의 결과값으로 Deck 의 제작길이를 구해보면 다음과 같다. 여기서 목표형상 부재길이란 설계자가 해석의 결과값으로 원하는 설계도면 상의 값을 의미하며, 제작길이란 이러한 결과값을 얻기위한 해석 전 초기길이를 의미한다.

표 4.2 일괄방식 목표형상 부재길이와 제작길이

부재위치		목표형상 부재길이(m)	제작길이(m)	
Deck	좌측경간	1(좌측)	41.9186	41.9186
		2	41.9186	41.9239
		3	41.9186	41.9268
		4	41.9186	41.9283
	중앙경간	1(좌측)	42.0310	42.0408
		2	41.9966	42.0049
		3	41.9679	41.9732
		4	41.9450	41.9455
		5	41.9278	41.9284
		6	41.9164	41.9169
	7(중앙)	41.9107	41.9112	
Tower	좌측타워	1(하단부)	25.0000	25.0355
		2	20.3000	20.3321
		3	20.3000	20.3379
		4(상단부)	25.4000	25.4533

다음으로 Deck 에서의 모멘트를 구해보면 다음과 같다.

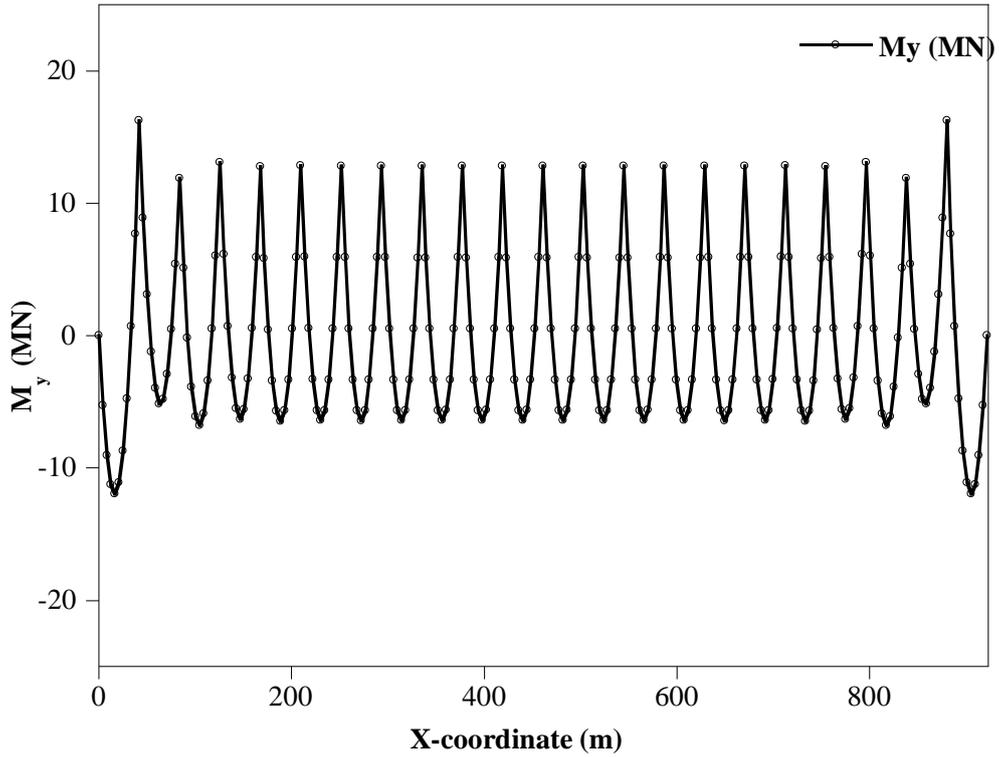


그림 4.6 일괄방식 해석결과 Deck 모멘트

중양경간과 측경간 모두에서 연속보 구조물에서 나타나는 모멘트 형상이 나타나는 것으로 보았을 때 제시된 해석방법과 예제 모두 사장-현수 구조물 형식의 해석에 적합성을 가지고 있다 할 수 있다.

4.4 분리방식 해석의 결과값

주어진 예제의 분리방식으로 초기평형상태 해석을 하기 위한 추가의 조건식은 3장에서 언급한 조건식과 동일하다.

