

공학박사학위논문

현수교 주케이블의 2차응력 발생요인
분석 및 신뢰도평가

Reliability Assessment and Investigation on the
Development of Secondary Stresses
in Main Cables of Suspension Bridge

2014년 2월

서울대학교 대학원

건설환경공학부

류근원

초 록

이 논문에서는 현수교의 주케이블에서 발생하는 2차응력의 주요 발생 요인을 발생 지점에 따라 제시하고 각 요인에 따라 발생하는 2차응력의 크기와 주케이블에 미치는 영향을 분석한다.

케이블의 파괴확률은 주탑의 새들 부에서 가장 크게, 그리고 새들과 가장 근접해있는 케이블 밴드의 위치에서 두번째로 크게 나타나게 된다. 그러므로 가장 위험한 두 지점에서의 2차응력의 크기를 도출하고 이러한 2차응력의 영향에 의하여 변동하는 파괴확률을 신뢰도평가를 통하여 제시한다.

주탑의 새들 부에서는 새들의 형상에 의하여 발생하는 케이블의 휨과 하중에 의한 새들 출구에서의 케이블 꺾임에 의하여 2차응력이 발생하게 되며 케이블 밴드 부에서는 행어를 통하여 케이블에 발생하는 하중이 유발시키는 밴드 출구에서의 케이블 꺾임과 미끄러짐 방지를 위한 케이블 밴드 자체의 압축에 의하여 2차응력이 발생하게 된다. 케이블의 스트랜드 별 길이 차이에 의하여 발생하는 응력은 케이블의 전 구간에서 발생하게 되므로 이러한 각 요인의 영향을 주탑부와 새들부로 구분하여 해석적으로 구하는 식을 제시하고 각 경우에 현수교 전체의 모델링을 수행하여 응력의 크기를 제시한다.

각 2차응력 발생 요인을 확률변수로 취급하고 그에 따른 2차응력의 분포를 이용한 신뢰도평가를 수행한다. 2차응력의 분포특성을 파악하기 위하여 확률변수의 변동성을 기반으로 Monte-Carlo Simulation을 수행한다.

제안된 2차응력 요인의 해석 기법과 분포특성의 영향을 파악하기 위하여 실패량의 해석모델에 적용하여 예제를 수행한다. 또한 현수교 교량의 형식에 따라 발생하는 2차응력의 특성을 파악하기 위하여 이순신대교, 울산대교, 그리고 새천년대교와 같은 다양한 형식의 교량에 이론을 적용하여 결과를 파악한다. 이러한 예제의 결과를 통하여 2차응력을 포함한 현수교 주케이블의 안전율 관점에서의 분석과 신뢰도평가 결과를 제시하고 그 크기에 대한 타당성을 검증한다. 또한 안전율에 따른 목표 신뢰도 지수를 제시하여 한계상태설계법을 반영한 설계지침에서의 하중계수 설정에 필요한 기초자료를 제시한다.

주요어:

현수교 주케이블, 2차응력, 스트랜드 길이차이, 케이블 꺾임각, 케이블 밴드 압축, 안전율, 신뢰도평가

학번: 2008-30255

목차

초 록.....	I
목차.....	III
그림 목차.....	VI
표 목차.....	IX
1. 서론.....	1
2. 현수교 주케이블의 해석기법 및 신뢰도평가.....	11
2.1 케이블의 기존 해석기법.....	11
2.1.1 탄성현수선 케이블 및 뼈대 구조물의 강성도 행렬.....	12
2.1.2 현수교 주케이블에서의 2차응력 산정 기법.....	22
2.2 신뢰도이론.....	28
2.2.1 확률변수와 한계상태함수.....	28
2.2.2 분포특성의 추정을 위한 Monte-Carlo Simulation.....	33
2.3 선형화 가정을 이용한 케이블의 신뢰도평가.....	36
2.3.1 케이블 구조물의 신뢰도평가.....	36

2.3.2	확률변수에 대한 케이블 장력의 민감도.....	39
2.3.3	신뢰도평가를 위한 하중조합.....	47
3.	현수교 주케이블의 2차응력 요인분석 및 영향	53
3.1	케이블의 스트랜드 별 길이차이에 따른 응력 발생.....	59
3.1.1	스트랜드 별 길이차이에 대한 가정 및 이론.....	59
3.1.2	스트랜드 별 길이차이에 대한 이론의 적용.....	65
3.2	탑정새들에서의 케이블 휨에 의한 응력 발생	84
3.2.1	탑정새들에서의 케이블 휨에 대한 가정 및 이론.....	84
3.2.2	탑정새들에서의 케이블 휨에 대한 가정 및 이론의 적용...	91
3.3	탑정새들 출구에서의 케이블 꺾임각을 고려한 해석	101
3.3.1	케이블 꺾임각에 대한 가정 및 이론.....	101
3.3.2	케이블 꺾임각에 대한 가정 및 이론의 적용.....	117
3.4	케이블 밴드에서의 꺾임각을 고려한 해석.....	124
3.4.1	케이블 밴드에서의 꺾임각에 대한 가정 및 이론.....	124
3.4.2	케이블 밴드에서의 꺾임각에 대한 가정 및 이론의 적용.	126
3.5	케이블 밴드에서의 밴드 압축에 의한 응력발생	131
3.5.1	케이블 밴드에서의 밴드 압축에 대한 가정 및 이론.....	131
3.5.2	케이블 밴드에서의 밴드 압축에 대한 가정 및 이론의 적용	

.....	145
4. 2차응력의 안전율 및 신뢰도평가 기반 분석	151
4.1 실교량 해석 결과를 반영한 안전율 및 신뢰도평가.....	153
4.1.1 스트랜드 길이차이의 영향 불포함 조건.....	154
4.1.2 스트랜드 길이차이의 영향 포함 조건.....	157
4.2 요구저항강도에 대한 신뢰도평가.....	162
5. 결론 및 추후 연구과제	165
참고문헌.....	173
ABSTRACT.....	183

그림 목차

그림 2.1 탄성현수선 케이블에 대한 좌표계	13
그림 2.2 케이블 세그먼트의 자유 물체도	14
그림 2.3 변위가 발생한 탄성 현수선의 두 절점의 상대적 위치	18
그림 2.4 반대칭(ANTISYMMETRIC) 회전이 발생한 케이블 밴드.....	24
그림 2.5 탑정새들 옆 케이블 밴드의 회전각.....	24
그림 2.6 단순 케이블에서의 힘에 의한 꺾임각 및 2차응력.....	26
그림 2.7 BIAS FACTOR에 의한 활하중의 조정.....	48
그림 3.1 개별 스트랜드의 유한요소 모델링	61
그림 3.2 이순신대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성	74
그림 3.3 울산대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성.....	74
그림 3.4 새천년대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성.....	74
그림 3.5 이순신대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성	75
그림 3.6 울산대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성.....	75
그림 3.7 새천년대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성.....	75
그림 3.8 이순신대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.22).....	77
그림 3.9 울산대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.43).....	77
그림 3.10 새천년대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.61).....	77
그림 3.11 이순신대교 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.29).....	78

그림 3.12 울산대교 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.42).....	78
그림 3.13 새천년대교 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.79).....	78
그림 3.14 ÎLE-D'ORLÉANS BRIDGE의 장력 측정 결과.....	80
그림 3.15 힘에 의한 케이블 상하부 변형.....	85
그림 3.16 회전반경이 R인 탑정새들 위의 직경 D를 가지는 케이블.....	86
그림 3.17 탑정새들의 위치에 따른 반력 각도 변화.....	87
그림 3.18 HOOP TENSION의 발생.....	88
그림 3.19 소선의 위치에 따른 회전반경.....	92
그림 3.20 이순신대교: 스트랜드 및 소선의 배열.....	94
그림 3.21 울산대교: 스트랜드 및 소선의 배열.....	94
그림 3.22 새천년대교: 스트랜드 및 소선의 배열.....	94
그림 3.23 이순신대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.22).....	98
그림 3.24 울산대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.43).....	98
그림 3.25 새천년대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.61).....	98
그림 3.26 새들 출구에서의 케이블 꺾임.....	101
그림 3.27 케이블 꺾임 발생 과정.....	106
그림 3.28 단순 케이블에서의 힘에 의한 꺾임각.....	107
그림 3.29 단순 케이블에서의 힘에 의한 꺾임각 실험.....	110
그림 3.30 각 수식에 따른 꺾임각과 2차응력의 관계.....	114
그림 3.31 WYATT식에 대한 각 수식의 2차응력의 비.....	114
그림 3.32 이순신대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.22).....	121

그림 3.33 울산대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.36).....	121
그림 3.34 새천년대교 측주탑 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.36).....	121
그림 3.35 새천년대교 중앙주탑 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.61).....	122
그림 3.36 케이블 밴드에서의 케이블 꺾임	125
그림 3.37 이순신대교 케이블 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.29).....	128
그림 3.38 울산대교 케이블 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.43).....	129
그림 3.39 새천년대교 중앙주탑 케이블 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.79).....	129
그림 3.40 새천년대교 측주탑 케이블 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.80).....	129
그림 3.41 AXISYMMETRIC ANALYSIS에 사용된 좌표계와 요소	132
그림 3.42 평면응력을 받고 있는 요소	135
그림 3.43 케이블 밴드와 주변 케이블의 모델링.....	147
그림 3.44 밴드압축에 대한 신뢰도평가 결과	149
그림 4.1 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외).....	156
그림 4.2 케이블 밴드에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외)	156
그림 4.3 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 포함).....	160
그림 4.4 케이블 밴드에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 포함).....	160

표 목차

표 2.1 신뢰도지수와 파괴확률	30
표 2.2 저항강도의 분포특성	48
표 2.3 저항강도의 분포특성	49
표 2.4 확률변수의 통계특성	50
표 2.5 새들과 새들 옆 케이블 밴드 위치에서의 신뢰도지수	50
표 3.1 이순신대교 새들: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0} = 212.57 \text{ MN}$)	69
표 3.2 울산대교 새들: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0} = 125.07 \text{ MN}$)	69
표 3.3 새천년대교 새들: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0} = 40.74 \text{ MN}$)	69
표 3.4 이순신대교 밴드: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0} = 211.16 \text{ MN}$)	70
표 3.5 울산대교 밴드: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0} = 124.28 \text{ MN}$)	70
표 3.6 새천년대교 밴드: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0} = 39.98 \text{ MN}$)	70
표 3.7 이순신대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0} = 6.64 \text{ MN}$)	72
표 3.8 울산대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0} = 2.12 \text{ MN}$)	72
표 3.9 새천년대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0} = 5.82 \text{ MN}$)	72
표 3.10 이순신대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0} = 6.60 \text{ MN}$)	73
표 3.11 울산대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0} = 2.11 \text{ MN}$)	73

표 3.12 새천년대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0}=5.71$ MN).....	73
표 3.13 MCS에 의한 스트랜드의 장력비.....	81
표 3.14 새들에서의 1차응력과 2차응력의 비	81
표 3.15 케이블 밴드에서의 1차응력과 2차응력의 비.....	82
표 3.16 AASHTO에서 제시하는 STEEL GIRDER의 변동계수	89
표 3.17 각 교량의 새들에서의 제원	93
표 3.18 각 교량의 새들에서 케이블 중심까지의 거리	95
표 3.19 선압 계산을 위한 각 교량의 제원.....	96
표 3.20 각 교량의 새들에서의 CoV=0.1인 경우의 신뢰도평가 결과.....	97
표 3.21 각 교량의 새들에서의 1차응력과 2차응력의 비	97
표 3.22 각 교량의 새들에서의 곡률반경과 케이블 직경의 비.....	100
표 3.23 식 (3.17)에 대한 실험치의 비율.....	110
표 3.24 이순신대교의 제원	113
표 3.25 각 예제 교량의 케이블의 제원 및 2차 관성 모멘트	118
표 3.26 교량의 해석에 의한 케이블 꺾임각.....	119
표 3.27 1차응력과 2차응력의 비	120
표 3.28 새들에서의 신뢰도평가 결과.....	123
표 3.29 교량의 해석에 의한 케이블 꺾임각.....	127
표 3.30 1차응력 과 2차응력의 비.....	128
표 3.31 케이블 밴드에서의 신뢰도평가 결과	130
표 3.32 이방성 성질을 가지는 케이블의 물성치.....	139

표 3.33 교량의 케이블 밴드부 제원	146
표 3.34 이순신대교 케이블 밴드: 2차응력의 분포특성	148
표 3.35 울산대교 케이블 밴드: 2차응력의 분포특성	148
표 3.36 새천년대교 케이블 밴드: 2차응력의 분포특성	148
표 4.1 새들에서의 2차응력의 크기 및 응력비(스트랜드 요인 제외).....	155
표 4.2 케이블 밴드에서의 2차응력의 크기 및 응력비(스트랜드 요인 제외).....	155
표 4.3 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외).....	157
표 4.4 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외).....	157
표 4.5 새들에서의 2차응력의 크기 및 응력비(스트랜드 요인 포함).....	158
표 4.6 케이블 밴드에서의 2차응력의 크기 및 응력비(스트랜드 요인 포함).....	159
표 4.7 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외).....	159
표 4.8 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외).....	159
표 4.9 안전율에 따른 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외).....	163
표 4.10 안전율에 따른 신뢰도지수(스트랜드 요인 포함).....	163

1. 서론

케이블을 이용하여 교량을 지탱하는 형식을 가지는 교량 중 대표적인 형태인 현수교는 현재 건설되고 있는 교량의 형식 중 최장의 중앙경간을 가지는 교량의 형태이다. 해상에 교량을 건설하는 경우 건설구간은 선박의 항해로일 가능성이 높으므로 교량의 중앙경간 아래로 선박의 항해가 자유로워야 한다는 조건을 고려하여야 한다. 또한 해저면의 깊이에 따라 교각 건설에 어려움이 있을 수 있으므로 교각간의 거리에 제약이 적은 현수교는 현대에 들어서면서 그 형태가 다양해지고 건설수요 또한 증가하고 있다.

근대의 현수교는 1801년에 Jacobs Creek Bridge(미국, 주경간 21m)가 건설되면서 시작되었다고 할 수 있다(伊藤, 1999). 이 Jacobs Creek Bridge는 앵커 교대와 보강거더를 케이블로 지지하는 구조를 택하였으며 상대적으로 강성이 큰 보강트러스 주형을 채택하여 행어에 걸리는 하중을 분산시키는 형식을 이용하여 주케이블에 과도한 하중이 걸리지 않도록 하였다. 이후, 1883년 최초의 현대적 현수교로 꼽히는 Brooklyn Bridge(미국, 주경간 486m)를 시작으로 1931년 George Washington Bridge(미국, 주경간 1067m)가 건설되는 등 장대 경간 현수교가 지어지게 되었다. 현재에 와서는 아카시 대교(일본, 주경간 1991m) 등 주경간장 2000m급의 현수교가

이미 건설되어 이용 중에 있으며 완공되지는 않았으나 중앙경간 3,300m의 Messina Straits Bridge(이탈리아)가 2017년 완공을 목표로 시공이 진행되고 있다(Parke 등, 2008).

현수교를 구성하는 요소에는 주요 인장재인 주케이블, 앵커, 주탑, 거더, 그리고 거더와 주케이블을 연결하는 현수재 등이 있다. 이러한 각 요소 하나하나가 구조물의 유지에 필수적인 요소이겠지만 특히 타 교량 형식과 구분 지어주며 구조물을 유지하는데 있어 가장 중요한 요소로는 주케이블을 꼽을 수 있을 것이다. 현수교의 주케이블은 구조물 전체의 하중을 지탱해야 하므로 고강도의 강재를 사용하는 것이 일반적이며 구조물의 규모에 따라 다소 차이가 있으나 광안대교(2003, 주경간 500m)의 경우 1560MPa의 케이블을 사용하여 시공되는 등 대략 1560MPa에서 1760MPa의 공칭인장강도를 가지는 케이블을 사용하였다. 그러나 근래 들어, 초장대 현수교의 설계 및 시공이 증대되며 고강도 케이블의 필요성이 높아지게 되었다. 케이블이 지탱할 수 있는 하중에는 한계가 있으므로 하중이 커지게 되면 케이블의 양 또한 증가해야 하지만 케이블의 양이 일정한 한계를 넘어서게 되면 케이블 자체의 무게를 지탱하기 위하여 케이블을 두껍게 만들어야 하는 모순이 발생하게 된다. 그러므로 장대 케이블교량의 경우 단순히 경제적인 이유뿐만 아니라 시공성 측면에서도 고강도 케이블의 사용이 증가하고 있으며 이에 최근 건설 중인 장

대교량에서는 1860MPa이상의 고강도 케이블을 사용하여 시공하는 경향이 늘고 있다. 여수와 광양을 잇는 이순신대교의 경우 1860MPa의 공칭인장강도를 가지는 케이블을 사용하여 시공이 진행되고 있으며 현대건설에서는 1960MPa의 강도를 가지는 케이블을 울산대교의 시공에 적용하고 있다. 2100MPa이상의 강도를 가지는 초고강도 케이블의 제작 또한 연구되고 있는 단계이다.

그러나 고강도의 케이블일수록 원자재의 가격은 급격히 상승하게 되며 케이블의 강도 또한 무한정 늘어날 수는 없다. 그러므로 합리적인 설계를 위하여 케이블의 강도를 높이는 방법과 더불어 하중의 불확실성을 줄이고 허용강도를 높이는 방법 또한 필요하다. 현재 케이블의 강도는 케이블의 특성상 공칭인장강도만을 대상으로 평가하며, 항복강도를 명확히 규정하기 힘들므로 공칭인장강도에 안전율 2.5를 대입하여 허용응력을 규정하고 있다. 2.5의 안전율은 여러 원인을 복합적으로 반영하여 계산된 숫자이나 특정 하중의 크기나 영향에 대한 정확한 계산이 이루어지지 않아 대략적인 가정으로 주어진 값이며 가정이 들어간 요소 중 하나가 케이블의 2차응력이다. 기존의 설계 및 해석으로 계산되는 일반적인 응력을 1차응력이라고 한다면 여기서 말하는 2차응력이란 구조물의 응력을 구하는 경우에 설정한 가정이 실제와는 엄밀하게 일치하지 않거나 오차 등에 의하여 발생하는 응력을 의미한다. 이러한 2차응력을 명확히 계

산하려는 노력은 꾸준히 진행되어왔으나 아직 공인된 계산방법이 존재하지 않으며 이로 인해 케이블 공칭인장강도의 10%정도의 값을 2차응력을 고려하여 주어지는 값으로 규정하고 있다(吊橋ケーブルに関する検討, 1978; 上部構造設計基準, 1989). 2차응력을 고려하지 않는 경우의 안전율 2.5의 경우 공칭인장강도 10%를 더하여 계산하면 2차응력을 고려하는 경우의 안전율은 2.0이 된다. 1760MPa의 공칭인장강도를 가지는 케이블에서 안전율 2.0의 경우 허용응력은 880MPa이 되지만 2.5의 안전율을 가지는 경우에는 704MPa의 허용응력을 가지게 된다. 이러한 안전율의 차이에 따라 필요한 재료의 양이 증가하게 되고 시공되는 케이블의 직경 또한 증가하여 시공상의 문제를 야기하게 된다. 그러므로 이 연구는 현수교의 주케이블을 대상으로 발생하는 2차응력의 원인을 명확히 하고 크기를 계산함으로써 정확하고 합리적인 케이블 구조물의 설계법을 정립하고 안전성에 대한 이론적 근거를 확보하는데 그 목적이 있다. 또한 한계상태설계법의 관점에서 응력을 평가하여 2차응력 발생요인에 의한 응력을 분포로 파악하고 분포의 특성을 파악하여 신뢰도평가를 수행하고자 한다.

현수교 주케이블에서 2차응력이 발생하는 원인에는 여러 가지가 있으나 대표적으로는 케이블을 구성하는 재료의 불균형이나 형태에 의해 발현되는 경우, 재료의 제작 단계에서 발생하는 오차와 시공시에 발생되

는 오차에 의해 유발되는 경우, 구조적으로 계산되지 않는 휨에 의해 발생하는 경우, 그리고 외부하중에 의한 꺾임이나 국부적인 압력에 의해 발생하는 압축으로 인하여 발생하는 경우 등이 있다.

재료의 불균형은 강재의 불균질한 성질에 의하여 등방성이 깨지거나, 국소부위의 접합과정에서 발생하는 열이 식으면서 pre-stress가 생기는 경우 등이 있으나 케이블을 구성하는 소선에서는 발생하기 힘든 부분이며 또한 실제로 존재하더라도 크기가 미미하거나 이 연구에서 다루는 주제를 벗어나는 영역으로 판단된다.

케이블을 구성하는 스트랜드 간에 길이차이가 발생하는 원인에는 시공시 걸리는 시간이 길어짐에 따라 온도의 변화, 소선 적층에 따른 자중 증가, 소선 또는 스트랜드의 제작오차, 그리고 시공시에 발생하는 오차 등이 있을 수 있다. 이러한 원인에 의하여 스트랜드 간에 발생하는 응력에 차이가 생기게 되며, 그 외에도 케이블을 구성하는 소선 사이의 공극의 영향과 하중에 따른 개별 소선의 위치 이탈 등으로 인하여 응력의 차이가 발생한다. 그러나 이러한 원인을 개별적으로 따지는 작업은 의미가 없으므로 이 연구에서는 응력 차이의 원인을 스트랜드 끼리의 무응력길이의 차이로 치환하고 영향을 살펴본다.

케이블의 새들은 케이블을 지지하고 그 방향을 바꾸기 위하여 설치하며 케이블에 가해지는 연직 하중, 수평 하중을 주탑에 전달하는 구조

물이다. 현수교 주케이블이 주탑의 상단을 통과할 때 케이블의 꺾임을 최소화하기 위하여 일정한 곡률을 가지는 새들을 설치하게 되지만 이러한 새들의 상단에 위치하는 케이블은 새들 상의 위치에 따라 방향이 다른 반력을 받게 됨으로써 hoop tension이 발생하게 된다. 이와 더불어 케이블의 적층에 따라 최 하단 소선에 가해지는 선압 또한 설계에 중요한 요소이므로 이 연구에서는 새들부에서 휨과 선압에 의하여 발생하는 응력이 케이블에 미치는 영향이 어느 정도인지 파악해보고자 한다.

케이블은 해석 시 휨에 의한 응력이 발생하지 않는 부재로 취급되지만 실제로는 단면의 두께와 행어 등에 의해 발생하는 절점하중에 의하여 꺾임이나 휨이 발생할 수 있으며 수평 케이블에 고정하중이 발생하는 경우에도 케이블에 휨이 발생하게 되지만 모든 분포하중을 절점하중으로 치환하여 해석하는 등 이러한 상황을 무시하여 해석을 수행하게 되므로 현실적으로 발생하는 응력을 계산하지 못하는 경우가 발생하게 된다. 사장교의 경우 각 케이블이 직선으로 배치되며 새그비가 작은 경우가 대다수이므로 지점부 소켓의 구간을 제외하면 휨이 큰 영향을 미치지 않지만, 현수교의 경우 중앙경간의 케이블은 대략 1/10의 새그비를 가지며 또한 중앙경간과 측경간을 연결하기 위하여 주탑 탑정에 새들을 설치하여 그 위로 케이블을 배치하게 되므로 필연적으로 휨 응력이 발생하게 된다. 이러한 휨 응력은 케이블에 휨강성이 존재하는 경우에 성립되므로 이 연

구에서는 하중에 의하여 발생하는 케이블의 급격한 휨(local bending)을 꺾임각으로 취급하여 새들 끝단과 케이블 밴드의 경계 부분에서 발생하는 꺾임에 의한 응력을 계산한다.

외부하중에 의한 꺾임이나 국부적인 압력에 의해 발생하는 압축으로 인하여 생기는 2차응력의 경우는 행어가 연결되는 케이블 밴드부에서 중점적으로 발생하게 된다. 행어는 구조물의 고정하중과 외부하중을 지지하기 위하여 케이블 밴드를 통하여 주케이블에 연결되게 되고, 이로 인하여 케이블 밴드 양 끝 단에서는 하중에 의하여 케이블에 꺾임이 발생하게 된다. 케이블 밴드는 그 구조상 휨이 발생하지 않는 구조물이므로 케이블 밴드의 양 끝 단에서 상단에서는 압축이, 케이블 하단에서는 인장이 발생하게 되므로 이러한 응력 집중이 케이블에 미치는 영향을 정밀히 파악해야 하며, 또한 케이블 밴드의 미끄러짐을 방지하기 위하여 케이블을 압축하는 압축력에 의하여 케이블 길이 방향으로의 응력이 발생하게 되므로 이러한 영향도 함께 계산할 수 있는 기법을 제시한다. 이 논문에서는 이러한 다양한 추가 응력 발생의 원인을 살펴보고 이 결과를 수식적으로 분석하는 연구를 진행한다.

구조물의 유한요소 해석에서는 값을 계산하여 최종적인 응력의 합이 허용응력을 넘어서면 문제가 된다고 명시할 수 있으나 실제 교량 구조물에서의 응력의 경우 시공오차, 제작오차, 그리고 해석오차 등에 의하여

단순한 하중의 경우에도 그 결과가 어떻게 반영이 되어 응력을 발생시킬지는 정확히 계산할 수 없다. 그러므로 신뢰도기반의 설계에서는 이 하중과 저항의 관계를 확정적인 값으로 계산하는 것이 아니라 일정한 확률을 가지는 분포로 가정하여 그에 따른 구조물의 파괴확률, 즉 신뢰도지수를 평가하게 된다(양영순 등, 2002; Nowak, 1999). 이러한 방법을 신뢰도 평가라고 하며, 케이블에 동일한 크기(또는 동일한 평균)의 응력이 작용하더라도 그 분포의 형태와 분산에 따라 영향이 크게 달라질 수 있다. 이 연구에서 구하고자 하는 2차응력 또한 하나의 값으로 계산해내기에 불확실한 면이 존재하며, 상황에 따른 변동성이 크기 때문에 주어진 근거를 바탕으로 응력의 분포를 가정하고 그에 따라 구조물에 미치는 영향을 알아본다.

2차응력은 스트랜드 간의 길이 차이에 따라 발생하는 응력과 같이 케이블의 전체 영역에 걸쳐서 발생하는 경우도 있으나 대부분의 경우 특정 부위에서 발생하고 일정한 거리가 떨어지면 소산되어 버리며, 또한 케이블 단면 전체에 발생하는 경우가 아닌 단면의 일부 영역에 집중되어 발생하게 되므로 계산된 응력을 장력으로 환산하기에 어려움이 존재한다. 이 연구에서는 특정 부분에서 발생하는 2차응력의 최대값이 가장 불리하게 발생하여 케이블 단면적 전체에 발생한다고 가정하고 해석을 진행한다. 그러므로 연구에서 제시하는 2차응력은 케이블 단면에서 실제 발생

할 수 있는 2차응력의 최대값이 될 것이며 이 경우 계산된 응력에 케이블의 유효 단면적을 곱하면 2차응력에 의한 장력을 계산할 수 있다.

각 2차응력의 발생 요인에 따라서 개별적인 해석이 수행되므로 각각에 반영되는 확률변수 또한 달라지게 된다. 그러므로 이러한 확률변수의 특성에 맞추어 응력의 평균, 표준편차, 분포형태(distribution type) 등의 분포특성을 규정하고 신뢰도평가를 수행하게 된다. 실제로 2차응력의 분포를 계산하는 경우 실 교량에서의 측정이나 실험을 통하여 획득하는 것이 가장 좋으나 현실적으로 불가능한 방법이므로 기존 연구나 통계적 자료가 있는 경우에는 이를 반영하지만, 그렇지 못한 경우 Monte-Carlo Simulation(이하 MCS)이나 공학적 가정을 통하여 응력의 분포특성을 제시하고 신뢰도평가를 수행한다.

신뢰도평가는 이순신대교, 울산대교, 그리고 새천년대교의 세 교량을 대상으로 수행하며 유한요소 모델링을 통하여 직접 해석을 수행하고 2차응력을 제외한 하중조합에 의한 신뢰도지수의 값을 기준으로 하여 개별적인 2차응력에 의한 신뢰도지수의 하락값과 함께, 동일한 위치에서 발생할 수 있는 응력의 복합적인 영향에 의한 신뢰도 해석의 결과 또한 제시하고자 한다.

본문에서 해석할 신뢰도평가의 저항강도는 실제 설계 저항강도를 대입하여 계산하게 되며 안전율 2.5, 2.2, 2.0에 대한 요구저항강도에 대한

신뢰도평가 또한 수행하여 이를 케이블교량의 한계상태설계법을 반영한 설계지침에 반영할 수 있도록 현수교 주케이블의 안전율에 따른 목표신뢰도지수를 제시하고 저항 및 하중의 변동계수 산정에 이용될 기초자료로 제시한다.

2. 현수교 주케이블의 해석기법 및 신뢰도평가

2.1 케이블의 기존 해석기법

케이블은 장력이 도입되기 전에는 강성이 발생하지 않으므로 무응력 상태에서는 케이블의 기하형상을 정의할 수 없다. 따라서 고정하중 하에서의 교량 형상을 일반적인 하중 하에서의 구조해석을 위한 기준 형상으로 사용한다. 고정하중 상태에서의 교량 형상은 교량의 기능성에 의하여 주어진 설계 형상 또는 여타의 설계 조건에 의하여 결정된다. 이러한 고정하중 상태에서의 교량형상을 초기 평형 상태로 정의하며, 이 초기 상태는 여타의 활하중 및 동적 해석에 필요한 기준 형상을 결정하는 과정이므로 케이블 지지 교량의 설계에서 대단히 중요하다.

현수교 등 케이블 지지 구조물의 해석은 기존 연구자에 의하여 제시된 방법을 사용하여 해석을 수행한다(안상섭, 1998; 정길제 등, 2007). 케이블 지지 구조물을 구성하는 케이블 부재는 탄성 현수선 요소를 이용하여 해석하였으며 케이블의 인장력으로 인하여 뼈대 부재에 발생하는 축방향력의 모멘트 증폭 효과를 고려하였다.

재료의 불균질성이나 오차, 고려되지 않은 형상의 발현, 시공시에 발생하는 오차, 케이블의 휨응력 등 모델링 과정에서 무시되거나 계산되지

않는 요소, 그리고 외부하중에 의한 꺾임이나 국부적인 압력에 의해 발생하는 압축 등 기본적인 설계나 해석으로는 계산할 수 없는 원인에 의하여 추가의 응력이 작용하는 경우가 있다. 이러한 응력을 통칭하여 2차 응력으로 명시한다. 이러한 2차응력이 발생하는 원인에는 위에서 언급된 원인 외에도 매우 다양한 요인이 있을 수 있으며 현실적으로 모든 원인을 다 파악하는 것은 불가능하거나 노력에 비하여 성과나 결과의 정확성이 확보되지 않는다.

2차응력을 명확히 하려는 시도는 1960년 Wyatt의 논문(Wyatt, 1960)과 이후의 실험결과를 반영한 간략식 등을 통하여 꾸준히 진행되고 있다. 그러나 Wyatt는 단일 소선의 해석이 아닌 경우 소선을 사각형 또는 팔각형의 형태로 가정하여 수식을 전개하였으며 해석결과를 뒷받침하는 실험을 수행하지 않고 이론적으로만 전개하여 실 교량에서의 실험결과와는 상당히 차이 나는 결과를 나타내고 있다. 그 이후 미국과 일본 등에서 실험을 수행하고 그 결과를 반영한 간략식을 제시하는 등 연구는 계속하여 진행되고 있으나 실제 설계에 반영되기에는 부족한 상황이다(Irvine, 1993; Johns, 1992; Raof, 1991; 신상훈 등, 2011; Nishimura 등, 1977).

2.1.1 탄성현수선 케이블 및 뼈대 구조물의 강성도 행렬

그림 2.1 은 무응력 길이가 L_0 인 케이블 요소 e 의 좌표계를 보이고

있다. 무응력 상태에서의 라그랑지 좌표 s 에 의하여 표시된 케이블의 한 질점은 케이블이 변형한 후에는 카테시안 좌표계에서 \mathbf{x}^e 에 위치하게 된다. $p(s)$ 는 원점으로부터 라그랑지 좌표 s 까지의 변형 후 케이블의 길이를 의미하며 다음과 같이 정의된다.

$$p(s) = \int_0^s \left(\left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dz}{ds} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} ds \quad (2.1a)$$

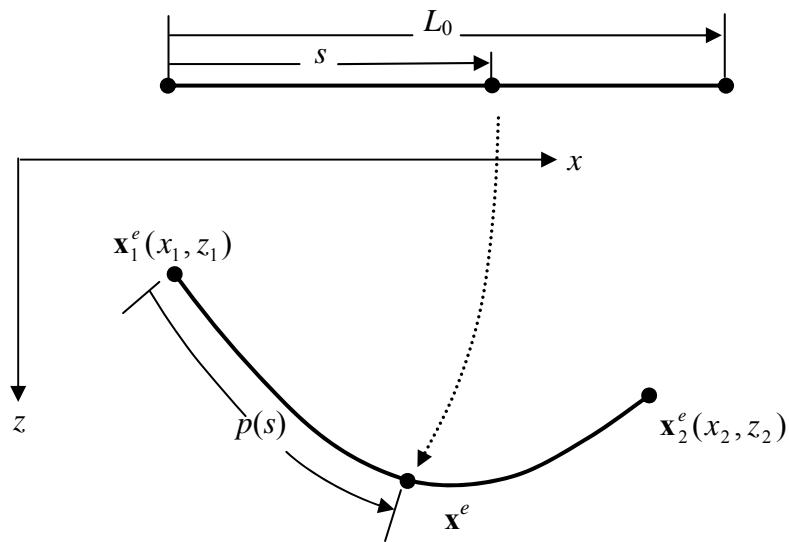


그림 2.1 탄성현수선 케이블에 대한 좌표계

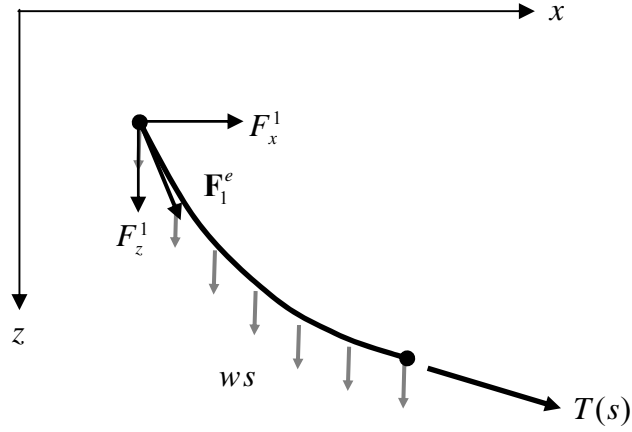


그림 2.2 케이블 세그먼트의 자유 물체도

식 (2.1a)를 s 에 대하여 미분하여 정리하면 다음과 같이 표시된다.

$$\left(\frac{dx}{dp}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dp}\right)^2 = 1 \quad (2.1b)$$

그림 2.2 는 케이블에 고정하중만 작용하고 있을 경우 케이블의 1번 절점에서 임의의 점 \mathbf{x}^e 까지의 자유 물체도를 보이고 있다. 케이블의 평형방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$T \frac{dx}{dp} + F_x^1 = 0 \quad , \quad T \frac{dz}{dp} + F_z^1 + ws = 0 \quad (2.2)$$

여기서 T 는 점 $p(s)$ 에서의 장력, F_x^1, F_z^1 는 1번 절점에서 각 좌표 방향으로 작용하는 재단력이며 w 는 변형전 케이블의 단위길이 당 중량이다. 케이블이 소변형 거동을 할 경우의 변형도는 다음과 같다.

$$\varepsilon = \frac{dp^2 - ds^2}{2ds^2} \cong \frac{dp - ds}{ds} = \frac{dp}{ds} - 1 \quad (2.3)$$

Hooke의 법칙으로부터 케이블의 인장력을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$T = EA\varepsilon \quad (2.4)$$

여기서 E 는 탄성계수(modulus of elasticity)이며 A 는 변형 전의 케이블 단면적이다. 식 (2.3)을 식 (2.4)에 대입하면 p 와 s 의 관계를 구할 수 있다.

$$\frac{dp}{ds} = \frac{T}{EA} + 1 \quad (2.5)$$

고정하중만을 받는 케이블의 거동은 식 (2.1), 식 (2.2) 및 식 (2.5)의 지배방정식으로 정의되며 미지수는 x, z, p, T 이다. 케이블의 지배방정식을 적분하여 p, T 를 소거하고 x, z 를 독립변수 s 로 표현하면 케이블의 형상을 구할 수 있다. 케이블의 지배방정식으로부터 각각 좌표계 x, z 와 변형 전의 라그랑지 좌표 s 의 대응관계를 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} x(s) &= \int_0^s \frac{dx}{dp} \frac{dp}{ds} ds + x(0) \\ z(s) &= \int_0^s \frac{dz}{dp} \frac{dp}{ds} ds + z(0) \end{aligned} \quad (2.6)$$

where $x = x_1, z = z_1$ at $s = 0$

$x = x_2, z = z_2$ at $s = L_0^e$

식 (2.1b)와 식 (2.2)로부터 케이블의 장력을 1번 절점의 재단력과 케이블의 고정하중에 대하여 표시할 수 있다.

$$T(s) = \sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2} \quad (2.7)$$

식 (2.7)을 식 (2.2)에 대입하여 다음과 같은 관계식을 구할 수 있다.

$$\frac{dx}{dp} = -\frac{F_x^1}{\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2}} \quad (2.8a)$$

$$\frac{dz}{dp} = -\frac{(F_z^1)^2 + ws}{\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2}} \quad (2.8b)$$

$$\frac{dp}{ds} = \frac{1}{EA} \sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2} + 1 \quad (2.8c)$$

식 (2.5)와 식 (2.7) 및 (2.8)의 관계식을 식 (2.6)에 대입하여 적분하고, 경계 조건을 이용하면 고정하중이 재하된 케이블의 처짐 곡선을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} x(s) &= x_1 - \frac{F_x^1}{EA} s - \frac{F_x^1}{w} \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{F_z^1 + ws}{F_x^1} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{F_z^1}{F_x^1} \right) \right\} \\ z(s) &= z_1 - \frac{F_z^1}{EA} s - \frac{ws^2}{2EA} - \frac{1}{w} \left\{ \sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2} - \sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1)^2} \right\} \end{aligned} \quad (2.9)$$

식 (2.9)에 $s = L_0^e$ 에서의 경계조건을 적용하면 다음과 같은 탄성형수선 케이블의 적합 조건식을 얻는다.

$$\begin{aligned}
x_2 - x_1 = \phi_x &= -\frac{F_x^1}{EA}L_0^e - \frac{F_x^1}{w} \left\{ \sinh^{-1} \left(\frac{F_z^1 + wL_0^e}{F_x^1} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{F_z^1}{F_x^1} \right) \right\} \\
z_2 - z_1 = \phi_z &= -\frac{F_z^1}{EA}L_0^e - \frac{w(L_0^e)^2}{2EA} - \frac{1}{w} \{T_2 - T_1\} \\
\text{where } T_2 &= \sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + wL_0^e)^2}, T_1 = \sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1)^2}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

식 (2.10) 은 다음과 같이 매트릭스 형태로 표시할 수 있다.

$$\mathbf{B}\mathbf{x}^e = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{F}_1^e, L_0^e) \tag{2.11}$$

여기서 $\mathbf{x}^e = (\mathbf{x}_1^e, \mathbf{x}_2^e)^T = (x_1^e, z_1^e, x_2^e, z_2^e)^T$ 이며 \mathbf{B} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

그림 2.3 에 보인 어떤 케이블 요소 e 의 평형상태에서의 양단 절점 위치가 기지의 기준 위치 \mathbf{x}_0^e 에서 절점 1과 절점 2에서 발생한 변위 \mathbf{u}_1^e , \mathbf{u}_2^e 에 의하여 결정되었다면 식 (2.11)은 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e) = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{F}_1^e, L_0^e) \tag{2.13}$$

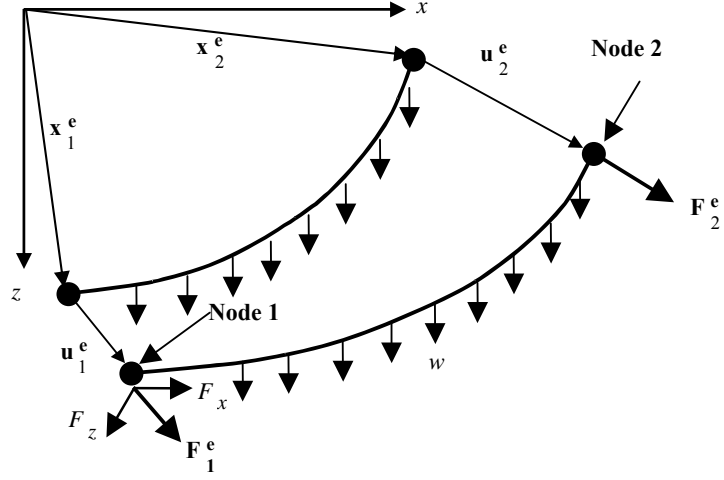


그림 2.3 변위가 발생한 탄성 현수선의 두 절점의 상대적 위치

케이블 요소 e 의 외적 평형 조건은 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_2^e = -\mathbf{F}_1^e - \mathbf{w}L_0^e \quad (2.14)$$

여기서 $\mathbf{w} = (0, w)^T$ 이다. 변위법에 기초한 일반적인 유한요소해석법을 적용하기 위하여 케이블 요소 양단의 절점력을 절점 변위에 대하여 표시하여야 하지만 식 (2.10)은 비선형 방정식이므로 증분형 관계식을 사용하여야 한다. 식 (2.13)과 식 (2.14)의 증분식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}^e &= \Delta\boldsymbol{\phi}(\mathbf{F}_1^e, L_0^e) \\ \Delta\mathbf{F}_2^e &= -\Delta\mathbf{F}_1^e \end{aligned} \quad (2.15)$$

식 (2.11)을 Taylor 1차 전개를 하면 다음과 같다.

$$\Delta\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{F}_1^e, L_0^e) = \begin{pmatrix} \Delta\phi_x^e \\ \Delta\phi_z^e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial\phi_x^e}{\partial F_x} \Delta F_x + \frac{\partial\phi_x^e}{\partial F_z} \Delta F_z \\ \frac{\partial\phi_z^e}{\partial F_x} \Delta F_x + \frac{\partial\phi_z^e}{\partial F_z} \Delta F_z \end{pmatrix} = \frac{\partial\boldsymbol{\Phi}}{\partial \mathbf{F}_1^e} \Delta \mathbf{F}_1^e$$

where

$$\begin{aligned} \frac{\partial\phi_x^e}{\partial F_x} &= -\frac{L_0^e}{EA} - \frac{1}{w} \ln\left(\frac{F_z + wL_0^e + T_2}{F_z + T_1}\right) - \frac{F_x^2}{w} \left\{ \frac{1}{T_2(F_z + wL_0^e + T_2)} - \frac{1}{T_1(F_z + T_1)} \right\} \\ \frac{\partial\phi_x^e}{\partial F_z} &= -\frac{F_x}{w} \left\{ \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right\} \\ \frac{\partial\phi_z^e}{\partial F_x} &= -\frac{F_x}{w} \left\{ \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right\} \\ \frac{\partial\phi_z^e}{\partial F_z} &= -\frac{L_0^e}{EA} - \frac{1}{w} \left\{ \frac{F_z + wL_0^e}{T_2} - \frac{F_z}{T_1} \right\} \\ \frac{\partial\phi_x^e}{\partial L_0^e} &= -F_x \left(\frac{1}{EA} + \frac{1}{T_2} \right) \\ \frac{\partial\phi_z^e}{\partial L_0^e} &= -(F_z + wAL_0^e) \left(\frac{1}{EA} + \frac{1}{T_2} \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

여기서 $T_1 = \|\mathbf{F}_1^e\| = \sqrt{F_x^2 + F_z^2}$ 이며 $T_2 = \|\mathbf{F}_2^e\| = \sqrt{F_x^2 + (F_z + wL_0^e)^2}$ 이다.