우선 사장교 부문은 사장케이블과 Deck 가 만나는 절점의 수직변위를 구속시켜서 추가의 조건식을 구성한다. 그리고 현수교 부문은 현수 main 케이블과 행어가 만나는 절점의 수평변위를 구속시켜서 추가의 조건식을 구성한다. 또한, 사장교부문에서 계산된 타워상단부의 수평반력을 고려하여 타워상단부의 수평력에 대한 장력등가조건을 추가의 조건식으로 구성한다.

추가의 조건식을 이용하여 해석한 결과값을 으로부터 분리방식 해석방법의 정당성을 살펴보면 다음과 같다.

우선 설정한 조건식이 적절하게 작용하였는가의 여부를 살펴보면

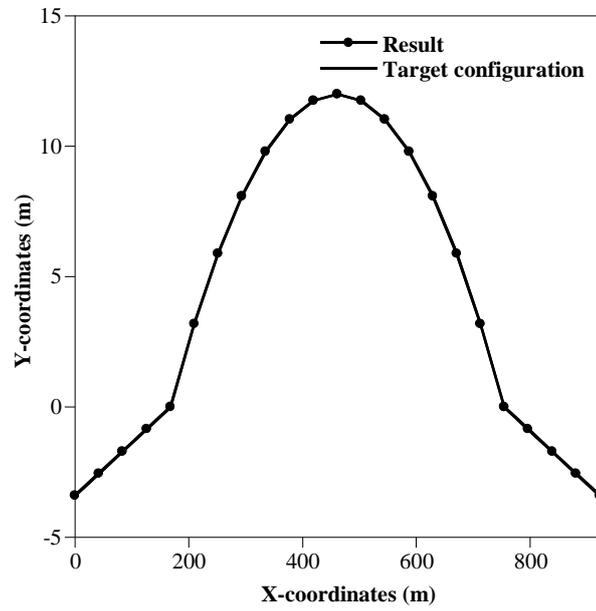


그림 4.7 Deck 부분의 추가조건식 검증

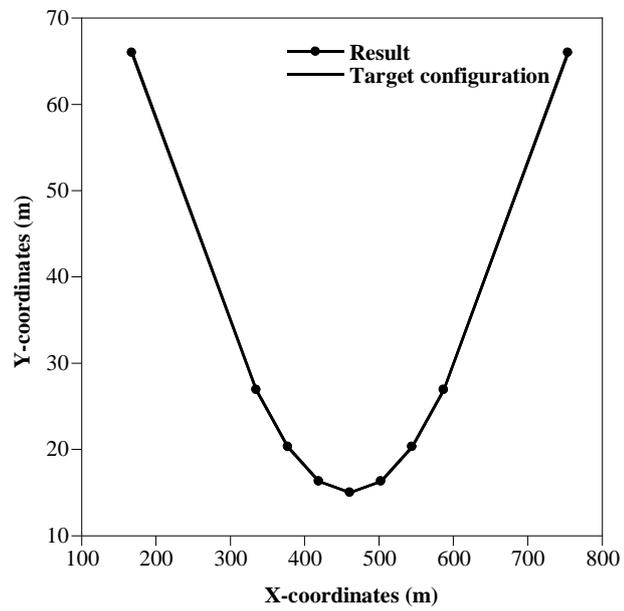


그림 4.8 현수 main 케이블 부분의 추가조건식 검증

조건식으로 설정한 구속조건을 정확하게 만족시키는 것을 확인할 수 있다.

다음으로 분리하여 해석하였을 때의 현수교부문과 사장교부문 각각의 수렴성과 두 구조물 간의 적합조건을 만족시키도록 하는 반복계산의 수렴성을 살펴보면 다음과 같다.

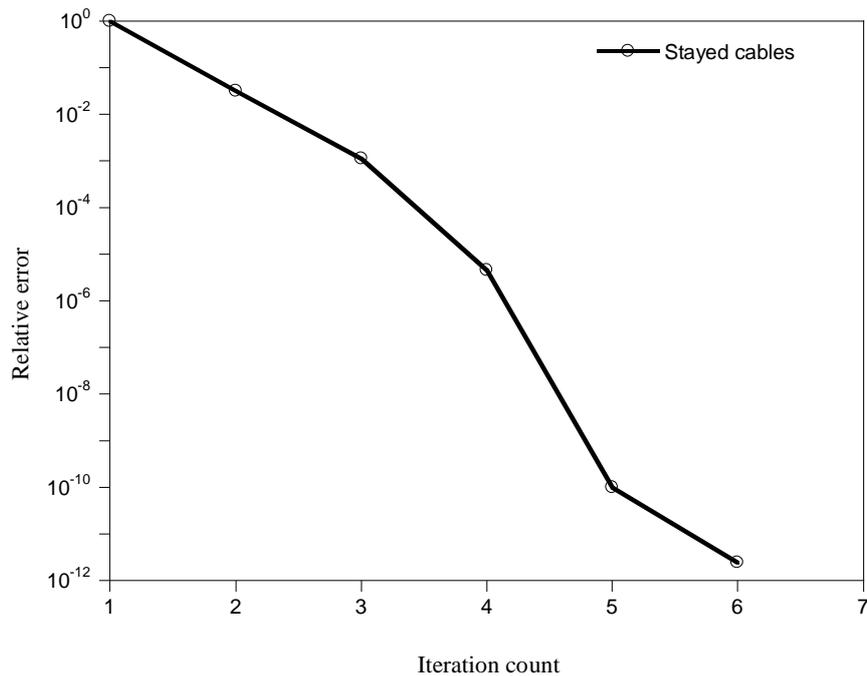


그림 4.9 분리방식 사장교부문의 수렴성

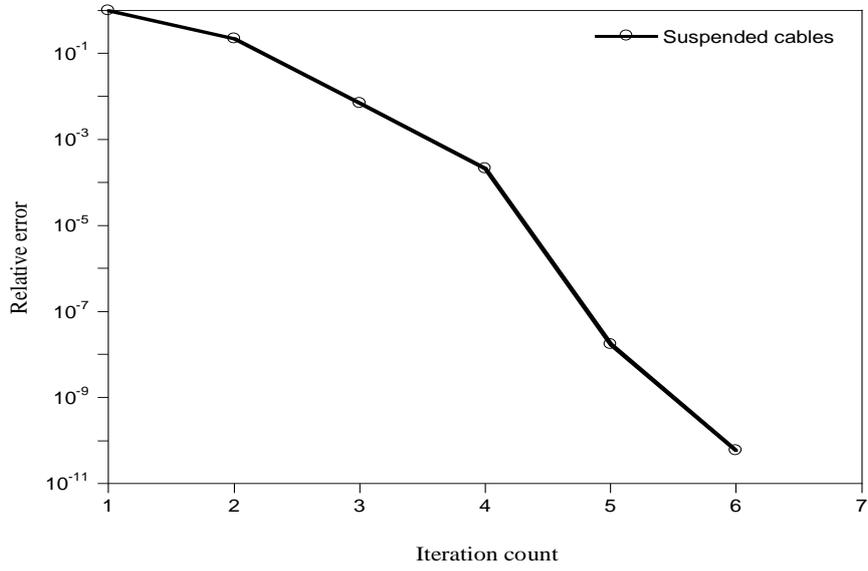


그림 4.10 분리방식 현수교부문의 수렴성

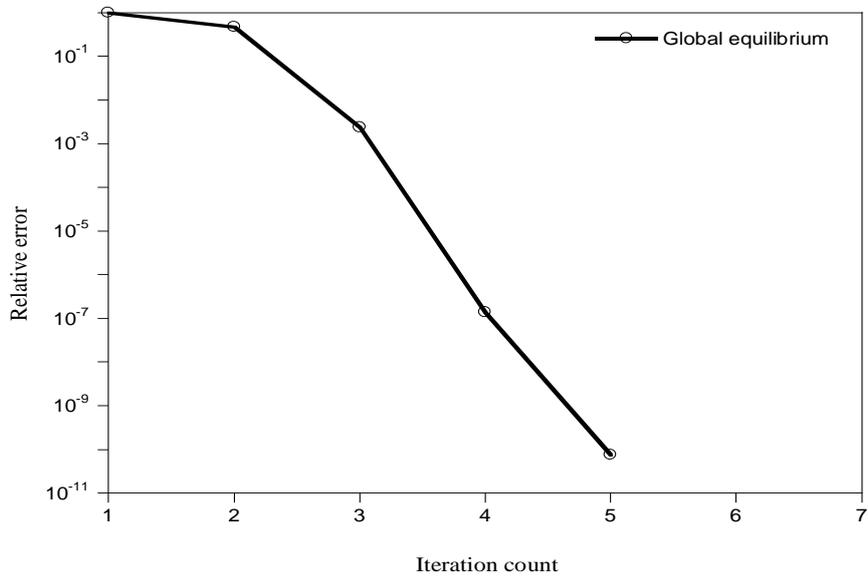


그림 4.11 분리방식 불평형성 제거 반복계산의 수렴성

현수교부문과 사장교부문 각각의 수렴성과 두 구조물 간의 적합조건을 만족시키도록 하는 반복계산의 수렴성 모두 양호한 값을 가지는 것을 볼 수있다.

다음으로 설계에서의 적용성을 높이기 위하여 추가적으로 구성된 프로그램의 결과값으로 Deck의 제작길이를 구해보면 다음과 같다.

표 4.3 분리방식 목표형상 부재길이와 제작길이

부재위치		목표형상 부재길이(m)	제작길이(m)
Deck	좌측경간	1(좌측)	41.9186
		2	41.9186
		3	41.9186
		4	41.9186
	중앙경간	1(좌측)	42.0310
		2	41.9966
		3	41.9679
		4	41.9450
		5	41.9278
		6	41.9164
		7(중앙)	41.9107
Tower	좌측타워	1(하단부)	25.0000
		2	20.3000
		3	20.3000
		4(상단부)	25.4000

마지막으로 Deck 의 모멘트를 구해보면 다음과 같다.