식 (2.16)을 식 (2.15)에 대입하여 절점력의 증분에 대하여 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{F}_1^e &= \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Phi}^e}{\partial \mathbf{F}_1^e} \right)^{-1} \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}^e = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\Phi}^e}{\partial \mathbf{F}_1^e} \right)^{-1} (-\Delta \mathbf{u}_1^e + \Delta \mathbf{u}_2^e) = \mathbf{k}_c (-\Delta \mathbf{u}_1^e + \Delta \mathbf{u}_2^e) \\ \Delta \mathbf{F}_2^e &= -\Delta \mathbf{F}_1^e = \mathbf{k}_c (\Delta \mathbf{u}_1^e - \Delta \mathbf{u}_2^e) \end{aligned} \quad (2.17)$$

식 (2.17)을 한 개의 행렬식으로 표시하면 최종적인 증분형 케이블 요소

강성도 행렬식을 구할 수 있다.

$$\Delta \mathbf{F}_c^e = \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{F}_1^e \\ \Delta \mathbf{F}_2^e \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{k}_c & \mathbf{k}_c \\ \mathbf{k}_c & -\mathbf{k}_c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \Delta \mathbf{u}_1^e \\ \Delta \mathbf{u}_2^e \end{pmatrix} = \mathbf{K}_c^e \Delta \mathbf{u}^e \quad (2.18)$$

케이블 구조의 뼈대 구조물에는 케이블의 인장력으로 인하여 큰 압축력이 작용하게 되기 때문에 정밀한 구조해석이 필요할 경우에는 뼈대 구조물에서 압축력에 의한 모멘트 증폭 효과를 고려하여야 한다. 축 방향력의 휨 모멘트를 고려한 뼈대 부재의 강성도 행렬은 부재 좌표계에서 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{f}_F^e = (\mathbf{k}_L^e + A^e \mathbf{k}_G^e) \hat{\mathbf{u}}^e \quad (2.19)$$

여기서 \mathbf{k}_L^e 은 3차원 뼈대 부재의 선형 강성도 행렬이며 $A^e \mathbf{k}_G^e$ 는 압축력을 고려한 비선형 강성도 행렬이다. A^e , $\hat{\mathbf{u}}^e$, \mathbf{f}_F^e 는 각각 뼈대 부재 e 의 부재 좌표계에서 정의된 압축력, 절점 변위, 재단력이다. 뼈대 부재에 작용하는 압축력은 절점 변위의 함수이므로 식 (2.20)은 비선형이다. 증분형 요소 강성도 행렬을 유도하기 위하여 압축력과 변위를 증분형으로 표시하면 다음과 같다.

$$\mathbf{f}_F^e = (\mathbf{k}_L^e + (A^e + \Delta A^e) \mathbf{k}_G^e) (\hat{\mathbf{u}}^e + \Delta \hat{\mathbf{u}}^e) \quad (2.20)$$

식 (2.20)을 전개하여 변위와 축 방향력의 증분항에 대한 일차항만 포함시키면 부재 강성도 행렬의 증분형 강성도 행렬을 구할 수 있다.

$$\Delta \mathbf{f}_F^e = \mathbf{k}_L^e \Delta \hat{\mathbf{u}}^e + A^e \mathbf{k}_G^e \Delta \hat{\mathbf{u}}^e + \Delta A^e \mathbf{k}_G^e \hat{\mathbf{u}}^e \quad (2.21)$$

축 방향력의 증분은 뼈대 부재의 축방향 강성과 절점의 변위 증분의 곱으로 표시할 수 있다.

$$\Delta A_1^e \mathbf{K}_G^e \hat{\mathbf{u}}^e = \Delta A^e \mathbf{Q}^e = \mathbf{Q}^e \Delta A^e = \mathbf{Q}^e \mathbf{k}_N \Delta \hat{\mathbf{u}}^e = \mathbf{k}_A^e \Delta \hat{\mathbf{u}}^e \quad (2.22)$$

여기서 \mathbf{k}_N 는 뼈대 부재의 축방향 강성도 벡터로서 부재 좌표계에서 다음과 같이 표시된다.

$$\mathbf{k}_N = \frac{EA^e}{l^e} (-1, 0, 1, 0) \quad (2.23)$$

식 (2.22)를 (2.21)에 대입하면 축 방향력의 영향을 고려한 뼈대요소의 증분형 강성도 행렬을 구할 수 있다

$$\Delta \mathbf{f}_F^e = (\mathbf{k}_L^e + A^e \mathbf{k}_G^e + \mathbf{k}_A^e) \Delta \hat{\mathbf{u}}^e = \mathbf{k}_F^e \Delta \hat{\mathbf{u}}^e \quad (2.24a)$$

부재 e 에 대한 부재 좌표계와 전체 구조물 좌표간의 좌표변환행렬 \mathbf{R}^e 을 이용하여 식 (2.24a)를 구조물 좌표계에서의 재단 변위 및 재단력 증분으로 표시할 수 있다.

$$\mathbf{k}_N = \frac{EA^e}{l^e}(-1, 0, 1, 0) \quad (2.24b)$$

그러므로 케이블 지지 구조물의 증분형 방정식은 다음과 같다.

$$[\mathbf{K}_c + \mathbf{K}_F] \Delta \mathbf{u} = \mathbf{P} - \mathbf{F}_k = \Delta \mathbf{P} \quad (2.25)$$

2.1.2 현수교 주케이블에서의 2차응력 산정 기법

현수교의 주케이블에서 발생하는 응력에는 2.1절의 탄성현수선 케이블의 해석기법으로 인하여 계산되는 응력과 함께 이러한 기본 해석으로는 계산되지 않는 2차응력이 있다. 이러한 2차응력을 발생시키는 원인에는 새들의 곡률형상, 케이블에 발생하는 꺾임각 등이 있으며 이러한 2차응력을 수식화하고자 하는 노력은 Wyatt에 의하여 시작되었다고 할 수 있다.

새들의 곡률에 의하여 발행하는 케이블의 휨 응력은 다음과 같은 수식으로 계산한다.

$$\sigma_b = \frac{Ed}{2R} \quad (2.26)$$

여기서 E 는 케이블의 탄성계수, d 는 소선의 직경을 의미하며 R 은 새들의 곡률반경이다.

이러한 응력은 개별적인 소선의 휨에 의하여 발생되며 기존의 연구 논문과 책에서도 간단히 언급되어 있으며(Wyatt, 1960; Gimsing 등, 2011) Wyatt의 논문에서 케이블의 꺾임각에 의한 응력과 함께 Local Bending Stress의 일부로 계산되고 있다.

현수교의 탐정새들의 최소 곡률반경을 정하기 위하여는 설계지침의 규정을 따르고 있으며 새들의 케이블 지름에 대한 곡률반경의 최소한의 비를 규정하는 내용(케이블 강교량 설계지침 7.1.2)과 소선의 최대 접촉 압력(선압)이 500kN/m 이하가 되어야 한다(장경간 케이블 교량 설계지침 5.4.1.1)는 규정을 함께 적용하여 사용한다. 이러한 규정에 의하여 새들의 곡률이 결정되면 식 (2.26)을 이용하여 새들에 발생하는 2차응력을 계산하게 된다(대한토목학회, 2006; 초장대교량사업단, 2012).

케이블의 꺾임각은 2차응력이 발생할 수 있는 요인 중 가장 중요한 요인으로 평가되어 여러 연구자에 의하여 검토되었으며 꺾임각이 발생할 수 있는 위치는 탐정새들의 출구와 케이블 밴드의 끝단을 대상으로 하였다. 이러한 케이블의 꺾임은 실질적으로는 꺾임이 아닌 국소 부위에 집중되는 휨(local bending)이라고 할 수 있다. 휨 강성을 고려하지 않았던 기존의 케이블의 해석으로는 이러한 국소 휨을 물리적으로 설명할 수 없으므로 동일한 단면적을 가지는 강재로 가정하여 2차 관성 모멘트를 계산하고 이 값을 대입하여 꺾임각에 의한 2차응력의 발생량을 계산하였다.

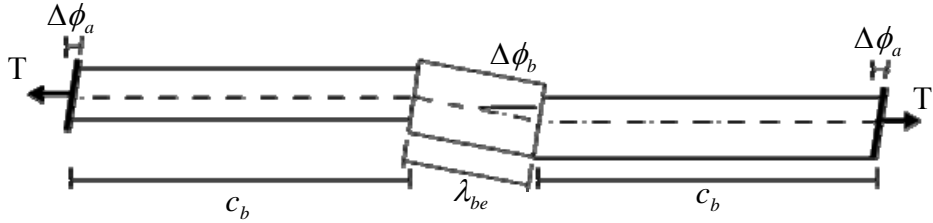


그림 2.4 반대칭(antisymmetric) 회전이 발생한 케이블 밴드

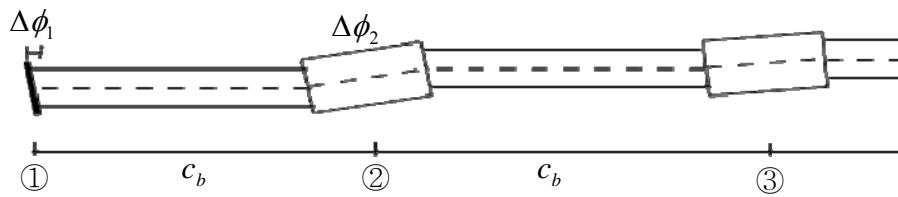


그림 2.5 탐정새들 옆 케이블 밴드의 회전각

케이블의 꺾임각은 새들 출구에서의 경우 실제 교량에서 케이블의 처짐각을 측정하여 새들 출구의 경사각을 빼는 방법으로 계산하였으며 케이블 밴드의 꺾임각의 경우도 직접 측정을 하여 특별한 언급은 발견되지 않았다. 다만 Gimsing의 연구에서 케이블의 형상을 간략화하여 밴드의 꺾임각을 계산하는 방법을 제시하였다(Gimsing 등, 2011).

그림 2.4 에서 보여지는 케이블 밴드의 꺾임각은 식 (2.27)과 같이 계산되며 이를 이용하여 계산된 탐정새들 옆 케이블 밴드의 회전각은 식 (2.28)과 같다.

$$2 \frac{EI_c}{c_b} (\Delta\phi_a - \Delta\phi_b) = T\lambda_{be}\Delta\phi_b \quad (2.27)$$

$$\Delta\phi_b = \frac{2EI_c}{2EI_c + T\lambda_{be}c_b} \Delta\phi_a$$

$$\Delta\phi_2 = \left[1 + \frac{T\lambda_{be}c_b}{2EI_c} - \sqrt{\left(1 + \frac{T\lambda_{be}c_b}{2EI_c}\right)^2 - 1}\right]\Delta\phi_1 \quad (2.28)$$

여기서 λ_{be} 는 유효 케이블 밴드의 길이, c_b 는 밴드 사이의 케이블 길이이며 I_c 는 가정에 의하여 계산된 케이블의 2차 관성 모멘트이며 케이블 밴드의 꺾임각을 계산하기 위하여는 새들부에서의 케이블의 처짐각이 측정되어야 한다.

꺾임각을 측정 또는 수식에 의하여 구하면 측정된 꺾임각을 이용하여 응력을 계산하게 되는데 응력을 계산하는 가장 일반적인 식은 Wyatt에 의하여 제안되었으며 꺾임각과 2차응력에 대한 관계를 이론적으로 접근하여 현재까지 널리 이용되고 있는 수식이다(Wyatt, 1960).

$$\sigma_{lb} = 2\theta_0 \sqrt{E\sigma_n} \quad (2.29)$$

여기서 σ_0 은 케이블의 꺾임각이며 σ_n 은 케이블 길이방향의 응력이다.

그러나 이러한 Wyatt의 식은 균질한 단일 케이블로 가정하여 수식을 전개하였고 그로 인하여 소선 사이의 미끄러짐의 영향을 고려하지 않았다. 또한 끝단을 고정단으로 한정하여 이론을 전개하였으므로 교량에서 발생하는 꺾임에 의한 2차응력을 과대평가한다는 사실이 실 교량에서의 실험에 의해 밝혀져 있다.

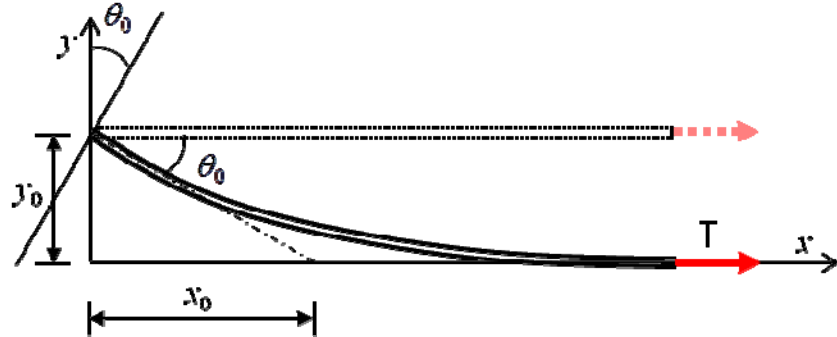


그림 2.6 단순 케이블에서의 힘에 의한 꺾임각 및 2차응력

이러한 Wyatt의 수식을 사장교 케이블에 적용하여 꺾임각에 따른 2차응력의 발생량을 실험한 결과(Sakamoto, 1992) 실제 발생 응력은 이론식의 40~70%의 값이 발생하는 것을 확인하였으며 이러한 실험 결과를 기반으로 0.3~0.6의 수정계수의 도입을 주장하였다.

Itto는 소선 사이의 미끄럼과 마찰력을 고려하여 수식을 제안하였으며(신상훈 등, 2011) 그 수식은 다음과 같다.

$$\sigma_B = (1.1 + \ln q) \sqrt{\frac{E \tau \phi}{j}} \quad (2.30)$$

여기서 q 는 소선의 층수(케이블 직경/소선 직경), τ 는 한계 전단응력도, 그리고 j 는 케이블의 층실률로써 0.8의 값을 사용한다. 한계 전단응력도를 사용하는 이유는 소선 사이에 정도 이상의 힘에 의한 전단응력이 발생하면 미끄럼이 발생하며 이 값의 한계는 $0.01 \text{kgf/mm}^2 (98.0665 \text{kPa})$ 가 되기 때문이다.

Nishimura와 Shinke는 케이블의 휨 강성을 고려하여 수식을 전개하여 편차축응력과 도심 곡률변화에 의한 응력을 제안하였다(Nishimura 등, 1977).

$$\begin{aligned}\sigma_{B1} &= \frac{(D-d)E}{2l}(\theta_a - \theta_e) \\ \sigma_{B2} &= \frac{Ed\phi}{2} \sqrt{\frac{T}{EI_n}}\end{aligned}\tag{2.31}$$

여기서 D 는 케이블의 직경, d 는 소선의 직경, l 은 대상 케이블의 길이, I_n 은 단일 소선의 단면 2차 모멘트의 합이며 θ_a 와 θ_e 는 각각 케이블 양단의 회전각이다.

이 외에도 사장교에서의 꺾임각에 의한 2차응력을 실험과 측정을 통하여 밝힌 연구(Caballero 등, 2010; Fox, 1980; Nakamura 등, 1989;)와 Wyatt의 제안식을 기반으로 해석 모델의 변화와 차별화된 이론을 전개한 연구(Deruntz, 1969; Irvine, 1993; Nie 등, 2010; Naito, 2002), 현수교의 행어에 식을 적용한 연구(Kondoh, 2001) 등 다양한 연구 및 접근법이 현재까지 활발히 진행되고 있으며 최근 국내에서는 실험의 결과를 기반으로 꺾임각에 의한 2차응력을 계산하는 새로운 수식을 제시하고자 하는 연구 또한 진행되고 있다.

2.2 신뢰도이론

2.2.1 확률변수와 한계상태함수

확률변수는 동일한 조건하에서 실행한 동일한 실험의 결과가 항상 동일한 값을 갖지 않고 대표값을 중심으로 이산성을 나타내는 변수를 의미한다. 또한 표본공간에서 어떠한 규칙 또는 사상에 의해 정의되며, 이는 크게 이산확률변수(discrete random variable)와 연속확률변수(continuous random variable)로 구분된다. 이산확률변수는 확률변수의 값이 표본공간이 유한개의 요소, 또는 셀 수 있는 무한한 요소로 이루어진 요소를 말하며 연속확률변수는 임의의 구간 내에서 어떤 값도 가능한 변수를 의미한다. 연속확률분포에 대한 확률밀도함수(probabilistic density function) $f_x(x)$ 는 다음과 같이 정의된다(Ditlevsen 등, 1996).

$$P[x \leq X \leq x + dx] = f_x(x)dx \quad (2.26)$$

확률밀도함수는 이산(discrete) 확률변수에 대하여 probabilistic mass function이라고 표현하며, $P_x(x)$ 로 구분하여 표현하기도 한다. 단조증가 함수이며 0에서 1사이의 값을 가지는 확률분포함수 또는 누적확률분포함수(cumulative probability function) $F_x(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$F_x(x) = P[X \leq x] \quad (2.27)$$

확률변수는 분포형태(distribution type)와 함께 평균(mean)과 분산(variance) 등 여러 통계적 특성치에 의하여 그 특성이 정의된다.

$\int_{-\infty}^{\infty} x^n f_X(x) dx$ 를 X 의 n 차 모멘트라 하는데, 확률변수 X 의 평균은 1차 모멘트로 정의되며 분산과 표준편차(standard deviation)는 2차 모멘트로부터 구할 수 있다.

$$\mu_X = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (2.28)$$

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}[X]} = \sqrt{E[x^2] - \mu_X^2}$$

변동계수(CoV: Coefficient of Variation)는 평균과 표준편차의 비로 정의한다.

$$\delta_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (2.29)$$

구조부재에 대한 신뢰도를 검토하는 경우, 한계상태함수 G 는 부재의 저항 또는 강도를 나타내는 R 과 부재에 작용하는 하중 L 에 의하여 다음과 같이 정의될 수 있다. 한계상태함수(limit state function) $G(\mathbf{X})$ 는 한계상태를 규정하는 함수로써 $G(\mathbf{X})$ 가 0보다 큰 경우 안전, 작은 경우를 파괴로 규정하며 $G(\mathbf{X}) = 0$ 일 때를 한계상태로 정의한다.

파괴확률의 계산은 확률밀도함수 또는 결합확률밀도함수의 한계상태함수의 파괴영역에 대한 적분을 수행하여야 하며 일반적으로 계산하기는

불가능하다. 그러므로 파괴확률을 구하기 보다는 신뢰도를 나타내는 지수(index)를 구하여 파괴확률을 나타낸다.

부재저항(R)과 하중(L)의 분포가 정규분포를 따르며 서로 독립적이라고 가정했을 때, 한계상태함수의 평균과 표준편차는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_G &= \mu_R - \mu_L \\ \sigma_G &= \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_L^2} \end{aligned} \quad (2.32)$$

$G < 0$ 인 영역에서의 한계상태함수의 확률밀도함수의 면적과 같으므로 파괴확률은 다음과 같다

$$P_F = P_r[g < 0] = \int_{-\infty}^0 f_G(x) dx = \Phi\left(-\frac{\mu_G}{\sigma_G}\right) = \Phi(-\beta) \quad (2.33)$$

표 2.1 신뢰도지수와 파괴확률

β	P_F
0.0	0.5
1.0	1.5866×10^{-1}
2.0	2.2750×10^{-2}
3.0	1.3499×10^{-3}
4.0	3.1671×10^{-5}
5.0	2.8665×10^{-7}
6.0	9.8659×10^{-10}
7.0	1.2798×10^{-12}
8.0	6.2210×10^{-16}
9.0	1.1286×10^{-19}
10.0	7.6199×10^{-24}
11.0	1.9107×10^{-28}
12.0	1.7765×10^{-33}
13.0	6.1172×10^{-39}

여기서 Φ 는 표준정규분포의 누적분포함수이며 β 는 신뢰도지수로서 G 의 평균을 그 표준편차로 나눈 값이다.

$$\beta = \frac{\mu_G}{\sigma_G} = \frac{1}{V_G} = \frac{\mu_R - \mu_Q}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_Q^2}} \quad (2.34)$$

결국 신뢰도지수는 한계상태함수 G 의 평균이 y 축으로부터 표준편차의 몇 배만큼의 거리를 갖고 있는가를 나타내는 지수이며, 거리가 멀면 멀 수록 파괴확률이 작아지고 신뢰도지수는 큰 값을 갖게 된다.

파괴확률을 계산하는 기법으로는 MCS, AFOSM, SORM 등 다양한 기법이 있으나 이 연구에서는 구조물의 신뢰도평가방법으로서 널리 이용되고 있는 Hasofer와 Lind에 의해 제안된 개선된 일계이차모멘트법 (AFOSM: Advanced First-Order Second-Moment method)을 이용하여 신뢰도지수(β)를 계산한다(Hasofer 등, 1974).