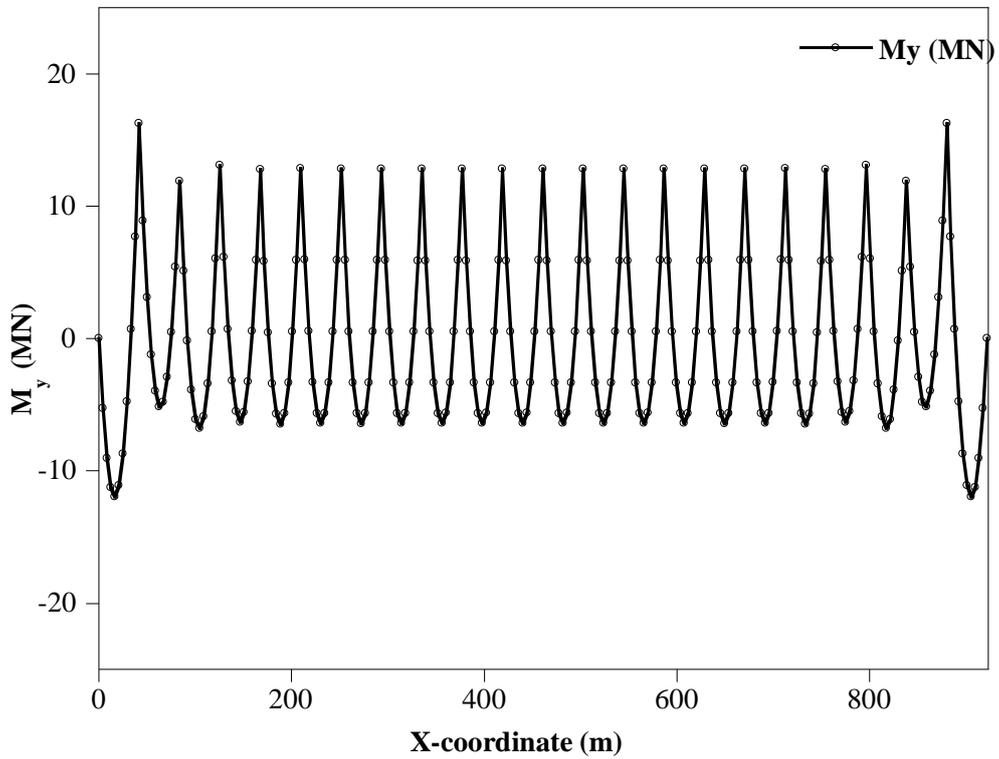


그림 4.12 분리방식 해석결과 Deck 모멘트

일괄해석의 결과값과 마찬가지로 중앙경간과 측경간 모두에서 연속보 구조물에서 나타나는 모멘트 형상이 나타나는 것으로 보았을 때 제시된 해석방법과 예제 모두 사장-현수 구조물 형식의 해석에 적합성을 가지고 있다 할 수 있다.

4.5 일괄방식과 분리방식의 동일성 검증

일괄방식 해석과 분리방식 해석의 동일성은 해석의 결과로 얻어진 케이블의 장력과 케이블의 초기길이를 비교하여 검증하였다.

표 4.4 일괄방식과 분리방식의 장력비교

케이블위치			분리해석	일괄해석	오차
			A(MNm)	B(MNm)	(A-B)/A
Suspended cables	side	1	88.80	88.80	5.95×10^{-08}
		main	2	87.41	87.41
	5		84.46	84.46	3.22×10^{-08}
	8		85.45	85.45	3.22×10^{-08}
	9		87.41	87.41	3.23×10^{-08}
	side	10	88.80	88.80	5.95×10^{-08}
Hanger		11	3.74	3.74	5.31×10^{-07}
		12	3.70	3.70	8.56×10^{-08}
		13	3.69	3.69	4.98×10^{-08}
		14	3.69	3.69	3.28×10^{-08}
		15	3.69	3.69	2.80×10^{-08}
		16	3.69	3.69	3.29×10^{-08}
		17	3.69	3.69	4.98×10^{-08}
		18	3.70	3.70	8.61×10^{-08}
		19	3.74	3.74	5.32×10^{-07}
Stayed Cables (Left)		20	9.56	9.56	3.89×10^{-09}
		21	5.87	5.87	3.14×10^{-09}
		22	4.48	4.48	1.10×10^{-09}
		23	4.45	4.45	1.71×10^{-09}
		24	6.08	6.08	3.19×10^{-09}
		25	8.50	8.50	3.88×10^{-09}

표 4.5 일괄방식과 분리방식의 케이블 초기길이 비교