파괴확률의 산정을 위하여 주어진 확률변수와 한계상태함수를 서로 통계적으로 독립인 표준정규분포 확률변수의 공간에서 표현되도록 변환한 후, 원점으로부터 가장 가까운 직선거리에 위치한 한계상태함수상의 점을 찾아 그 직선거리를 신뢰도지수로 취하고 이를 이용하여 파괴확률을 계산할 수 있다. 이 때 신뢰도지수의 산정을 위해 구해진 한계상태함수상의 점은 한계상태함수상에 존재하는 모든 점들 중 가장 발현빈도가

높은 점에 해당되므로(Freudenthal, 1956) 흔히 최대파괴확률점(Most Probable Failure Point or Design Point, 이하 MPFP)이라고 한다. 임의의 비선형 한계상태함수를 MPFP인 x^* 에서 1차항까지 Taylor 전개하여 근사한 식은 다음과 같다(양영순 등, 2002).

$$g(x) \approx \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x=x^*} (x_i - x_i^*) \quad (2.35)$$

$$\mu_G = \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x=x^*} (\mu_i - x_i^*), \quad \sigma_G = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial x_i} \Big|_{x=x^*} \right)^2 \sigma_i^2} \quad (2.36)$$

식 (2.36)은 평균과 표준편차를 나타내며 식 (2.35)를 표준정규분포 확률 변수 u 를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$g(u) \approx \sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial u_i} \Big|_{u^*} (u_i - u_i^*) \quad (2.37)$$

이를 이용하여 최적화 과정을 통하여 MPFP를 반복하여 갱신한다. 수렴하게 되면 MPFP는 다음과 같은 식에서 구할 수 있다.

$$\beta = \sqrt{u^{*T} u^*} = -\frac{G_u^{*T} u^*}{\sqrt{G_u^{*T} G_u^*}} \quad (2.38)$$

2.2.2 분포특성의 추정을 위한 Monte-Carlo Simulation

기존의 MCS는 모의실험을 반복하여 실제상황을 가상적으로 모사하는 방법에 하나로 1940년대에 개발되었다. 이러한 MCS는 확률변수들의 결합 확률밀도함수를 이용하여 각 확률변수의 분포특성이 반영된 난수를 추출하고 충분한 수의 확률변수의 표본집단을 생성한 후 생성된 확률변수를 한계상태함수에 직접 대입하여 그 값이 0보다 큰지 작은지를 판단하게 된다. 총 N 개의 표본이 추출되었을 때 한계상태함수가 0보다 작은 경우가 n_f 번 관측되는 경우 파괴확률은 다음과 같이 근사적으로 추정할 수 있다.

$$P_f \approx \frac{n_f}{N} \quad (2.39)$$

이러한 MCS의 장점은 기본 개념이 단순하며 한계상태함수에 어떠한 가공이 필요 없이 파괴확률을 구할 수 있다는 점이다. 그러나 파괴확률이 적절한 신뢰도를 가지기 위하여 필요한 전체 추출횟수는 파괴확률의 역수의 10~100배 이상이 되어야 한다. 케이블의 신뢰도지수가 10이라고 하는 경우 표 2.1 을 참조하면 그 파괴확률은 10^{-23} 이하이므로 이때의 파괴확률을 구하기 위하여는 10^{24} 회 이상의 해석이 필요하게 된다.

분포특성이 알려진 확률변수들의 함수로 정의되는 새로운 확률변수의 통계적 특성을 계산하는데 MCS를 이용하는 경우 직접적인 파괴확률

을 계산하는 경우와 비교하여 훨씬 적은 수의 해석 횟수만을 가지고도 신뢰할 수 있는 결과를 얻을 수 있다.

이러한 MCS를 통한 분포의 평균과 표준편차를 구하는 단계는 우선 확률 모델($y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$)을 생성하게 되면 난수를 통한 변수의 초기값(x_1, x_2, \dots, x_n)을 생성하고 이 초기값을 통하여 모델을 해석(y_1, y_2, \dots, y)하게 되면 그 결과를 통하여 분포의 평균, 표준편차, 분포의 타입 등을 평가하게 된다.

이러한 MCS를 통한 분포함수의 통계적 특성을 추정하는 경우 모의 실험의 결과로 구해진 평균과 표준편차가 정해를 모르는 모집단의 평균 및 표준편차에 얼마나 근접한지를 계산하는 기법이 기존 연구에 의하여 밝혀져 있다. 이 연구에서는 모평균과 모표준편차를 모두 모르는 상태이므로 모표준편차를 모르는 경우에 모평균을 계산하기 위하여 Student's t distribution을 이용하여 계산한다. 표본집단의 평균이 μ , 표준편차가 σ 인 경우 모평균의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\left(\mu - t(n-1, \frac{\alpha}{2}) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \mu + t(n-1, \frac{\alpha}{2}) \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) \quad (2.40)$$

where t : Student's t distribution

모평균을 모르는 경우에 모표준편차를 계산하기 위하여는 Chi-Square distribution을 이용하여 계산하며 표본집단의 평균이 μ , 표준편차가 σ 인

경우 모평균의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\left(\sqrt{\frac{(n-1)}{\chi^2(n-1, \frac{\alpha}{2})}}\sigma, \sqrt{\frac{(n-1)}{\chi^2(n-1, 1-\frac{\alpha}{2})}}\sigma \right) \quad (2.41)$$

where χ^2 : Chi-square distribution

식 (2.40)과 식 (2.41)을 이용하여 $n=10000$ 인 경우 모평균의 99.9% 신뢰구간과 $n=2001$ 인 경우의 모표준편차의 99.9% 신뢰구간은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$t(n-1, \alpha/2) \Rightarrow t(9999, 0.0005) = 3.2915$$

$$\therefore \text{모평균의 99.9\% 신뢰구간: } (\mu - 0.03915\sigma, \mu + 0.03915\sigma) \quad (2.42)$$

$$\chi^2(n-1, a/2) \Rightarrow \chi^2(2000, 0.0005) = 2215.7360$$

$$\chi^2(n-1, 1-a/2) \Rightarrow \chi^2(2000, 0.9995) = 1799.3654 \quad (2.43)$$

$$\therefore \text{모표준편차의 99.9\% 신뢰구간: } (0.9501\sigma, 1.0543\sigma)$$

즉, 10000회의 표본추출에 의하여 평균과 표준편차를 계산하는 경우 실제 모평균은 표본평균과 0.03915σ 이하의 차이 내에 존재하며 표준편차는 5%이내의 차이를 보이게 되므로 이 오차에 의한 신뢰도평가의 차이는 일반적인 경우 0.1%이하, 그리고 0.01의 신뢰도지수 이하의 차이를 발생시키게 된다. 그러므로 이러한 오차의 영향을 무시하고 MCS를 통한 분포추정의 결과를 바탕으로 신뢰도평가를 수행한다(김우철, 1985).

2.3 선형화 가정을 이용한 케이블의 신뢰도평가

2.3.1 케이블 구조물의 신뢰도평가

구조물의 신뢰도평가방법으로서 널리 이용되고 있는 Hasofer와 Lind에 의해 제안된 개선된 일계이차모멘트법(AFOSM: Advanced First-Order Second-Moment method)을 이용하여 신뢰도지수(β)를 계산한다(Hasofer 등 1974).

신뢰도평가를 위한 한계상태함수는 연구에서 대상으로 삼고 있는 케이블 구조물의 주케이블 장력을 대상으로 정의하며 식은 다음과 같다.

$$G(\mathbf{X}) = R(\mathbf{X}) - T(\mathbf{X}) = 0 \quad (2.44)$$

여기서 \mathbf{X} 는 확률변수로서 케이블의 탄성계수, 주탑의 휨 강도, 케이블 세그먼트의 단위고정하중을 나타내며, R 과 T 는 케이블의 저항강도와 케이블의 장력을 나타낸다. 케이블의 저항강도는 케이블의 극한강도 f_u 에 케이블의 유효단면적 A_c 를 곱하여 구할 수 있다.

$$R(\mathbf{X}) = f_u A_c \quad (2.45)$$

케이블의 저항을 구성하는 극한강도와 유효단면적은 모두 확률변수가 될 수 있으나 유효단면적은 케이블을 구성하는 소선의 단면적이 모두 동일하다고 가정하여 극한강도만을 확률변수로 가정하였다.

각 변수는 정규분포를 따르는 통계적 변수이며 서로 통계적으로 독립인 것으로 가정하여 평가를 수행한다. 일반적으로 정규분포가 아닌 통계 변수가 있을 수 있으나 Rackwitz-Fiessler 변환을 통하여 등가의 정규분포로 치환할 수 있다(Rackwitz 등, 1976; Rackwitz 등, 1978). Rackwitz-Fiessler 변환에 의하여 변환된 확률변수 \mathbf{X} 는 \mathbf{x} 로 쓸 수 있으며 \mathbf{x} 를 이루는 모든 확률변수는 정규분포로 이루어진다. 이 경우 한계상태함수에서 케이블의 MPFP는 AFOSM에 의하여 정의된 다음과 같은 최적화에 의하여 계산된다.

$$\text{Min}_{\mathbf{x}^*} \beta^2 = \|\mathbf{x}^*\|_2^2 \text{ subject to } \bar{G}(\mathbf{d}^*) = 0 \quad (2.46)$$

여기서 β , \mathbf{x}^* and $\|\cdot\|_2$ 는 각각 신뢰도지수, MPFP, 그리고 벡터의 2-norm이며 $\bar{G}(\mathbf{x}) = G(\mathbf{X})$ 이다. 일반적으로 케이블은 외부하중에 대하여 비선형 거동을 하지만, 케이블의 초기평형상태를 기준으로 Taylor 1차 전개를 이용하면 케이블 장력의 선형 근사가 가능하다. 선형 신뢰도평가를 위하여 장력을 설계값에서의 Taylor 1차 전개를 수행한 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T(\mathbf{X}) &\approx T(\mathbf{X}_0) + \left. \frac{\partial T}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) \\ &= T(\mathbf{X}_0) - \nabla_D T(\mathbf{X}_0) \mathbf{X}_0 + \nabla_D T(\mathbf{X}_0) \mathbf{X} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Taylor 1차 전개를 통하여 선형화된 한계상태함수에서의 신뢰도지수는 케이블의 저항강도와 장력의 통계특성으로 나타낼 수 있다.

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_T}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_T^2}} \quad (2.48)$$

이때 저항강도의 평균과 표준편차는 다음과 같다. 케이블의 유효 단면적은 결정 값이므로 저항강도의 평균과 표준편차는 극한강도의 평균과 표준편차에 영향 받게 된다.

$$\mu_R = A_c \mu_{f_u}, \quad \sigma_R = A_c \sigma_{f_u} \quad (2.49)$$

장력의 평균과 표준편차는 식 (2.47)에 의하여 식 (2.50)과 같이 표현할 수 있으며 이때 $\boldsymbol{\mu}_X$ 와 $\boldsymbol{\sigma}_X$ 는 확률변수의 평균벡터와 표준편차의 대각행렬이다.

$$\begin{aligned} \mu_R &= R(\mathbf{X}_0) - \nabla_X R \cdot \mathbf{X}_0 + \nabla_X R \cdot \boldsymbol{\mu}_X \\ \sigma_R &= \|\boldsymbol{\sigma}_X \cdot \nabla_X R\|_2 \end{aligned} \quad (2.50)$$

식 (2.48)과 식 (2.50)을 식 (2.46)에 대입하면 기준 상태인 초기평형 상태에서의 선형화된 케이블의 신뢰도지수를 구할 수 있다.

케이블 구조는 외부하중에 대하여 비선형 거동을 하기 때문에 식 (2.50)을 이용하여 계산한 신뢰도지수는 근사값이므로 보다 정밀한 신뢰

도지수를 계산하기 위하여는 케이블의 비선형 거동을 고려해야 한다. 케이블의 비선형성을 고려하면 한계상태함수인 식 (2.44)가 비선형이 되고 그에 따라 반복계산법에 의하여 MPFP를 계산하게 된다.

그러나 케이블의 비선형 거동을 고려하여 신뢰도평가를 수행하는 경우, 이 연구에서 대상으로 하는 케이블의 2차응력의 요인에 따라 케이블 시스템이 변동됨에 따라 하중변수에 대한 민감도를 다시 계산해야 하며 2차응력의 분포 특성을 파악하기 위한 MCS를 수행하는 경우에는 반복 계산 각각에 따라서 신뢰도평가를 반복해야 하는 문제가 생기게 된다. 이 연구에서는 2차응력의 발생요인을 살펴보고 각 요인을 이론적으로 계산하는 방법을 찾는 데 목표를 두고 있으므로 각 단계에서의 비선형 신뢰도평가를 통한 결과의 도출에 해석의 대부분의 시간을 할애하는 것은 합리적이지 않으므로 초기평형상태에서의 장력의 민감도를 계산하고 이 민감도를 고정하여 선형 신뢰도평가를 수행한다. 이 경우 신뢰도지수는 비선형 신뢰도평가의 결과와 차이가 발생하게 되나 선형 신뢰도평가의 결과를 기준으로 하여 연구에서 제시하는 2차응력 요인의 영향에 의하여 신뢰도지수가 변동되는 폭을 살펴보는 방법이 합리적이라고 판단된다.

2.3.2 확률변수에 대한 케이블 장력의 민감도

현수교의 주케이블은 주로 중력 방향의 하중에 대하여 저항하기 때

문에 활하중의 영향을 고려한 중력방향 하중조합이 케이블 설계를 지배하게 된다. 그러므로 케이블강교량설계지침(CSB, design guidelines for Cable-supported Steel Bridge) (대한토목학회, 2006)의 하중조합을 적용할 경우 ‘완성계 하중조합 1’이, 도로교설계기준-한계상태설계법(K-LSD, Korean bridge design code - Limit State Design) (국토해양부, 2012)의 하중조합을 적용할 경우 ‘극한한계상태 하중조합 1’이 주케이블을 설계하기 위한 주하중조합이 된다. 이 하중조합은 케이블과 거더의 고정하중을 포함하는 1차 고정하중, 포장 및 교량 부속장치 등에 의한 2차 고정하중, 활하중 그리고 기타 부하중의 조합으로 구성된다. 1차 고정하중과 2차 고정하중은 하중의 변동성이 다르기 때문에 분리하여 고려하는 것이 일반적이다. 또한, 1차 고정하중에 포함되어 있는 케이블의 고정하중과 거더의 고정하중 역시 분리하여 고려한다. 이는 케이블의 제작 공정이 거더의 제작 공정에 비하여 엄격하기 때문에 케이블 고정하중의 변동성이 1차 고정하중의 변동성에 비하여 작을 것으로 예상되기 때문이다. 이 연구에서는 위의 중력방향 하중조합을 기준으로 현재 연구가 진행되고 있는 하중조합의 통계특성을 따라 신뢰도평가를 수행한다.

현수교의 구조 해석을 위하여 유한요소법을 사용하여 구조물을 모델링하게 된다. 주탑과 거더는 일반적인 빔-기둥 부재로 모델링하고, 주케이블은 탄성 현수선 케이블 요소를 사용하여 이산화하게 된다. 이러한

탄성 현수선 케이블 요소의 해석기법은 2.1.1절에 나타내었다. 이 경우 현수교의 강성 방정식은 다음과 같이 유도된다

$$\sum_e \mathbf{F}_G^e(\mathbf{u}^e) + \sum_e \mathbf{F}_P^e(\mathbf{u}^e) + \sum_e \mathbf{F}_C^e(\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e) = \mathbf{P} \quad (2.51)$$

식 (2.51)에서 \sum_e 은 유한요소법에서의 집합 연산자이며 \mathbf{F}_G^e , \mathbf{F}_P^e , \mathbf{F}_C^e 와 \mathbf{P} 는 각각 거더, 주탑, 그리고 케이블의 부재 e 의 재단력과 외부하중에 의한 절점력이다. \mathbf{u}^e 와 \mathbf{x}_0^e 는 부재의 절점 변위 벡터와 케이블 요소의 초기 위치를 나타낸다.

프레임은 외부하중이 없는 상태를 기준으로 정의되지만 케이블의 경우 하중이 발생하지 않은 상태에서는 변위가 정의되지 않으므로 고정하중만이 존재하는 상태에서의 평형 위치를 계산하게 된다. 이때의 평형 방정식은 다음과 같다. 여기서 케이블 양 끝점의 기준위치는 현수교 새들의 변형 전 위치로 결정된다.

$$\sum_e \mathbf{F}_C^e(\mathbf{x}_0^e) = \mathbf{0} \quad (2.52)$$

현수교의 모델링은 실 교량을 정밀하게 반영하여 그 영향을 보는 것이 가장 좋으나 교량의 다양함과 복잡성에 의하여 계산의 편의를 위해 몇 가지 가정을 적용한다. 실제 현수교 주탑의 단면은 일반적으로 그 높

이에 따라 다양하며 주탑의 정확한 모델링은 여러 변수에 따라 정밀하게 모델링되어야 하지만 이러한 영향은 케이블 교량에서 케이블에 미치는 영향이 작으며 오히려 새들의 변위가 케이블 장력에 미치는 영향이 크므로 주탑을 단일 단면을 가지는 형태로 치환하고 새들에서의 변위가 실 교량과 동일한 값이 나오도록 모델링한다. 또한 현수교의 주케이블은 행어에 의하여 거더와 연결되어 있으므로 거더와 행어를 제거하고 행어의 장력을 주케이블과 연결되는 위치에 하중으로 치환하여 모델링한다.

$$\sum_e \mathbf{F}_T^e(\mathbf{u}^e) + \sum_e \mathbf{F}_C^e(\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e) = \mathbf{P}^h(\mathbf{w}) \quad (2.53)$$

여기서 \mathbf{P}^h 는 행어의 장력에 대한 절점 하중벡터를 의미하며 외부 하중은 \mathbf{P}^h 에 의하여 주케이블에 전달된다.

$$\mathbf{P}^h(\mathbf{w}) = \bar{\mathbf{P}}_p^h w_p + \bar{\mathbf{P}}_w^h w_w + \bar{\mathbf{P}}_L^h w_L + \mathbf{P}_m^h \quad (2.54)$$

$\bar{\mathbf{P}}_p^h$, $\bar{\mathbf{P}}_w^h$, 그리고 $\bar{\mathbf{P}}_L^h$ 는 각 하중에 의하여 유도된 행어 장력 벡터이며 \mathbf{P}_m^h 는 그 외의 하중에 의한 행어 장력 벡터를 의미한다.

$$\bar{\mathbf{P}}_p^h = \frac{1}{(w_p)_0} (\mathbf{P}_p^h)_0, \quad \bar{\mathbf{P}}_w^h = \frac{1}{(w_w)_0} (\mathbf{P}_w^h)_0, \quad \bar{\mathbf{P}}_L^h = \frac{1}{(w_L)_0} (\mathbf{P}_L^h)_0 \quad (2.55)$$

첨자 0은 해당 변수의 설계값을 의미하며 \mathbf{P}_p^h , \mathbf{P}_w^h , 그리고 \mathbf{P}_L^h 은 1

차 고정하중, 2차 고정하중, 그리고 활하중에 의한 행어 장력 벡터이다. 그러나 주케이블의 신뢰도지수 계산을 위한 케이블의 장력은 이러한 개별적인 하중의 분포보다 총 하중의 양에 의하여 영향을 받게 되므로, 각 하중 벡터는 식에서 고정된 값으로 사용된다.

케이블 요소 양단에서의 장력은 각 절점에서의 재단력에 대하여 식 (2.56)과 같이 표시할 수 있다.

$$T_1^e = \|\mathbf{F}_1^e\|_2, \quad T_2^e = \|\mathbf{F}_2^e\|_2 \quad (2.56)$$

케이블 장력의 하중변수에 대한 민감도는 식 (2.56)을 하중변수에 대하여 직접 미분하여 구할 수 있으며 식 (2.57)은 주케이블의 MPFP계산을 위하여 필요한 재단력의 민감도를 나타낸다.

$$\frac{\partial T_1^e}{\partial D_i} = \frac{\mathbf{F}_1^e}{T_1^e} \cdot \frac{\partial \mathbf{F}_1^e}{\partial D_i}, \quad \frac{\partial T_2^e}{\partial D_i} = \frac{\mathbf{F}_2^e}{T_2^e} \cdot \frac{\partial \mathbf{F}_2^e}{\partial D_i} \quad (2.57)$$

케이블 요소 e 의 외적 평형 조건은 식 (2.14)에 의하여 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_2^e = -\mathbf{F}_1^e - \mathbf{g}^e \quad (2.58)$$

여기서 L_0^e 가 케이블 부재 e 의 무응력 길이인 경우 $\mathbf{g}^e = (0, 0, w_{c,k}, L_0^e)$ 이다. 케이블 요소 e 의 적합조건식은 양단의 절점 위치 벡터를 재단력에

대하여 표시할 수 있다.

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e) = \boldsymbol{\varphi}_k(\mathbf{F}_1^e, E_c, w_{c,k}) \quad (2.59)$$

여기서 \mathbf{B} 는 식 (2.12)와 같으며 $\boldsymbol{\varphi}$ 는 식 (2.10)에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$$\boldsymbol{\varphi} = \begin{pmatrix} -\frac{F_{1x}^e}{EA_{c,k}} L_0 - \frac{F_{1x}^e}{w_{c,k}} \left(\sinh^{-1} \left(\frac{F_{1z}^e + w_{c,k} L_0^e}{F_x^1} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{F_{1z}^e}{F_x^1} \right) \right) \\ -\frac{F_{1z}^e}{EA_{c,k}} L_0 - \frac{w_{c,k} (L_0^e)^2}{2EA_{c,k}} - \frac{1}{w_{MC}} (T_2 - T_1) \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

$$\text{where } T_2 = \sqrt{(F_x^1)^2 + (F_{1z}^e + w_{c,k} L_0^e)^2}, T_1 = \sqrt{(F_x^1)^2 + (F_{1z}^e)^2}$$

여기서 $A_{c,k}$ 는 k번째 케이블의 유효단면적이다.