케이블위치			분리해석	일괄해석	오차
			A(m)	B(m)	(A-B)/A
Suspended cables	side	1	179.83	179.83	-7.56×10^{-07}
		main	2	171.98	171.98
	5		41.86	41.86	9.76×10^{-11}
	8		42.31	42.31	-2.65×10^{-11}
	9		171.98	171.98	-2.88×10^{-10}
	side	10	179.83	179.83	7.56×10^{-07}
Hanger		11	65.77	65.77	-2.44×10^{-05}
		12	26.30	26.30	-9.74×10^{-06}
		13	20.01	20.01	-7.41×10^{-06}
		14	16.24	16.24	-6.01×10^{-06}
		15	14.98	14.98	-5.55×10^{-06}
		16	16.24	16.24	-6.02×10^{-06}
		17	20.01	20.01	-7.42×10^{-06}
		18	26.30	26.30	-9.75×10^{-06}
		19	65.77	65.77	-2.44×10^{-05}
Stayed Cables (Left)		20	141.74	141.74	1.22×10^{-09}
		21	106.37	106.37	2.11×10^{-09}
		22	77.93	77.93	3.84×10^{-09}
		23	77.96	77.96	3.67×10^{-09}
		24	106.40	106.40	1.93×10^{-09}
		25	141.81	141.81	1.06×10^{-09}

장력과 초기길이 모두 일괄방식 해석과 분리방식 해석 두 가지 방법에서 오차범위 이내에서 같은 값이 나오는 것을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 논문에서는 사장교의 초기평형상태 해석에 사용되었던 일괄방식 해석방법과 현수교의 초기평형상태 해석에 사용되었던 분리방식 해석방법을 사장-현수 복합케이블 교량에 적용시켰을 경우 발생하는 몇가지 문제점의 해결책을 제시하여 기존의 해석방법으로 사장-현수교의 초기평형상태 해석이 가능하도록 하였다.