식 (2.59)를 확률변수에 대하여 미분하면 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{B} \frac{\partial(\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e)}{\partial X_i} = \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_k^e}{\partial X_i} + \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_k^e}{\partial \mathbf{F}_1^e} \frac{\partial \mathbf{F}_1^e}{\partial X_i} \quad (2.61)$$

식 (2.61)의 확률변수에 대한 부재력의 미분은 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\partial \mathbf{F}_1^e}{\partial X_i} = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_k^e}{\partial \mathbf{F}_1^e} \right)^{-1} \left(\mathbf{B} \frac{\partial(\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e)}{\partial X_i} - \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_k^e}{\partial X_i} \right) = \mathbf{k}_c^e \left(\frac{\partial(\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e)_2}{\partial X_i} - \frac{\partial(\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e)_1}{\partial X_i} \right). \quad (2.62)$$

여기서 $\mathbf{k}_c^e = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_k^e}{\partial \mathbf{F}_1^e}\right)^{-1}$, $\mathbf{q}_i^e = -\mathbf{k}_c^e \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}_k^e}{\partial X_i}$ 이며 2번 절점에서의 민감도는 식

(2.58)과 식 (2.62)를 이용하여 계산할 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{F}_2^e}{\partial X_i} = \frac{\partial (-\mathbf{F}_1^e - \mathbf{g}^e)}{\partial X_i} = -\mathbf{k}_c^e \left(\frac{\partial (\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e)_2}{\partial X_i} - \frac{\partial (\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e)_1}{\partial X_i} \right) - (\mathbf{q}_i^e + \mathbf{p}_i^e) \quad (2.63)$$

식 (2.62)와 식 (2.63)을 행렬 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{F}_c^e}{\partial X_i} &= \frac{\partial}{\partial X_i} \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1^e \\ \mathbf{F}_2^e \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{k}_c^e & \mathbf{k}_c^e \\ \mathbf{k}_c^e & -\mathbf{k}_c^e \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial X_i} \begin{pmatrix} (\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e)_1 \\ (\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e)_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{q}_i^e \\ -\mathbf{q}_i^e - \mathbf{p}_i^e \end{pmatrix} \\ &= \mathbf{K}_c^e \frac{\partial (\mathbf{x}_0^e + \mathbf{u}^e)}{\partial X_i} + \bar{\mathbf{q}}_i^e \end{aligned} \quad (2.64)$$

식 (2.53)을 미분하면 절점변위에 대한 민감도를 계산할 수 있다.

$$\sum_e \frac{\partial \mathbf{F}_p^e}{\partial X_i} + \sum_e \frac{\partial \mathbf{F}_c^e}{\partial X_i} = \frac{\partial \mathbf{P}^h(\mathbf{w})}{\partial X_i} \quad (2.65)$$

주탑 부재의 절점력의 민감도는 다음과 같이 표현된다.

$$\sum_e \frac{\partial \mathbf{F}_p^e}{\partial X_i} = \sum_e \left(\frac{\partial \mathbf{F}_p^e}{\partial X_i} + \frac{\partial \mathbf{F}_p^e}{\partial \mathbf{u}^e} \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial X_i} \right) = \sum_e \mathbf{f}_i^e + \sum_e \mathbf{K}_p^e \frac{\partial \mathbf{u}^e}{\partial X_i} = \mathbf{K}_p \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial X_i} + \mathbf{f}_i \quad (2.66)$$

\mathbf{K}_p^e 는 외부하중 하에서 평형 상태의 보-기둥 요소의 강성도 행렬을 나

타낸다.

식 (2.64)와 식 (2.66)을 식 (2.65)에 대입하면 변위와 평형상태 형상에 대한 민감도를 계산할 수 있다. 이러한 기준 상태에서의 민감도는 식 (2.66)에 변위 0을 대입하여 계산할 수 있다.

$$\mathbf{K}_c \frac{\partial \mathbf{x}_0}{\partial X_i} = -\bar{\mathbf{q}}_i \quad (2.67)$$

2차응력의 확률변수는 스트랜드의 무응력 길이, 새들의 휨 각, 새들 끝 단과 케이블 밴드의 끝 단에서의 케이블 꺾임각, 그리고 케이블 밴드의 밴드 압축에 대한 포아송 비 등이 있다.

$$\mathbf{S} = (S_i)^T = (\Delta L, \theta_b, \theta_{lb}, \nu_{r\theta})^T \quad (2.68)$$

이러한 2차응력을 고려하여 현수교 주케이블의 한계상태함수를 구성하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G(\mathbf{X}, \mathbf{S}) &= R(\mathbf{D}) - T(\mathbf{D}, \mathbf{S}) = R(\mathbf{D}) - T_p(\mathbf{D}) - T_s(\mathbf{S}) \\ &\cong \frac{\partial R}{\partial \mathbf{X}}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{X}}(\mathbf{X} - \mathbf{X}_0) - T_s(\mathbf{S}) = 0 \end{aligned} \quad (2.69)$$

그러나 2차응력의 경우 그 계산이 복잡하며 경험식이나 실험식을 이용하는 경우 수식을 직접 미분하여 민감도를 계산하는 의미가 없어지게 된다. 그러므로 2차응력의 분포는 2.2.3절에서 제시된 Monte-Carlo Simula-

tion을 통한 장력의 분포 추정 기법이나 공학적 가정을 통하여 각 장력의 통계 특성을 직접 도출하는 방법을 이용한다. 이 경우 신뢰도지수는 식 (2.48)에 2차응력 요소를 추가하여 식 (2.70)으로 계산된다.

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_{T_p} - \mu_{T_s}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_{T_p}^2 + \sigma_{T_s}^2}} \quad (2.70)$$

2.3.3 신뢰도평가를 위한 하중조합

교량의 신뢰도평가를 위하여 사용된 하중과 저항의 통계특성은 Nowak(1999), Imai 와 Frangopol(2001) 등에 의한 기존의 연구를 활용하였다. 하중의 조합은 1차 및 2차 고정하중과 주케이블의 고정하중, 행어의 고정하중과 활하중으로 이루어진 케이블강교량설계지침(대한토목학회, 2006)의 ‘완성계 하중조합 1을 적용하였다.

저항강도의 경우 이승한의 연구에서는 케이블단면의 저항강도에 대한 분포특성을 기존 연구에서 단면 저항강도의 확률분포 종류를 정의하지 않았기 때문에 일반적으로 사용되는 대수정규분포로 가정하고 그 값을 Imai 등의 연구에서 사용된 분포특성 값을 사용하여 신뢰도해석을 수행하고자 하였다. 이러한 재료강도에 의한 0.05의 CoV에 2차응력과 모델링 오차를 추가로 고려하였다. 그러나 이 연구에서는 2차응력의 변동성을 하중으로 직접 적용하므로 저항강도에서는 제외하여야 한다. 이러한

표 2.2 저항강도의 분포특성

2차응력 포함			2차응력 불포함		
확률변수		CoV	확률변수		CoV
케이블 재료강도		0.05	케이블 재료강도		0.05
모델링 오차		0.07	모델링 오차		0.07
2차응력	스트랜드 길이차	0.05	2차응력	스트랜드 길이차	
	새들 휨 형상	0.05		새들 휨 형상	
	케이블 꺾임각	0.05		케이블 꺾임각	
케이블의 저항강도		0.12	케이블의 저항강도		0.086

분포특성은 표 2.2 에 나타내었으며 이 연구에서는 이성한 연구를 반영하여 저항강도의 CoV에 0.086을 적용하였다.

고정하중의 통계특성은 케이블 교량 설계지침(한계상태설계법)(안)의 통계특성을 반영하여 적용하였으며 변동하중인 활하중의 경우 케이블 강교량 설계지침의 활하중을 적용하였다. 그러나 케이블 강교량 설계지침은 신뢰도기반 설계지침이 아니므로 확률모델이 존재하지 않아 케이블교

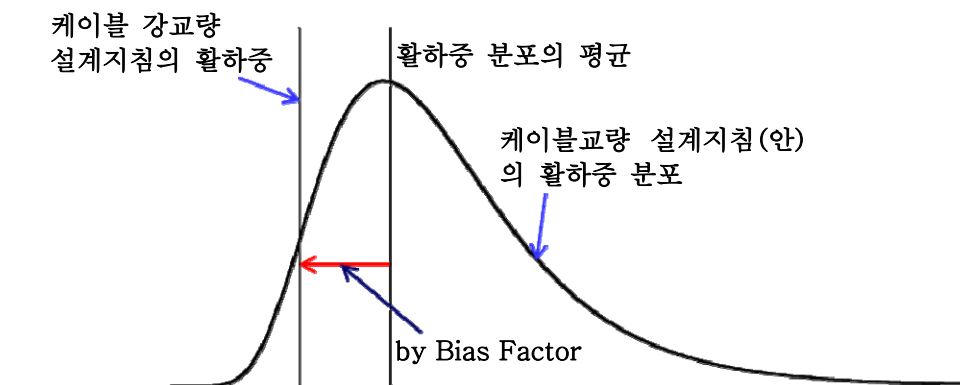


그림 2.7 Bias Factor에 의한 활하중의 조정

량 설계지침(안)의 확률모델을 적용하였다. 이 경우 영향선 재하길이의 차이에 따라 케이블 강교량 설계지침의 활하중 값과 케이블교량 설계지침(안)의 활하중 분포의 평균에 차이가 발생한다.

그러므로 이러한 평균을 맞추기 위하여 표 2.3 과 같은 Bias Factor를 대입하여 하중의 크기를 맞추게 된다. 그러므로 케이블 신뢰도평가에 반영되는 확률변수의 통계특성은 최종적으로 표 2.4 와 같다. 여기서 DC는 1차 고정하중으로 기본 구조부재를 의미하며 DW는 2차 고정하중으로 포장하중 및 설비의 하중을 의미한다. MC는 주케이블의 하중을, HR 은 행어의 하중을 나타내며 LL은 활하중으로 활하중의 Bias Factor는 각 교량에 따라 다른 값이 주어진다. 저항강도의 경우 이승한의 연구를 반영하여 0.086의 CoV를 적용하였다.

이러한 하중조합을 적용하여 각 예제 교량의 케이블에 대한 신뢰도 평가를 수행한 결과 주케이블 중 신뢰도지수가 가장 낮은 지점, 즉 파괴 확률이 가장 높은 구간은 주탑의 새들 부와 주탑에서 가장 가까운 케이블 밴드 사이로 계산되었으며 두 지점에서의 신뢰도지수는 아래의 표 2.5 에 나타내었다.

표 2.3 저항강도의 분포특성

	이순신대교	울산대교	새천년대교
Bias Factor	0.73	0.80	0.65

표 2.4 확률변수의 통계특성

		Bias Factor	CoV	Dist. Type
고정하중	DC	1.03	0.08	Normal
	DW	1.00	0.25	Normal
	MC	1.00	0.05	Normal
	HR	1.00	0.05	Normal
변동하중	LL	변동	0.20	Lognormal
저항강도		1.07	0.086	Lognormal

표 2.5 새들과 새들 옆 케이블 밴드 위치에서의 신뢰도지수

교량	신뢰도지수(2차응력 제외)	
	새들	케이블 밴드
이순신대교	10.22	10.29
울산대교	10.36	10.42
새천년대교	10.61	10.79

연구에서 제시하는 이론을 대입하여 계산되는 각각의 2차응력을 기존의 하중조합에 이은 하중으로 대입하여 신뢰도평가를 수행하고 또한 하중의 조합에 따라서 보여지는 신뢰도지수의 변화를 살펴본다.

2차응력은 케이블 단면적의 전체에서 균일하게 발생하는 응력이 아니며 소선, 스트랜드, 그리고 케이블 등 해석의 단위에 따라 계산되는 양이 변동될 수 있다. 단면의 일부 부분에서 2차응력의 최대값이 발생하는 경우 다른 부분에서는 오히려 음의 방향으로 응력이 발생할 수 있으며 그러므로 실제로 발생하는 응력의 영향은 이러한 최대 2차응력의 값의

영향에 비하여 작을 것으로 예상된다. 그러나 이 연구에서는 2차응력의 최대값이 케이블 전체에 발생한다는 가정을 적용하여 응력값에 단면적을 곱하면 케이블에 발생하는 2차응력에 의한 장력으로 계산하였다. 신뢰도 평가를 함에 있어서, 또는 구조물의 해석에 있어서 불확실한 부분은 가장 불리한 상태를 가정하여 안전측으로 계산하고자 하였기 때문이다. 그러므로 연구에서 제시하는 응력의 값은 실제 발생할 수 있는 2차응력의 최대값의 경계(upper bound), 그리고 연구에서 제시하는 신뢰도지수의 값은 실제 도출되는 신뢰도지수의 최소값의 경계(lower bound)가 될 것이다.

3. 현수교 주케이블의 2차응력 요인분석 및 영향

19세기에 들어서 근대 현수교의 건설이 시작된 이래 1000m 이상의 경간장을 갖는 최초의 교량인 George Washington Bridge(미국, 1067m)가 New York의 Hudson 강을 가로질러 건설되었고 현대까지 수많은 장경간 현수교가 건설되었다. 현재 세계 최장교량의 기록을 보유하고 있는 교량은 주경간장 1991m의 Akashi Kaikyo Bridge(일본, 1991m)로 일본에서 1998년에 완공되었으며 2000m가 넘는 주경간을 가지는 Messina Straits Bridge(2017년, 3300m)가 계획되어 있다.

이러한 현수교의 건설에 있어서 가장 중요한 점은 구조물을 유지하는데 필수적인 주케이블의 안전성이라고 할 수 있다. 주케이블의 안전성을 확보하기 위하여 교량에 대한 정확한 해석을 통하여 케이블에 가해질 수 있는 하중의 종류와 힘의 크기를 명확하게 계산하려는 시도는 현수교의 건설이 시작된 이래 꾸준히 진행되어 왔다고 할 수 있다. 그러나 재료의 불균질성이나 오차, 고려되지 않은 형상의 발현, 시공시에 발생하는 오차, 케이블의 휨응력 등 모델링 과정에서 무시되거나 계산되지 않는 요소, 그리고 외부하중에 의한 꺾임이나 국부적인 압력에 의해 발생하는 압축 등 기본적인 설계나 해석으로는 계산할 수 없는 원인에 의하여 추가의 응력이 작용하는 경우가 있다. 이러한 응력을 통칭하여 2차응력으

로 명시한다. 이러한 2차응력이 발생하는 원인에는 위에서 언급된 원인 외에도 매우 다양한 요인이 있을 수 있으며 현실적으로 모든 원인을 다 파악하는 것은 불가능하거나 노력에 비하여 성과나 결과의 정확성이 확보되지 않는다.

2차응력을 명확히 하려는 시도는 1960년 Wyatt의 논문(Wyatt, 1960)과 이후의 실험결과를 반영한 간략식 등을 통하여 꾸준히 진행되고 있다. 그러나 Wyatt는 단일 소선의 해석이 아닌 경우 소선을 사각형 또는 팔각형의 형태로 가정하여 수식을 전개하였으며 해석결과를 뒷받침하는 실험을 수행하지 않고 이론적으로만 전개하여 실 교량에서의 실험결과와는 상당히 차이 나는 결과를 나타내고 있다. 그 이후 미국과 일본 등에서 실험을 수행하고 그 결과를 반영한 간략식을 제시하는 등 연구는 계속하여 진행되고 있으나 실제 설계에 반영되기에는 부족한 상황이다(Irvine, 1993; Johns, 1992; Raof, 1991; 신상훈, 2011; Nishimura 1977; Nakamura 1979).

그로 인하여 케이블의 설계에서는 현재까지 공칭인장강도에 2.5의 안전율을 적용하여 허용응력을 정하고 있다. 즉 공칭인장강도 1860MPa를 가지는 케이블의 허용응력은 744MPa으로 계산되고 있는데 이 중 0.5가 2차응력에 대한 영향을 반영한 값이다. 안전율 2.0과 2.5의 차이로 인해 공칭인장강도의 10%, 허용응력 대비 25%가 2차응력에 의해 제한되는 응력으로 2차응력의 발생량에 대한 명확한 해석 없이 케이블의 설계가

진행되고 있다고 할 수 있다. 그러므로 이 논문에서는 2차응력의 발생원인을 살펴보고 결과를 수식적으로 분석하여 응력의 크기와 그에 따라 케이블의 안전성에 미치는 영향을 알아보고자 한다.

케이블의 구조가 명확히 규정된 경우에도 가해지는 하중의 크기와 위치에 따라 케이블의 안전성 측면에서는 그 영향이 크게 달라질 수 있다. 또한 구조시스템 자체에도 불확실한 요소가 존재하며 그 복잡성을 고려하면 하중에 대한 응답을 정확히 추정하는 것은 매우 어려운 일이라고 할 수 있다. 신뢰도기반의 설계는 이 하중과 저항의 관계를 확정적인 값으로 계산하는 것이 아니라 일정한 확률을 가지는 분포로 계산하여 그에 따른 구조물의 파괴확률, 즉 신뢰도지수를 평가하는 방법이다. 이 연구에서 구하고자 하는 응력의 영향 또한 하나의 값으로 계산해내기에 불확실한 면이 존재하며 또한 상황에 따라 변동성이 크기 때문에 이에 따라 응력의 분포와 그에 따른 구조물의 신뢰도지수에 미치는 영향을 알아보고자 한다. 또한 2차응력이 케이블의 전체 영역에 걸쳐서 발생하는 경우도 있으나 한정된 범위에서만 발생하는 경우도 존재하므로 목표가 되는 위치에 따라서 개별적인 2차응력 원인을 조합하여 신뢰도지수를 계산할 수 있도록 범위를 명확히 하고자 한다.

현수교의 건설이 증대하면서 2주탑, 다주탑, 1경간, 3경간 현수교 등 그 형식이 다양해지고 그에 따라 2차응력이 발생하는 형태 또한 다양해

질 것으로 예상된다. 그러므로 연구에서 제시하는 이론을 바탕으로 다양한 형식의 실 교량에 대입하여 응력의 크기와 신뢰도지수의 영향을 파악해보고자 하였다. 대상교량은 이순신대교와 울산대교, 그리고 새천년대교이다.

광양과 여수를 연결하는 총 길이 2260m인 이순신대교는 중앙경간의 거리가 1545m, 중앙경간 주케이블의 직경은 683mm인 국내 최대 길이의 3경간 연속 현수교이다. 스트랜드당 400개의 소선으로 이루어져 있으며 케이블은 32개의 스트랜드로 구성되어 있으므로 주케이블은 총 12800개의 소선으로 이루어져 있다. 소선 1개의 지름은 5.35mm이며 단면적은 22.480mm²가 된다. 케이블의 겉보기 단면적은 0.366380m²이며 유효 단면적은 0.287745m²이다. 탄성계수는 200GPa, 단위중량은 77kN/m³이다. 케이블의 공칭인장강도는 1860MPa이며 Air Spinning공법을 사용하였다.

두번째 예제 대상교량인 울산대교는 울산광역시의 남구와 동구를 연결하는 교량으로 현수교구간은 1150m이며 중앙경간과 3측경간은 각각 127개의 소선으로 이루어지는 59개의 스트랜드로, 1측경간은 63개의 스트랜드로 구성되어 있으므로 중앙경간의 경우 총 소선은 7493개, 1측경간의 경우 8001개로 구성된다. 소선 1개의 지름은 5.4mm이며 단면적은 22.902mm²이 된다. 케이블의 겉보기 단면적은 중앙경간과 3측경간의 경우 0.219787m², 1측경간은 0.23414m²이며 케이블의 유효 단면적은

0.1716m², 1층경간의 경우 0.18324m²이다. 탄성계수는 이순신대교의 주케이블과 마찬가지로 200GPa, 단위중량은 중앙경간과 3층경간은 13.214kN/m, 1층경간은 14.110kN/m이다. 케이블의 공칭인장강도는 1960MPa이며, 가설공법은 PPWS공법을 사용하였다.

세번째 예제의 대상교량은 전라남도의 신안군 압해도와 암태도를 연결하는 다경간 현수교인 새천년대교이다. 새천년대교는 삼주탑 현수교로 양쪽의 층경간 225m와 650m의 중앙경간 2구간으로 이루어진 총 연장 1750m의 현수교이다. 각각의 케이블은 412개의 소선으로 이루어지는 7개의 스트랜드로 구성되어 총 2884개의 소선으로 구성되어 있다. 소선 1개의 지름은 5.0mm이며 단면적은 19.635mm²이 된다. 케이블의 겉보기 단면적은 0.070686m², 케이블의 유효 단면적은 0.056627m²이다. 탄성계수는 이순신대교의 주케이블과 마찬가지로 200GPa, 단위중량은 4360kN/m이다. 케이블의 공칭인장강도는 1960MPa이며 1개의 스트랜드를 구성하는 소선은 412개로 예제에 사용되는 이순신대교, 울산대교와 비교하여 가장 많은 양으로 구성된다. 그러나 중앙경간의 길이가 650m에 불과하므로 스트랜드는 단지 7개만으로 구성되어 3개의 교량 중 가장 단면이 얇은 케이블로 구성되어 있다.

예제로 선정한 세 교량은 그 형식에서 서로 다른 현수교로써 이순신대교는 3경간 현수교, 울산대교는 1경간 현수교, 그리고 새천년대교는 3

주탑 현수교로 그 특징을 설명할 수 있다. 1경간으로 이루어진 울산대교의 경우 중앙경간에만 하중을 태우게 되므로 케이블에 발생하는 거동의 방향성이 정해져 있으며 측경간이 앵커로 연결되어 있으므로 3경간 현수교에 비하여 그 꺾임각이 작게 발생할 것으로 예상된다.

3주탑으로 이루어진 새천년대교의 경우, 양 측주탑은 앵커리지에 연결되어 있는 케이블에 이어져 있으므로 양쪽 케이블이 자유롭게 거동하는 중앙주탑에 비하여 횡처짐이 적게 발생할 것으로 예상된다. 그러나 측주탑의 횡처짐에 의하여 발생하는 꺾임각 또한 2주탑 현수교에 비하여 크게 발생할 것으로 생각되므로 특별히 측주탑과 중앙주탑에서의 꺾임각에 의하여 발생하는 2차응력의 영향을 모두 살펴보아야 할 것으로 예상된다. 중앙주탑에서의 꺾임각은 횡처짐이 최대로 발생하는 활하중의 편재하를 통하여 거동의 특성을 파악한다.

그러므로 1경간 울산대교와 3주탑 새천년대교의 해석결과를 3경간, 2주탑을 가지는 이순신대교를 기준으로 각각 비교하여 그 2차응력 발생 경향을 살펴보게 되며 각 2차응력의 영향과 함께 개별 2차응력이 복합적으로 발생하는 경우 케이블에 미치는 영향 또한 함께 살펴보고자 한다.

3.1 케이블의 스트랜드 별 길이차이에 따른 응력 발생

3.1.1 스트랜드 별 길이차이에 대한 가정 및 이론

현수교의 주케이블은 수십 개의 스트랜드로 구성되어 있으며 이 각각의 스트랜드는 다시 수백 개의 원형 소선의 묶음으로 구성된다. 이러한 소선은 원형의 단면적을 가지고 있으므로 소선과 소선의 사이에는 공극이 존재하며 또한 원형으로 성형되는 각 스트랜드 사이에도 공극이 존재하게 된다. 이러한 공극은 케이블의 단면에 장력이 동일하게 분포되지 않는 원인이 되며 또한 교량의 길이가 늘어날수록 케이블의 두께가 두꺼워짐으로 인한 오차, 시공에 사용되는 공법이나 케이블 고정하중에 의한 갯워크의 처짐, 온도나 바람의 영향 등이 시공 오차를 유발하게 되어 이로 인해 각 위치에 배치되는 스트랜드에 가해지는 응력이 달라지게 된다.

응력차이를 유발하는 원인은 이 외에도 밝혀질 수 없는 많은 이유가 존재하며 또한 실제 교량의 형태, 설계, 그리고 시공시의 차이에 의하여 개별적인 원인이 크게 작용되거나 작게 발현될 수 있게 된다. 그러므로 이러한 원인을 찾는 과정에 중요성을 두지 않고 현상적인 결과를 바탕으로 전체 응력의 변동을 평가하는 방법이 필요하다고 할 수 있다.

소선은 각 스트랜드 별로 제작되어 시공되거나(PPWS 공법) 소선 단위로 인출하여 가설하고 스트랜드를 정형(AS 공법)하는 순서로 시공된다.

AS공법을 적용한 이순신대교의 경우, 4가닥의 소선을 끌 수 있는 스

피닝휠 2대를 사용하여 소선을 성형하게 되므로 산술적으로 25회의 왕복이면 400개의 소선으로 이루어지는 하나의 스트랜드를 완성한다(정승욱, 2011). 스피닝휠의 최대 주행속도는 5m/s 이지만 위치에 따라 변동이 있으며 편도 1회 주행에 소요되는 시간은 28분으로 계산된다. 이 경우 단일 스트랜드의 가설에는 와이어 연결작업 등을 제외하고 소요되는 시간을 산술적으로 계산하면 23시간 20분, 약 하루가 소요되게 된다. 그 와중에 온도나 바람의 변동, 가설 진행에 따른 캣워크에 가해지는 소선 고정하중의 변화에 따른 캣워크 처짐 등으로 인하여 스트랜드 내에서도 시공 오차에 따른 소선끼리의 무응력 길이의 차이가 발생할 수 있다. 이 연구를 소선 단위에서 평가할 수 있다면 좀더 세밀한 결과를 도출할 가능성이 없다고는 할 수 없으나, 주케이블을 구성하는 소선은 적게는 3~4000개에서 많게는 10000개를 넘어서는 개수로 구성되어 있으며, 이 각각의 소선의 거동을 추적하는 것은 의미가 없는 작업으로 판단된다.

또한 스트랜드를 구성하는 소선이 적층되면 정형기구를 이용하여 원형 단면으로 정형하고, 길이 3m 간격마다 필라멘트 테이프로 단단히 테이핑하게 되며 PPWS 공법으로 케이블을 가설하는 울산대교의 경우에는 이순신대교의 사례보다도 스트랜드 내 소선끼리의 무응력 길이의 차이는 작을 것으로 판단된다. 그러므로 이 연구에서는 소선이 아닌 스트랜드를 최소의 단위로 규정하여 스트랜드 내의 소선은 동일하게 거동하고 있다

고 가정하였다. 스트랜드 간에 발생하는 장력의 차이(Talbot 등, 2007)는 위에서 언급된 소선끼리의 무응력 길이의 차이 외에도 스트랜드의 위치에 따른 하중 부담의 차이나 꼬임, 응력에 의한 재배치, 스프레드의 발생(최현석 등, 2010) 등 여러 요인이 있을 수 있으나 이 연구에서는 장력차이의 원인을 각 스트랜드 간의 길이차이로 치환하여 연구를 진행하였다.

이러한 스트랜드 별 길이에 차이가 발생하게 되면 위에서 살펴볼 주탑의 새들부나 케이블 밴드에서 발생하는 응력과는 달리 그 영향은 국소의 부분에만 영향을 미치지 않고 주케이블의 전 구간에 작용하게 되므로 신뢰도평가에서 새들 부와 케이블 밴드 부에 모두 영향을 미치는 요인이라고 할 수 있다. 스트랜드 길이차이에 의한 응력의 발생은 주케이블 전 구간에 발생하는 요인이므로 현수교 구조물의 전체 해석을 통하여 그 영향을 판단하고자 실교량의 모델링을 수행하고 주케이블을 구성하는 스트랜드의 길이를 변수로 하여 각 길이에 따라 발생하는 장력의 차이를 계산하였다.



그림 3.1 개별 스트랜드의 유한요소 모델링

해석에 사용되는 모델에서는 현수교 주케이블을 단일 요소가 아닌 케이블을 구성하는 스트랜드의 개수로 분배하고 그 단면적은 모두 동일하게 구성하였다. 또한 행어와 연결되는 지점에 시공되는 케이블 밴드에서는 모든 스트랜드가 밴드의 압축력에 의하여 함께 거동하게 되므로 하중이 들어오는 점에서 요소를 나누어 동일한 거동을 하도록 좌표를 공유하였다. 그러므로 이러한 특정 지점에서 부재력의 합은 동일하다는 조건과 변위가 모두 동일하다는 두 조건을 추가하여 케이블 구조물의 해석을 수행하게 된다.

$$\sum_n F^e = 0, \quad \delta_1 = \delta_2 = \dots = \delta_n = \delta \quad (3.1)$$

스트랜드의 무응력 길이가 모두 동일한 경우에는 기존의 단일 케이블을 가지는 현수교의 해석 결과와 동일한 결과를 나타내게 된다. 이때 스트랜드에서 발생하는 장력 T_{L_0} 을 2차응력이 발생하지 않은 상태, 즉 기준 장력으로 볼 수 있다. 스트랜드의 무응력 길이가 변동되는 경우 그에 따라 발생하는 장력을 Taylor 1차 전개를 통하여 표현하면 다음과 같다.

$$T_{L_0+\Delta L} \cong T_{L_0} + \frac{\partial T}{\partial L} \Delta L = T_{L_0} + T_{\Delta L} \quad (3.2)$$

여기서 L_0 는 스트랜드의 기준 무응력 길이, ΔL 은 무응력 길이의 변동 값이다. 스트랜드 길이차이에 의하여 발생하는 장력은 기준장력에서 추가로 증가하거나 감소하는 양을 나타내게 되므로 무응력 길이의 변동에 의하여 추가로 발생하는 장력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$T_{\Delta L} = T_{L_0 + \Delta L} - T_{L_0} \quad (3.3)$$

모든 스트랜드의 단면적은 동일하다고 가정하였으므로 2차응력은 ΔT 를 스트랜드의 단면적으로 나눈 값이 된다.

$$\Delta \sigma = \frac{T_{\Delta L}}{A_s} \quad (3.4)$$

여기서 A_s 는 스트랜드의 단면적으로써 주케이블의 유효단면적을 스트랜드의 수로 나눈 값이다.

스트랜드의 무응력 길이가 확률변수가 되는 경우 기준 장력은 무응력 길이에 의하여 변화하는 분포를 가지지 않는 결정된 값이므로 $T_{\Delta L}$ 의 분포는 $T_{L_0 + \Delta L}$ 의 분포를 T_{L_0} 만큼 평행이동 시킨 분포가 된다. 그러므로 추가로 발생하는 장력의 평균은 추가 장력의 평균과 기준 장력의 차이로 나타낼 수 있으나 분포의 폭은 평균에 비례하여 커지거나 줄어들지 않으므로 표준편차는 새로운 위치에서 다시 계산되어야 한다.

스트랜드 별 응력의 차이는 실제 모든 현수교 주케이블에서 발생하고 있으나 이를 증명할 수 있는 실측 데이터가 적거나 공개가 불가능한 자료가 대다수이다. 그러므로 응력의 분포와 그 영향에는 공학적인 판단이 필요로 하게 된다. 이 연구에서는 참고할 수 있는 실측 데이터의 결과를 바탕으로 하여 응력의 분포와 평균을 가정하고 그 가정된 분포에 따라서 주케이블에 미치는 영향을 밝히고자 하였다.

이 논문에서 가정하는 스트랜드 별 장력 차이의 원인은 각 스트랜드의 무응력 길이의 차이이다. 그러나 이러한 무응력 길이의 차이는 결정된 값을 가지지 않으며 임의의 스트랜드의 길이가 결정되는 경우에도 주변의 스트랜드의 길이에 따라서 발생하는 장력의 값은 달라지게 된다. 그러므로 현수교의 주케이블을 구성하는 각 스트랜드의 길이를 일정한 분포를 따르는 확률변수로 가정하고 일정한 범위 내에서 랜덤한 값을 가지도록 하였다. 각 스트랜드의 길이가 정해지면 케이블 구조물의 해석을 통하여 발생하는 장력을 도출하고, 다시 스트랜드의 길이를 정하여 장력을 계산하는 과정을 반복한다. 이러한 반복된 해석을 통하여 MCS를 수행하고 장력의 추가 발생량의 분포를 통하여 케이블의 신뢰도지수에 미치는 영향을 파악한다.

3.1.2 스트랜드 별 길이차이에 대한 이론의 적용

3.1.1절에서 사용된 가정과 실 교량에서의 장력 측정 결과를 바탕으로 현수교에서 스트랜드 별 장력의 차이를 가정하여 해석을 수행 한다.

장력의 차이를 유발하는 원인으로는 여러 요인이 있겠으나 그 중 각각의 스트랜드의 길이 차이에 의하여 응력이 변화한다고 가정하여 연구를 진행하였다. 이 길이의 차이가 어느 정도의 범위 안에서 주어지는가에 따라서 그 결과는 크게 달라질 수 있으며 또한 각 현수교 별로 주케이블의 길이가 다르므로 해석을 수행하는데 주의가 필요하다. 그러므로 각 교량의 설계길이를 평균으로 하여 길이의 분포를 정규분포로 가정하고 표준편차 $\sigma = L/n$ 이 되도록 하여 여러 경우의 MCS를 수행하였다. 표준편차의 의미는 스트랜드의 길이의 오차가 L/n 이하로 생기는 스트랜드가 $\sigma = 1$ 의 경우 68.27%, $\sigma = 2$ 의 경우 95.45%라는 의미이며 그 이상의 오차가 나는 경우는 표준편차가 클수록 줄어들게 된다.

이 연구에서 수행한 해석에서는 교량의 주케이블을 구성하는 스트랜드의 수(n)만큼 난수를 발생시켜 케이블의 각 스트랜드의 무응력 길이 $L_0 + \Delta L$ 을 구성한다. 각각의 무응력 길이가 다른 스트랜드로 구성된 현수교 모델을 해석하면 그 결과 n 개의 서로 다른 스트랜드 장력으로 구성된 장력세트가 도출되게 된다. 이때의 변동장력은 케이블 전체의 변동장력과 최대장력 발생 스트랜드의 변동장력으로 나누어 살펴보게 된다.

해석을 수행하면 각 iteration에서 장력이 가장 큰 스트랜드에서 장력이 가장 작게 발생하는 스트랜드까지 정해지게 된다. 이 중 파괴확률이 큰 스트랜드는 장력이 큰 순서대로이므로 가장 장력을 많이 받는 단일 스트랜드를 대상으로 스트랜드에 발생하는 2차응력의 영향을 파악하고, 또한 전체 스트랜드에 발생하는 총 장력의 합을 대상으로 케이블 전체에 발생하는 2차응력의 영향을 계산한다. MCS결과 구해지는 각각의 스트랜드의 장력 중에서 장력이 최대인 스트랜드의 장력과 각 스트랜드 장력의 합을 각 iteration에서 추출하고, 그 값에서 모든 스트랜드의 길이가 동일한 경우에 발생하는 장력을 뺀 값을 2차응력의 분포로 제시하였다.

$$T_{\Delta L}^c = \sum_{i=1}^n T_{L_0+\Delta L}^i - T_{L_0}, \quad T_{\Delta L}^s = \text{MAX}(T_{L_0+\Delta L}^i, i=1:n) - \frac{T_{L_0}}{n} \quad (3.5)$$

여기서 $T_{\Delta L}^c$ 는 케이블 전체의 변동장력을, $T_{\Delta L}^s$ 는 최대장력이 발생하는 스트랜드의 변동장력을 의미한다. 이러한 과정을 e 가 1000, 2000, ..., 10000의 경우에 각각 10000번의 해석을 수행하여 MCS를 수행하였다. 해석은 2.1절에서 설명된 케이블 구조물의 해석을 수행하지만 중앙경간을 스트랜드의 개수만큼의 각각의 케이블로 요소를 나누고, 모든 요소는 새들과 케이블 밴드의 위치만 일치되는 것으로 가정하였다. 그렇다면 길이가 다른 경우 모든 새들-케이블 밴드, 케이블 밴드-케이블 밴드의 모든 요소에서의 길이비가 동일하게 된다.

변동장력의 통계특성 중 평균과 표준편차는 기존의 방법을 동일하게 사용하여 계산할 수 있으나 분포타입의 경우, 무응력 길이가 정규분포를 따른다고 하더라도 그 결과가 항상 정규분포를 따르는 것은 아니다. 그러므로 적합한 테스트를 통하여 분포타입을 추정해야 할 것이다. 케이블 전체의 경우 분포타입을 찾는 가장 일반적인 방법인 Chi-square test를 통하여 분포타입을 결정하게 된다. Chi-square test는 수집된 자료의 확률분포를 임의의 확률분포로 가정하는 경우 가정된 확률분포의 유용성을 검토하는데 사용하는 방법(Ang 등, 1984)이다.

최대장력 스트랜드의 장력의 경우 각각의 스트랜드에서 발생하는 장력 중 가장 큰 장력, 즉 극치 값을 대상으로 하므로 정규분포로 가정된 스트랜드 길이에 의해 구해진 장력의 최대값이 정규분포를 따르지 않으며 극치 값의 분포이므로 극치분포(extreme value distribution)중 하나로 수렴하게 될 것이다. 만약 분포가 정규분포인 경우 위에서 계산된 평균과 표준편차를 이용하여 바로 신뢰도평가가 이루어질 수 있으나 극치분포로 가정하는 경우 Chi-square test외에 별도로 극치분포의 모수를 계산해야 한다. 극치분포는 Weibull, Frechet, Gumbel의 세 가지 분포로 나뉘어진다(Fisher 등, 1928; Galambos, 1978). 구하고자 하는 분포가 어떠한 분포를 따르는지 일일이 확인하는 번거로움을 피하기 위하여 GEV (Generalized extreme value distribution) 기법을 이용하게 되며 GEV 기법은 세 극치

분포를 하나로 통합한 일반화된 식인 Von-Mises Form을 사용하게 된다. 이러한 일반화된 극치분포의 식은 다음과 같다(Castillo, 1988; Park 등, 2005).

$$H_c(x) = \exp\left\{-\left[1+c\left(\frac{x-\lambda}{\delta}\right)\right]^{-1/c}\right\}, \quad 1+c\left(\frac{x-\lambda}{\delta}\right) \geq 0 \quad (3.6)$$

여기서 c , δ 그리고 λ 는 극치분포의 모수들이다. c 는 분포의 shape을 나타내는 변수로써 $c > 0$, $c < 0$, $c = 0$ 인 경우에 각각 Frechet, Weibul, Gumbel분포로 변환되며 δ 는 분포의 scale factor로써 분포의 분산 정도를 나타낸다. 마지막으로 λ 는 분포의 location factor로써 분포의 위치를 나타낸다.

예제에서 사용될 이순신대교, 울산대교, 새천년대교에 위에 제시한 방법을 적용하여 $e = 1000, 2000, \dots, 10000$ 의 경우에 해석을 수행한 결과 중 케이블 전체에 발생하는 장력의 통계특성을 표 3.1 ~ 표 3.6 에 나타내었다.

표 3.1 이순신대교 새들: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0}=212.57$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
μ (MN)	212.55	212.56	212.57	212.57	212.57
δ (10^{-4})	20.80	10.40	6.94	5.20	4.16
e	6000	7000	8000	9000	10000
μ	212.57	212.57	212.57	212.57	212.57
δ (10^{-4})	3.47	2.97	2.60	2.31	2.08

표 3.2 울산대교 새들: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0}=125.07$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
μ (MN)	125.06	125.06	125.07	125.07	125.07
δ (10^{-4})	15.93	7.97	5.31	3.98	3.19
e	6000	7000	8000	9000	10000
μ	125.07	125.07	125.07	125.07	125.07
δ (10^{-4})	2.66	2.28	1.99	1.77	1.59

표 3.3 새천년대교 새들: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0}=40.74$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
μ (MN)	40.74	40.74	40.74	40.74	40.74
δ (10^{-4})	37.07	18.54	12.36	9.27	7.41
e	6000	7000	8000	9000	10000
μ (MN)	40.74	40.74	40.74	40.74	40.74
δ (10^{-4})	6.18	5.30	4.63	4.12	3.71

표 3.4 이순신대교 밴드: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0}=211.16$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
μ (MN)	211.14	211.15	211.16	211.16	211.16
δ (10^{-4})	21.09	10.54	7.03	5.27	4.22
e	6000	7000	8000	9000	10000
μ (MN)	211.16	211.16	211.16	211.16	211.16
δ (10^{-4})	3.52	3.01	2.64	2.34	2.11

표 3.5 울산대교 밴드: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0}=124.28$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
μ (MN)	124.26	124.27	124.27	124.27	124.27
δ (10^{-4})	16.14	8.07	5.38	4.04	3.23
e	6000	7000	8000	9000	10000
μ (MN)	124.27	124.27	124.27	124.27	124.27
δ (10^{-4})	2.69	2.31	2.02	1.79	1.61

표 3.6 새천년대교 밴드: 케이블 전체 장력의 통계특성($T_{L_0}=39.98$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
μ (MN)	39.98	39.98	39.98	39.98	39.98
δ (10^{-4})	38.55	19.27	12.85	9.67	7.71
e	6000	7000	8000	9000	10000
μ (MN)	39.98	39.98	39.98	39.98	39.98
δ (10^{-4})	6.42	5.51	4.82	4.28	3.85

위의 결과는 10000번의 MCS를 수행하는 과정에서 모든 스트랜드의 장력의 합의 분포특성을 나타낸 것이다. 즉 케이블 전체에 발생하는 2차 응력에 의한 장력의 분포를 나타낸 것으로 오차율이 클수록 장력의 크기의 평균 및 표준편차가 커지게 된다. 그러나 평균값은 각각의 기준상태 장력으로 수렴해 가고 있으며 평균에 대한 표준편차의 비인 변동계수 δ (Coefficient of Variance, 이하 CoV)는 10^{-4} 단위로 나타나고 있음을 알 수 있다. 이와 같은 결과를 보고 판단할 때 스트랜드의 길이차이에 의한 2차 응력은 케이블 전체를 대상으로는 발생하지 않는 다고 판단할 수 있다.

e 가 1000, 2000, ..., 10000인 각각의 경우에 계산된 장력의 값을 대상으로 극치분포의 모수를 계산하는 해석을 수행한 결과 모든 교량에서 shape factor인 c 는 음수로 계산되었으며 그러므로 Weibull분포를 따르는 것으로 판단된다. 아래의 표 3.7 ~ 표 3.12 와 그림 3.2 ~ 그림 3.7 에 최대 장력 스트랜드 장력의 통계특성을 나타내었다. 여기서의 장력비는 기준장력에 대한 변동장력 평균의 비를 나타낸다. 결과를 보면 오차율이 클수록 장력의 평균 및 표준편차가 커지게 되지만 그 비례가 일정하여 CoV는 각 교량마다 거의 변동이 없는 것을 알 수 있다.