구체적으로 기존의 해석방법을 적용하였을 경우, 사장케이블의 수평부재력으로 Deck 에 수평처짐이 발생하는, 행어에 대한 기본가정이 위배되는 문제점과 분리해석시 사장교부문과 현수교부문의 접합점인 타워부문에서 적합조건과 평형조건이 만족되지 못하는 문제점이 있다.

행어의 기본가정이 위배되는 문제점은 변위복원방식의 successive iteration 을 사용하여 해결할 수 있었다. 해석의 결과로 발생한 변위를 목표하는 좌표값의 반대방향으로 복원시켜서 해석의 결과값이 목표로 하는 좌표값이 되도록 초기좌표값을 조절하였다.

분리해석시 타워부문에서 발생하는 불평형성의 문제는 수평방향 불평형성과 수직방향 불평형성으로 분리시켜서 해결하였다. 수평방향 불평형성은 사장교부문 해석시 타워상단부에 수평방향으로 롤러지점을 설치하여 수평변위를 구속시키고, 설치한 지점에서 발생한 수평반력을 현수교부문 해석단계에서 타워상단 부문 장력 증가의 추가조건 설정시 반영시켜서

해결하였다. 그리고 수직방향 불평형성은 현수교부문에서 계산된 타워부문에 대한 수직반력을 사장교부문 해석에서 초기하중값으로 설정하고, 사장교에서 발생한 타워상단부의 처짐에 의해 변화된 좌표값을 현수교부문 해석에서 초기좌표값으로 설정하여, 구조물을 successive iteration 으로 오차범위 이내가 될때까지 반복계산하여 해결하였다.

제안된 두가지 방법, 일괄방식 해석방법과 분리방식 해석방법은 캄버가 있는 예제를 통해서 방법의 정당성과 동일성을 검증하였다. 두가지 방법은 각각의 장점과 단점이 존재한다. 일괄해석의 경우 분리해석보다 구현해야하는 해석과정이 간단해서 이해하기 쉽다는 장점이 있지만 전 구조물을 하나의 매트릭스로 표현하여 계산하기 때문에 총 해석시간이 비교적 오래 소요된다는 단점이 있다. 분리해석의 경우는 해석과정이 비교적 복잡해서 처음 해석방법을 구축하는 것이 어렵다는 단점이 있지만, 다음과 같은 여러 장점이 있다.

우선 전구조물을 사장교부문과 현수교부문으로 분리해서 해석하기 때문에 총 해석시간이 줄어든다는 장점이 있다. 또한 행어를 하중으로 치환하여 해석하고 행어의 초기길이는 사장교부문과 현수교부문의 결과를 이용하여 해석 후 별도로 계산하기 때문에 매트릭스를 이용한 해석과정에 행어 갯수 만큼의 부재가 제거됨으로 총 해석시간이 더욱 줄어드는 장점이 있다. 해석시간에 대한 장점 이외에도 분리해석의 경우 사장-현수교 해석에 별도의 프로그램을 사용할 필요없이 기존의 사장교와 현수교에 대한 프

로그램을 이용하여 초기값을 적절히 제어하면 손쉽게 복합케이블교량을 해석할 수 있다는 장점이 있다. 또한 사장교와 현수교 각각에 대해서는 교량의 구조적 거동이나 결과값에 대한 기존의 데이터가 잘 정리되어 있기 때문에 분리해석시 전 구조물의 거동을 일괄해석을 적용할 때 보다 좀더 잘 이해할 수 있다.

위의 여러가지 이유에 의해서 구조물을 사장교부문과 현수교부문으로 분리하여 해석하는 분리방식 해석방법이 일괄방식 해석방법보다 더 유용하다 할 수 있다.

본 연구는 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건을 변위구속과 장력등가의 형태로 설정하였다. 하지만 초기평형상태 해석을 위한 추가의 조건은 변위나 장력뿐 아니라 모멘트최적화 등 여러가지 형태로 나타낼 수 있다. 따라서 사장-현수교의 초기평형상태에 대한 좀 더 많은 정보를 얻기 위해서는 모멘트 최적화등의 다른 방법으로 조건식을 설정하여 해석하는 추가의 연구가 필요하다 생각된다.