표 3.7 이순신대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0}=6.64$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
$T_{\Delta L} / T_{L_0}$	3.74	1.87	1.24	0.93	0.75
δ	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22
e	6000	7000	8000	9000	10000
$T_{\Delta L} / T_{L_0}$	0.62	0.53	0.47	0.41	0.37
δ	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22

표 3.8 울산대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0}=2.12$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
$T_{\Delta L} / T_{L_0}$	1.35	0.67	0.45	0.34	0.27
δ	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19
e	6000	7000	8000	9000	10000
$T_{\Delta L} / T_{L_0}$	0.22	0.19	0.17	0.15	0.14
δ	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19

표 3.9 새천년대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0}=5.82$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
$T_{\Delta L} / T_{L_0}$	2.19	1.10	0.73	0.55	0.44
δ	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37
e	6000	7000	8000	9000	10000
$T_{\Delta L} / T_{L_0}$	0.37	0.31	0.27	0.24	0.22
δ	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37

표 3.10 이순신대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0}=6.60$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
μ (MN)	3.74	1.87	1.24	0.93	0.75
δ	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22
e	6000	7000	8000	9000	10000
$T_{\Delta L} / T_{L_0}$	0.62	0.53	0.47	0.41	0.37
δ	0.22	0.22	0.22	0.22	0.22

표 3.11 울산대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0}=2.11$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
$T_{\Delta L} / T_{L_0}$	1.35	0.67	0.45	0.34	0.27
δ	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19
e	6000	7000	8000	9000	10000
$T_{\Delta L} / T_{L_0}$	0.22	0.19	0.17	0.15	0.14
δ	0.19	0.19	0.19	0.19	0.19

표 3.12 새천년대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성($T_{L_0}=5.71$ MN)

e	1000	2000	3000	4000	5000
$T_{\Delta L} / T_{L_0}$	2.19	1.10	0.73	0.55	0.44
δ	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37
e	6000	7000	8000	9000	10000
$T_{\Delta L} / T_{L_0}$	0.37	0.31	0.27	0.24	0.22
δ	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37

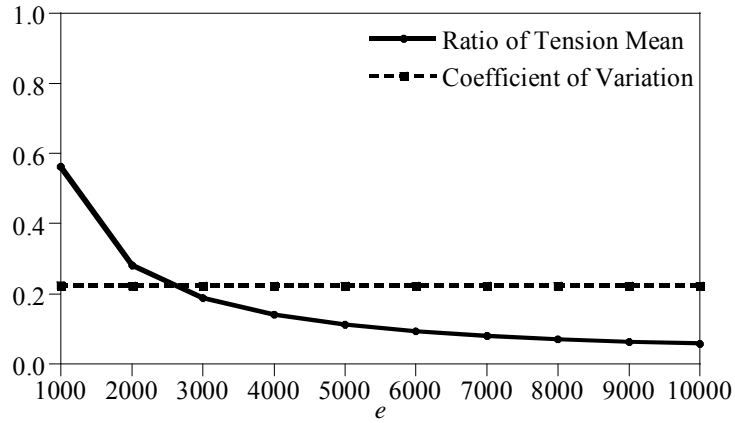


그림 3.2 이순신대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성

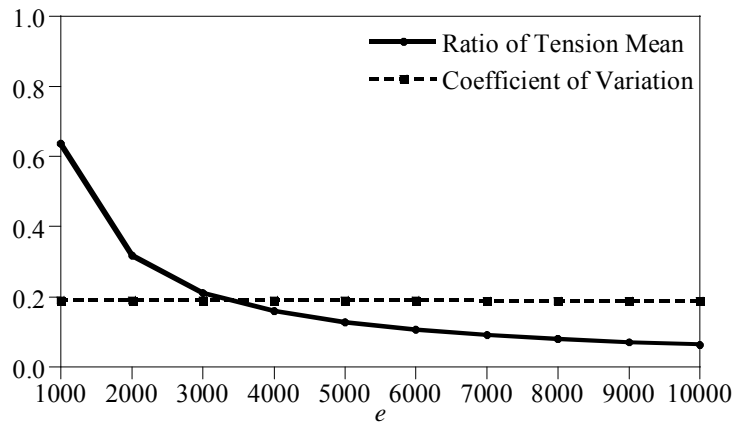


그림 3.3 울산대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성

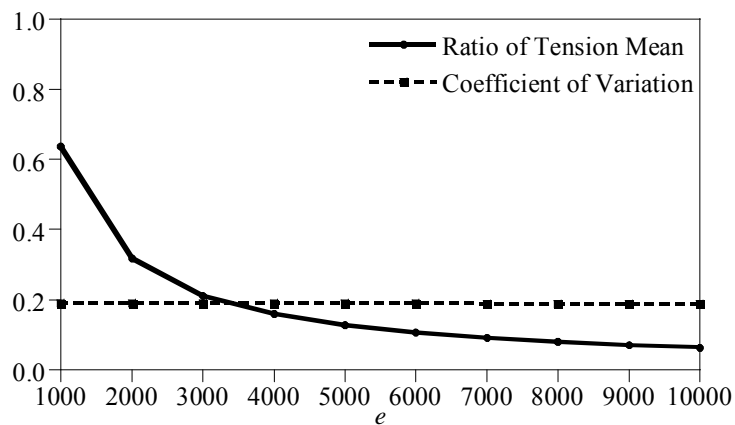


그림 3.4 새천년대교 새들: 스트랜드 장력의 통계특성

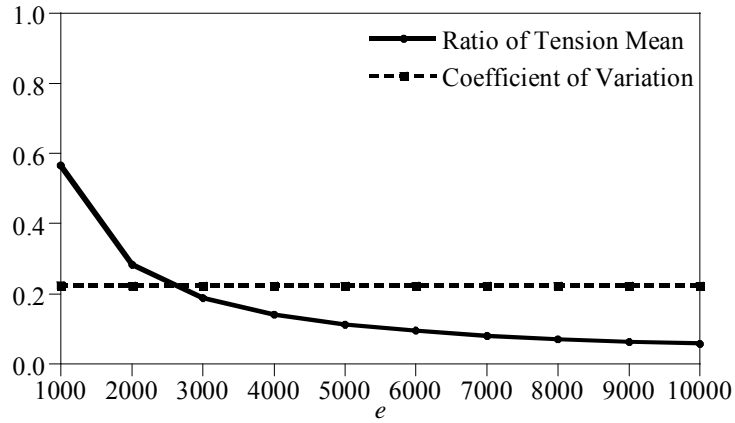


그림 3.5 이순신대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성

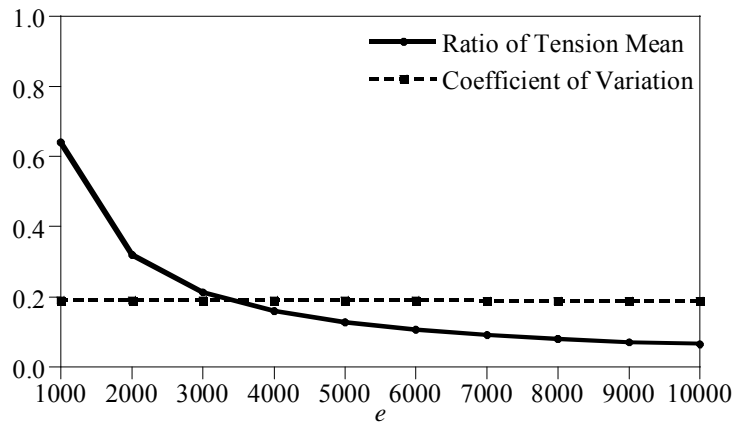


그림 3.6 울산대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성

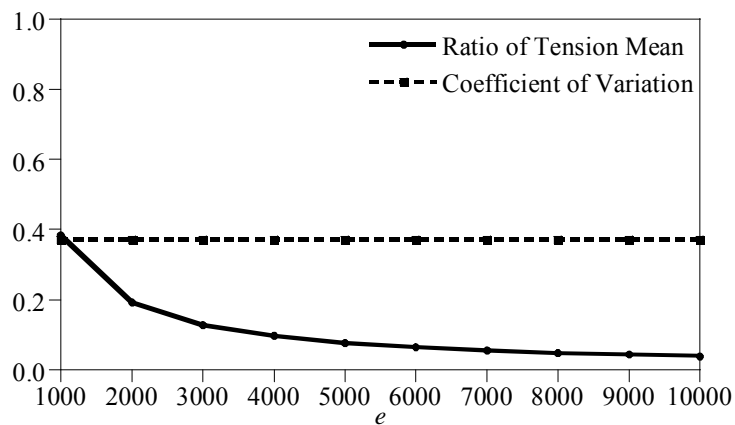


그림 3.7 새천년대교 밴드: 스트랜드 장력의 통계특성

장력의 분포를 Weibul 분포로 가정하여 신뢰도평가를 수행한 결과 그 신뢰도지수의 값을 아래의 그림 3.8 ~ 그림 3.13 에 나타내었다. 신뢰도지수는 케이블의 저항인 극한강도와 1차 고정하중(DC)인 구조물의 무게, 2차 고정하중(DW)인 포장하중, 활하중(LL), 그리고 케이블의 고정하중(MC)과 행어의 고정하중(HR)의 하중을 가지는 하중조합을 사용하였다 (대한토목학회, 2006). 이러한 하중조합에 대한 설명은 2장에 서술하였으며 각 하중에 통계적 분포를 고려하였다. 여섯 번째 하중으로 이 연구에서 계산한 케이블 2차응력의 분포를 추가하여 기존 하중조합에 의해 계산된 신뢰도지수를 기준으로 어느 정도의 차이가 발생하는지를 계산하여 보았다. 기존의 저항과 다섯 개의 하중 분포, 그리고 추가되는 2차응력의 하중 분포는 정규분포만으로 이루어지지 않고 대수정규분포와 극치분포를 포함하고 있으므로 Rackwitz-Fiessler 변환을 통하여 등가의 정규분포로 치환하여 신뢰도평가를 수행한다.

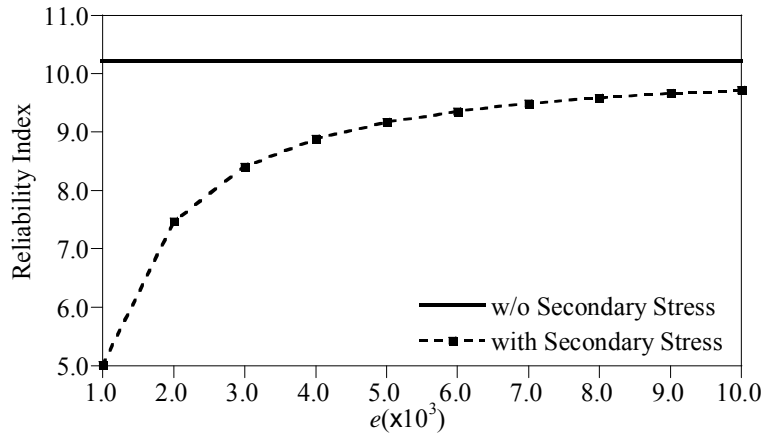


그림 3.8 이순신대학교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.22)

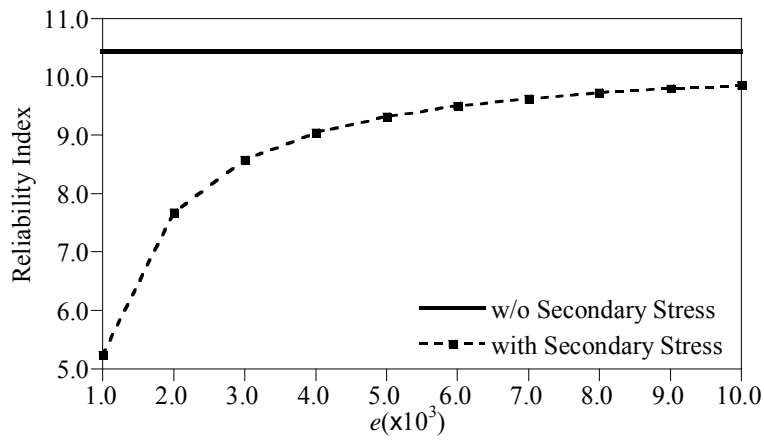


그림 3.9 울산대학교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.43)

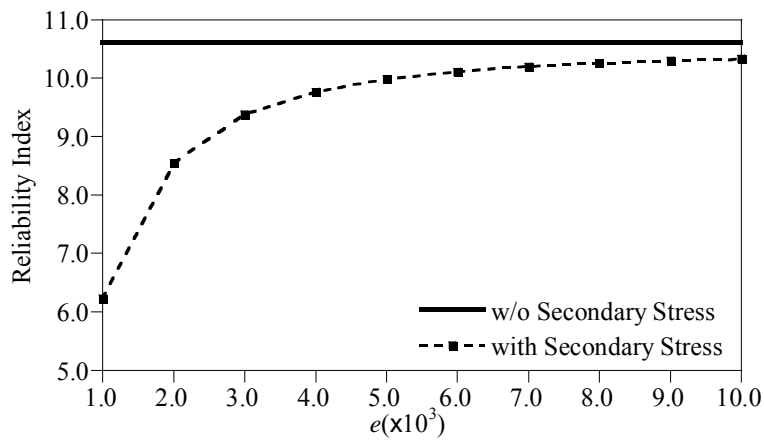


그림 3.10 새천년대학교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.61)

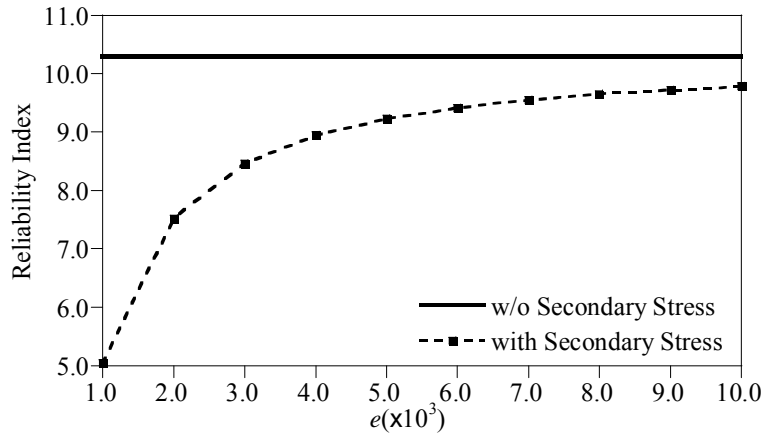


그림 3.11 이순신대교 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.29)

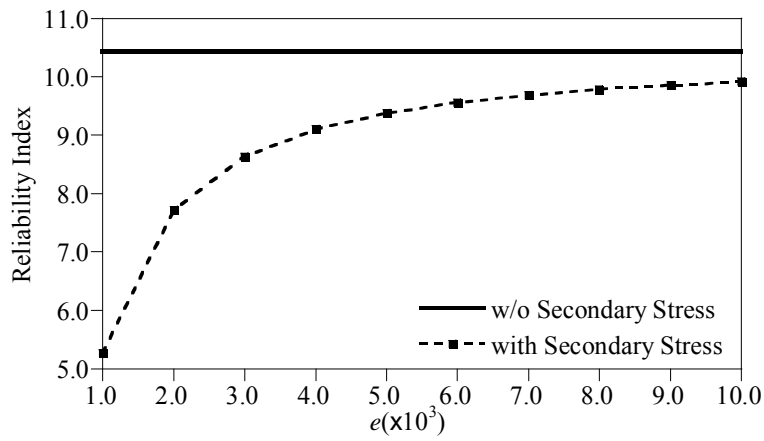


그림 3.12 울산대교 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.42)

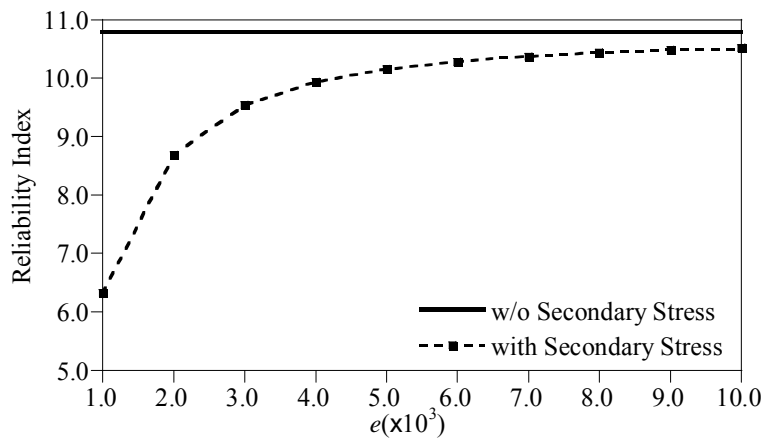


그림 3.13 새천년대교 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.79)

이 결과를 연구에서 반영하기 위해서는 실제 케이블의 길이의 오차가 어느 정도의 범위를 가지는 것이 타당한지에 대한 결정이 필요하다.

공용중인 현수교에서 스트랜드 별 장력을 측정한 사례는 자료를 찾기가 어려우며 실제로 측정이 이루어지더라도 케이블의 스트랜드에 다른 장력이 발생하는 일은 구조물의 안정성과 직접적으로 관련된 사항이므로 결과가 공개되는 것은 힘든 일이다. 이러한 드문 경우로 실 교량에서 고정하중 상태에서 각 스트랜드의 장력을 측정한 결과가 있어 이 연구의 케이블 무응력 길이 분포의 결정에 반영하고자 하였다(Talbot 등, 2007). 실험이 수행된 교량은 캐나다의 퀘벡주 근교에 건설된 Île-d'Orléans bridge로써 37개의 스트랜드로 구성되어 있는 주케이블을 가진 교량이다. 진동계(vibrometer)를 이용하여 총 세 지점에서 스트랜드의 장력을 측정하였으나 두 지점에서는 겉 표면에 위치한 스트랜드의 장력만을, 한군데에서는 내부까지 포함한 모든 스트랜드의 장력을 측정하여 결과를 공개하였으므로 이 논문에서는 전체 스트랜드의 장력 값이 측정된 결과를 이용한다. 그 결과는 그림 3.14 와 같다.

그림 3.14 에서 제시되는 장력의 값은 이 논문에서 보고자 하는 응력과 다른 단위를 가지지만 각 스트랜드의 단면적이 동일하므로 응력과 동일한 비례의 값을 가지게 된다. 평균에 대한 최대 값은 113%이며 최저 값은 91%가 된다. Île-d'Orléans bridge의 경우 측정된 장력의 차이는

	266	273	276	267	
275	286	293	282	285	286
284	280	269	263	283	292
303	285	265	269	290	311
300	282	291	283	285	308
315	306	303	303	302	321
	330	310	315	329	

Mean Value : 291kN
Maximum Value : 330kN
(평균대비 113.40%)
Minimum Value : 265kN
(평균대비 91.07%)

330 Maximum Value 265 Minimum Value

그림 3.14 Île-d'Orléans bridge의 장력 측정 결과

평균 대비 22%의 장력 변동폭이 존재하는 것을 알 수 있다. 또한 Île-d'Orléans bridge의 장력 측정 결과는 고정하중 상태에서의 장력 결과이다. 고정하중에는 1차, 2차 고정하중과 주케이블과 행어의 고정하중을 포함하는 하중이므로, 이 연구에서의 하중조합에서 활하중이 빠진 하중상태라고 할 수 있다. 활하중의 크기는 1차 고정하중보다는 작은 값이지만 변동성이 가장 크므로 활하중이 포함된 하중 상태에서의 장력 차이는 22%의 장력 변동폭보다 더 크게 나타날 것으로 판단된다. 이 결과를 세 교량의 해석된 장력 값을 바탕으로 적용하면 $e=5000$ 인 경우의 값이 가장 타당하지만 안전측으로 계산하면 $e=3000$ 일 때의 값을, 오차율이 작은 경우에는 $e=5000$ 일 때의 값을 써야 할 것으로 판단된다. MCS를 통하여 계산된 최대 장력이 발생하는 스트랜드의 장력비는 표 3.13 과 같다.

표 3.13 MCS에 의한 스트랜드의 장력비

e 장력비(%)	1000	2000	3000	4000	5000
최대	155.93	127.94	118.62	113.96	111.17
최소	44.22	72.07	81.37	86.03	88.82
차이	111.71	55.88	37.25	27.94	22.35
e 장력비(%)	6000	7000	8000	9000	10000
최대	109.31	107.98	106.98	106.21	105.58
최소	90.68	92.01	93.01	93.79	94.41
차이	18.62	15.96	13.97	12.42	11.17

기존의 해석기법으로 해석하여 계산되는 응력을 1차응력이라고 할 수 있다. 이 값은 케이블 공칭인장강도를 안전율 2.5로 나눈 값인 허용응력에 근접한 값이다. 이 연구에서 교량에 대입한 하중은 설계하중이 아닌 실교량의 하중이므로 허용응력이 아닌 1차응력을 대상으로 해석을 수행하였다. 이러한 1차응력과 2차응력의 크기를 $e=3000$ 과 $e=5000$ 인 경우에 비교하여 보면 다음과 같다.