참고문헌

- [1] Ki-seok Kim, Hae Sung Lee. (2001) "Analysis of target configurations under dead loads for cable-supported bridges", *Computers and Structures*, Vol. 79, Issue 29-30, pp. 2681-2692
- [2] Ho-Kyung Kim, Myeong-Jae Lee, and Sung-Pil Chang. (2002), "Non-linear shape-finding analysis of a self-anchored suspension bridge", *Engineering Structures*, Vol.24, No.12, pp.1547-1559.
- [3] 이해성, 김창현, 안양광, 이민권, 신수봉. (2004), 계측 자료를 이용한 강사장교의 시공단계별 형상관리 시스템 개발, 현대건설주식회사 기술연구단
- [4] 정길제, 박연철, 김현겸, 이해성. (2007), 케이블의 동적해석을 위한 가상일 원리의 정식화, 교량설계 핵심기술연구단
- [5] Wang PH, Yang CG. (1996), "Parametric studies on cable-stayed bridges", *Comput Struct*, 60(2), 243-60
- [6] William McGuire. (2000), *Matrix structural analysis – Second edition*, John Willey & Sons Inc., New York, USA

ABSTRACT

This thesis overviews the limitation of existing design and construction of both Cable Stayed Bridge and Suspension Bridge and suggests Bridges Supported with Stayed and Supported Cables to overcome those limitation. To tell the more detail, it suggests initial equilibrium configuration analysis for the Bridges Supported with Stayed and Supported Cables.

This thesis proposes two analyzing methods for the Bridges Supported with Stayed and Supported Cables. First, A Lump Analysis is the entire constructions of Cable Stayed Bridge applied initial equilibrium configuration analysis considers one construction.

In progress to applying this method, we found out the problem that the movements of the hanger were against the initial assumption; we could solve this problem by applying the restored displacement type, Successive Interaction. A Lump analysis method has advantage that it is handy for applying but it takes more time for analysis compared with Separation Analysis Type that I am going to introduce following.

Next method is the Separation Analysis. With this method the entire construction that was used initial equilibrium configuration separates mainly three parts; the Cable Stayed Bridge and Suspension Bridge and hanger. By applying this method, there was problem that the movement of the hanger was against the initial assumption which A Lump analysis method already had and additionally, its separated

parts don't match the equilibrium condition and compatibility condition. I could solve this additional problem by controlling the very top part of the displacement and each parts initial value. The Separation Analysis Type has disadvantage of its complexity, but there is advantage that it takes less time to analysis and it is able to understand the movement of the construction better.

Lastly, I verified those two suggestions through the proper examples of Deck has camber.

Keywords:

Cable, Nonlinear analysis, Initial equilibrium state, Cable Stayed Bridge, Suspension Bridge, Target Configuration

Student Number: 2009-20932

감사의 글

이 논문이 완성되기까지 열과 성을 다하여 지도해 주신 이해성 교수님께 진심으로 감사드립니다. 그리고 학부와 대학원에서 가르침을 베풀어주신 고현무 교수님, 김재관 교수님, 조재열 교수님, 김호경 교수님께 깊이 감사드립니다.

저의 석사 생활 2년 동안 항상 지켜봐주시고 도와주신 연구실 형님, 동기들, 후배들에게도 감사의 인사를 전합니다. 연구실을 늦은 나이에 들어와서 걱정이 많았는데 다들 따뜻하게 대해주셔서 2년동안 정말 즐겁고 알차게 지내다 가는 것 같습니다. 연구실의 대들보 승근형, 2년동안 언제나 옆에서 도와주던 동기 윤화와 종서, 논문 연구에 많은 도움을 준 길제와 근원이 정말 고맙습니다. 앞으로 연구실을 훌륭하게 이끌어갈 승한, 광연이 파이팅이다. 올해 많은 연구를 하게 될 진호, 희동아 코드 깔끔하게 정리하지 못하고 가서 미안하다. 모두 언제나 건강하고 행복하십시오.

마지막으로 그 누구보다 저에게 큰 힘이 되었던 부모님과 친형에게 고마움을 전하며 이 논문을 바칩니다.