표 3.14 새들에서의 1차응력과 2차응력의 비

e	이순신대교		울산대교		새천년대교	
	3000	5000	3000	5000	3000	5000
1차응력 (MPa)	738.75		728.82		719.48	
2차응력 (MPa)	138.30	82.96	154.25	92.52	90.33	54.19
비율 (%)	18.72	11.23	21.16	12.69	12.55	7.53

표 3.15 케이블 밴드에서의 1차응력과 2차응력의 비

e	이순신대교		울산대교		새천년대교	
	3000	5000	3000	5000	3000	5000
1차응력 (MPa)	733.85		724.19		705.97	
2차응력 (MPa)	138.28	82.95	154.25	92.52	90.32	54.18
비율 (%)	18.84	11.30	21.30	12.78	12.79	7.68

표의 결과를 보면 이순신대교의 경우 1차응력 대비 약 11~18%의 2차응력이 발생하고 있으며 가장 2차응력의 비율이 큰 울산대교의 경우 12.7~21.2%까지, 가장 비율이 작은 새천년대교의 경우 7.5~12.6%의 2차응력이 발생하고 있다. 이러한 결과가 도출되는 이유로는 울산대교의 경우 주케이블을 구성하는 스트랜드의 수가 59개로 가장 많으며, 스트랜드의 수가 많을수록 오차의 발생 가능한 크기가 커지기 때문으로 판단된다. 즉 동일한 CoV를 가지더라도 최대값을 가지는 스트랜드의 장력이 더 크게 발생할 수 있으며 이로 인하여 신뢰도지수의 하락폭 또한 커지게 된다. 같은 이유로 새천년대교의 경우 7개의 스트랜드로 케이블이 구성되어 있으므로 2차응력이 작게 발생한 것으로 판단된다. 그러나 스트랜드의 구성 수가 많은 경우 단일 스트랜드가 케이블 전체에 미치는 영향은 비례하여 감소하게 될 것이다.

각 교량에서의 신뢰도평가의 결과를 살펴보면 이순신대교와 울산대교에서는 대략 1~1.8의 하락이, 새천년대교에서는 0.6~1.2의 하락이 나타

나고 있으며 이러한 신뢰도지수의 차이 또한 응력 발생의 크기와 동일한 이유에 의한 것으로 판단된다.

그러나 이러한 결과는 케이블 전체에 발생하는 2차응력의 계산 결과가 아닌 스트랜드 중 최대 장력이 발생하는 스트랜드의 장력이 모든 스트랜드에 동일하게 발생한다고 가정한 경우의 응력 량과 신뢰도지수의 결과이다. 그러므로 실제로는 발생할 수 없는 상태에서의 결과이며 케이블 전체의 장력의 합을 보면 2차응력이 발현되지 않는 것으로 계산되었다. 그러므로 4장에서 2차응력의 복합적인 발생을 살펴보는 경우에도 스트랜드의 영향을 포함하는 경우와 포함하지 않는 경우로 나누어 살펴보고자 한다.

3.2 탑정새들에서의 케이블 힘에 의한 응력 발생

3.2.1 탑정새들에서의 케이블 힘에 대한 가정 및 이론

기본적인 현수교의 주케이블은 주탑을 경계로 측경간과 중앙경간으로 나뉘게 된다. 그러나 일반적으로는 이러한 경간에 상관없이 전체의 케이블이 연결되어 힘을 받게 되며 이순신대교와 울산대교와 같이 측경간과 중앙경간을 구성하는 케이블의 스트랜드 수가 다른 경우 탑정새들에서 여분의 스트랜드를 추가로 연결하는 형태로 시공되게 된다. 새그비는 케이블의 양 끝 단의 거리와 케이블의 처진 정도의 비를 나타내는데, 현수교 중앙경간에서의 새그비는 양 주탑의 침단부 사이의 거리를 기준으로 계산하게 된다. 1990년 건설된 아카시대교(일본, 주경간 1,990m)는 1/10, great belt bridge(덴마크, 주경간 1,624m)는 1/9이며 광안대교의 경우는 무려 1/8이 된다. 케이블의 기본 가정은 힘에 의한 응력이 발생하지 않는다는 것이므로 이러한 곡률에 대한 응력의 영향이 무시되고 계산되고 있으나 힘에 의한 응력의 발생은 분명히 존재하고 있으며, 특히 집중하중이 가해지는 행어와의 접점에서는 국부적인 케이블의 휨이나 꺾임이 상당한 크기로 발생할 수 있다. 이러한 휨의 영향이 가장 큰 부분은 바로 주탑 위의 새들 부와 케이블 밴드 부이다. 이중 새들은 주탑 침부에 위치하는 새들의 경우 그 위치의 특성상 구조물 전체의 하중이 집중되는 부분이며, 큰 곡률을 가지는 구조로 설계되는 것이 불가피하다(길홍배

등 2001). 케이블 밴드 부는 주케이블의 고정하중을 제외한 대부분의 하중을 케이블에 전달하는 위치이므로 큰 수직하중에 의하여 케이블의 꺾임, 또는 휨이 크게 발생하게 되는 위치이다. 케이블은 대부분 20%내외의 공극을 가지며 케이블 자체의 단면적과 공극의 영향으로 그 직경이 상당한 두께를 유지하게 된다. 이러한 경우 케이블의 아래와 위에 위치하는 소선 간의 길이차이가 발생하며 또한 아래에 위치한 소선 또는 스트랜드는 기본적인 하중에 더하여 위에 위치하는 나머지 케이블의 무게까지 하중으로 작용하게 된다. 또한 새들의 경우 케이블의 여타 부분과 달리 그 곡률반경이 상당히 작으므로 이러한 케이블의 위와 아래의 응력의 차이가 크게 발생한다. 이처럼 새들에서 휨 응력이 발생하는 이유는 현수교 주케이블이 주경간과 측경간을 연결하기 위하여 새들을 통과하면서 케이블에서 가장 피해야 할 꺾임이 발생하지 않도록 휨으로 대체하기 때문이다(조충영, 2007).

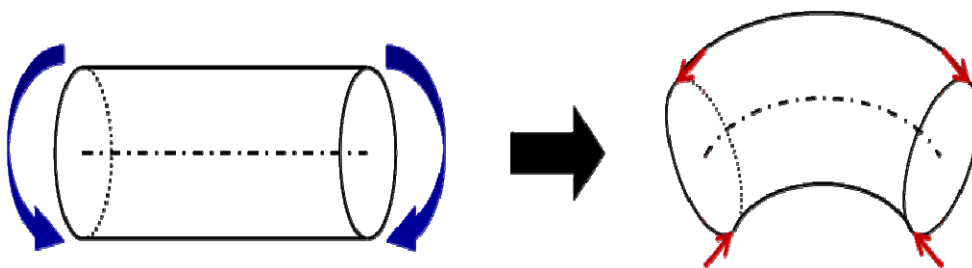


그림 3.15 휨에 의한 케이블 상하부 변형

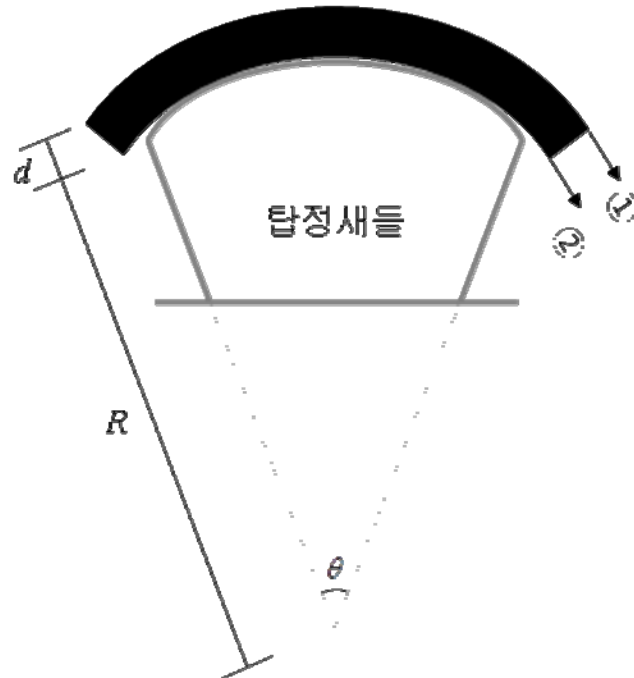


그림 3.16 회전반경이 R 인 탑정새들 위의 직경 d 를 가지는 케이블

이러한 곡률반경에 따른 응력 발생을 계산하는 식은 아래와 같이 나타낼 수 있다. 그림 3.16 은 회전반경 R 을 가지는 탑정새들 위에 안착된 직경 d 를 가지는 케이블의 형태를 보여주고 있다. ①지점은 케이블의 최상단을, ②지점은 새들 바로 위에 위치하는 케이블의 최하단을 나타낸다. 기본적인 응력-변형률 관계는 $\sigma = E\varepsilon$ 이며, ②위치에서의 길이 $l_1 = R\theta$ 이다. 케이블의 변형률과 응력은 그 중앙에서의 값을 대표로 계산하게 된다. 그러므로 케이블 중심에서의 길이를 살펴보면 $l_c = (R + \frac{d}{2})\theta$ 가 되므로 케이블 중앙을 기준으로 휨에 의하여 최하단에 발생하는 길이방향의

응력은 다음과 같다(Gimsing, 2011).

$$\sigma = E\varepsilon = E \cdot \frac{(R + \frac{d}{2})\theta - R\theta}{R\theta} = \frac{Ed}{2R} \quad (3.7)$$

여기서 구해지는 새들에서의 응력은 단지 그 케이블의 형상에 의해서 구해지는 값이다. 즉, 케이블의 직경 d 에 의하여 그 상하부의 케이블의 길이 차이가 발생하게 되고 이러한 길이차이, 즉 변형을 유발하는 응력의 값을 계산하게 되는 것이다. 이러한 휨 응력은 케이블에 가해지는 힘의 방향을 바꾸기 위하여 발생하는 응력이라고 할 수 있으며 새들을 중심으로 측경간과 중앙경간의 주케이블의 방향이 바뀌어야 하므로 새들과 케이블의 접점의 위치에 따라 반력의 각도가 변화하게 된다. 이것은 후프 텐션(hoop tension)과 같은 현상으로 이러한 hoop tension은 내압에 의하여 파이프 또는 원통에 원주 방향 벽면에 생기는 인장 응력을 의미하며 내벽에서 외벽으로 갈수록 그 응력이 작아지게 된다(토목관련용어편찬위원회, 1997).

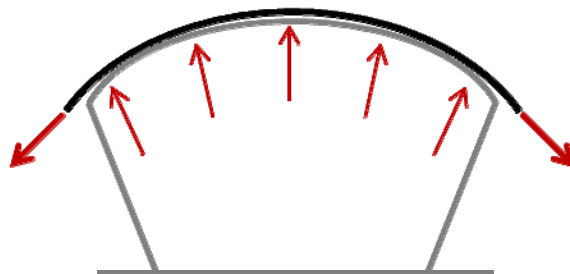


그림 3.17 탑정새들의 위치에 따른 반력 각도 변화

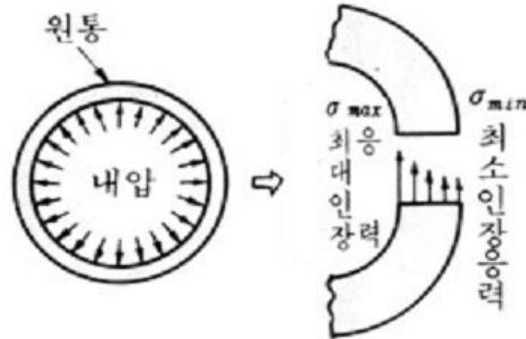


그림 3.18 hoop tension의 발생

현수교를 이루는 주케이블은 직경이 크고 강제운동을 하는 것이 아닌 소선과 스트랜드 단위로 나뉘어 있기 때문에 각 위치에 따라서 곡률 반경의 중심에서 소선까지의 거리인 R 이 차이 나게 되고, 이로 인하여 발생하는 응력 또한 상이하게 된다. 이러한 R 에 따른 응력의 차이 또한 hoop tension의 원리로 이해될 수 있다.

현수교의 주케이블에서 하나의 소선을 지정하면 그 위치는 항상 정해져 있으며 장력과 단면적에 따른 응력 또한 확정 지어진다. 그러나 임의의 소선 또는 스트랜드의 위치는 정해지지 않으며 케이블 내부에서 어떤 위치에도 존재할 수 있게 된다. 이러한 위치의 불확실성으로 인하여 회전반경이 달라지게 되고 소선이 받게 되는 응력 또한 확정되지 않은 값을 가지게 된다. 또한 각 소선의 탄성계수 또한 변동성을 가지는 변수이다. 그러나 이러한 R 에 따른 응력의 차이와 함께, 소선 강성의 변동성,

표 3.16 AASHTO에서 제시하는 steel girder의 변동계수

steel girder		FM	P	FM & P
non composite	moment	0.075	0.060	0.096
	shear	0.080	0.060	0.100
composite	moment	0.080	0.060	0.100
	shear	0.080	0.070	0.106

시공오차 등에 따라 응력의 발생에 차이가 나게 되지만 이러한 각 변수의 변동성을 산정하는데 어려움이 있을 수 있으므로 AASHTO에서 제시하는 강거더의 변동계수를 반영하고자 하였다. AASHTO에서는 강거더의 변동성을 재료요소(Material factor), 시공요소(Fabrication factor), 그리고 해석요소(Analysis factor)로 구분하였으며 또한 거더의 종류를 합성/비합성, 그리고 모멘트/전단에 따라 나누어 각각의 변동성을 제시하였다. 소선의 경우 비합성 재료이지만 소선의 다발인 케이블은 합성 재료와 같이 거동하게 되므로 이 연구에서는 소선의 변동성을 강거더의 composite-moment 변동성인 0.1을 대입한다.

새들의 곡률반경을 정하는 규정은 새들의 곡률반경은 케이블 지름의 8배 이상으로 한다는 케이블 강교량 설계지침 7.1.2절의 규정과 와이어의 최대 접촉압력(선압)이 500kN/m 이하가 되도록 설정한다는 케이블교량 설계지침(한계상태설계법)(안)의 규정을 따르도록 되어있다. 장경간을 가

지는 케이블 교량의 경우 새들 출구 부분의 각을 완화하기 위하여 내부의 곡률반경과 외각의 곡률반경을 다르게 설계하는 경우가 있으며 이순신대교와 울산대교가 그러한 경우이다. 두 규정 중 강교량 설계지침의 경우 내부의 소원에, 케이블교량 설계지침(안)의 경우 외각의 대원에 적용하는 것이 일반적이며, 새들의 형상에 의한 응력을 계산하는 경우 선압 또한 고려하여 2차응력을 산정하여야 한다.

이러한 선압을 계산하는 공식은 다음과 같다.

$$f_{\max} = \frac{T_{\max}}{N} \frac{1}{R} \times \frac{n}{m} \quad (3.8)$$

여기서 T_{\max} , N , R , n , m 은 각각 새들에서의 발생 장력, 스트랜드의 수, 새들의 곡률반경, 중앙의 스트랜드 단수, 새들과 접촉하는 소선의 수를 나타내며 계산의 결과 단위는 $[N/m]$ 이므로 단위 길이인 $1m$ 를 나누어 응력의 단위로 변환하고 식 (3.7)에 의한 계산 값과 합산하여 2차응력을 계산한다. 응력의 분포 또한 동일한 분포특성을 적용한다.

새들 형상과 선압의 영향을 합산한 2차응력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta_b} &= \alpha \left(\frac{Ed}{2R} + \frac{T_{\max}}{N} \frac{1}{R} \times \frac{n}{m} \right), \\ T_{\theta_b} &= A_c \cdot \sigma_{\theta_b} = \alpha \left(\frac{Ed}{2R} + \frac{T_{\max}}{N} \frac{1}{R} \times \frac{n}{m} \right) A_c \end{aligned} \quad (3.9)$$

이러한 응력을 구성하는 변수의 변동성을 단일 변수 α 로 치환하고 계수의 분포를 가정하여 수정계수 α 를 평균 1, CoV 0.1을 가지는 정규분포로 가정하여 해석을 진행하였다.

탐정새들에서의 응력을 식 (3.9)를 이용하여 구하고 이를 통하여 신뢰도평가를 수행한다. 신뢰도평가의 경우 변동성에 따른 신뢰도지수의 변화를 알아보기 위하여 0.1 외에도 0.0, 0.2, 0.3의 변동성을 가지는 경우에 대하여도 함께 살펴본다.

3.2.2 탐정새들에서의 케이블 휨에 대한 가정 및 이론의 적용

앞에서 사용된 가정과 실험의 결과를 바탕으로 현수교에서 스트랜드별 장력 또는 응력의 차이를 가정하여 해석을 수행해보고자 한다. 탐정새들에서의 케이블 휨에 의한 응력은 식 (3.7)을 이용하여 계산할 수 있다. 식 (3.7)에서 E 는 케이블 소선의 탄성계수이며 d 는 소선의 직경, 그리고 R 은 탐정 새들의 회전반경이다. 새들 부에서 상단과 하단에 위치하는 소선의 무응력 길이가 동일한 경우에는 상단에 위치한 소선에서는 인장에 의한 변형이 하단에 위치한 소선보다 크게 발생하므로 휨 응력뿐만 아니라 인장에 의한 응력이 발생하게 된다. 그러나 이러한 위치에 따른 길이는 보정을 통하여 차등을 두어 시공하게 되므로 각 소선의 중심은 길이 변화가 없고 소선의 상단과 하단에서만 휨에 의한 응력발생이

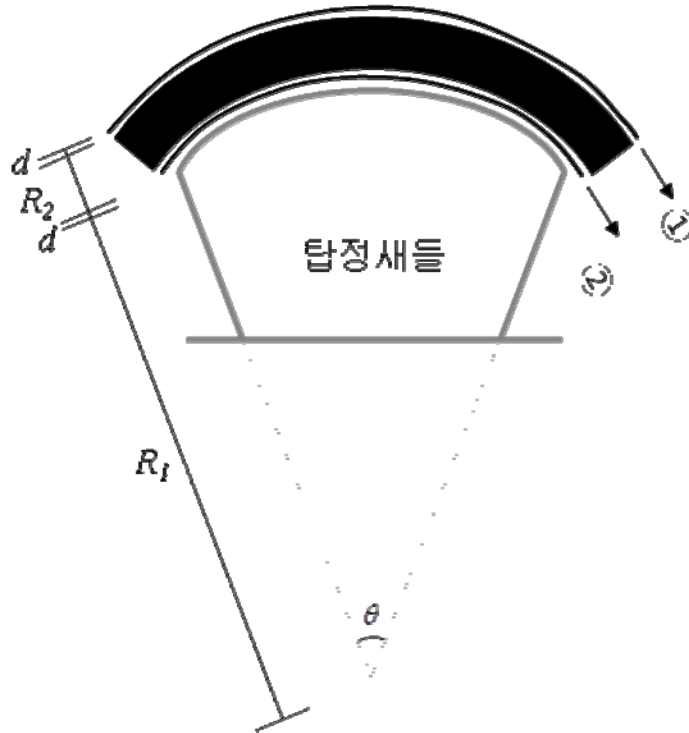


그림 3.19 소선의 위치에 따른 회전반경

생기게 된다고 가정하였다. 그러므로 새들에 위치한 소선은 형태상 회전 반경이 작은 경우에 큰 휨이 발생하게 된다.

그림 3.19 는 소선의 위치에 따른 회전반경을 보이고 있다. 이때 최상단 과 최하단의 소선의 휨 응력은 다음과 같다.

$$\sigma_{top} = \frac{Ed}{2R} = \frac{Ed}{2(R_1 + d + R_2 + 0.5d)}, \quad \sigma_{bot} = \frac{Ed}{2R} = \frac{Ed}{2(R_1 + 0.5d)} \quad (3.9)$$

회전반경은 상단에서 $R_1 + d + R_2 + 0.5d$, 하단에서 $R_1 + 0.5d$ 가 되므로 분모가 작은 하단에서의 휨 응력이 더 크게 발생하게 된다. 장력에

의하여 소선의 신장되는 양을 고려하는 경우 상단에 위치한 소선에서 더 큰 인장이 생기며 장력 또한 커지게 될 것이나 이러한 소선 위치에 따른 차이는 시공상에서 이미 고려하여 길이에 차이를 주어 시공하게 되므로 실제로 위치에 따른 응력의 차이는 존재하지 않으며 연구에서도 동일하게 응력이 차이가 없다고 가정하였다.

식 (3.7)에 쓰이는 값은 교량마다 차이가 있으므로 필요한 값과 케이블의 제원은 각 교량의 구조계산서를 참조하여 표 3.17 에 나타내었으며 탑정새들에서의 스트랜드의 배열 형태는 그림 3.20 ~ 그림 3.22 에 나타내었다.

표 3.17 각 교량의 새들에서의 제원

교량	이순신대교	울산대교	새천년대교
탄성계수 (MPa)	20,000	20,000	20,000
소선의 직경 (mm)	5.35	5.40	5.00
새들의 곡률반경 (m)	5.00	3.60	3.50
케이블 단면적 (m ²)	2.8775×10^{-1}	1.7161×10^{-1}	5.6627×10^{-2}
케이블 높이 (m)	0.5976	0.4880	0.3180

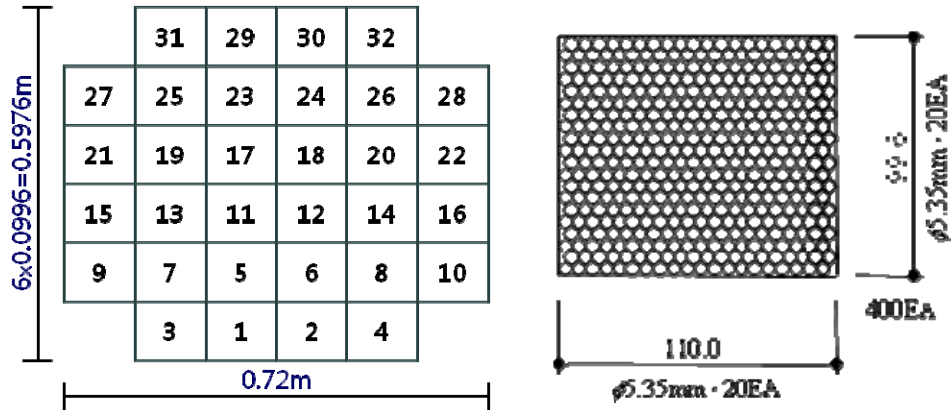


그림 3.20 이순신대교: 스트랜드 및 소선의 배열

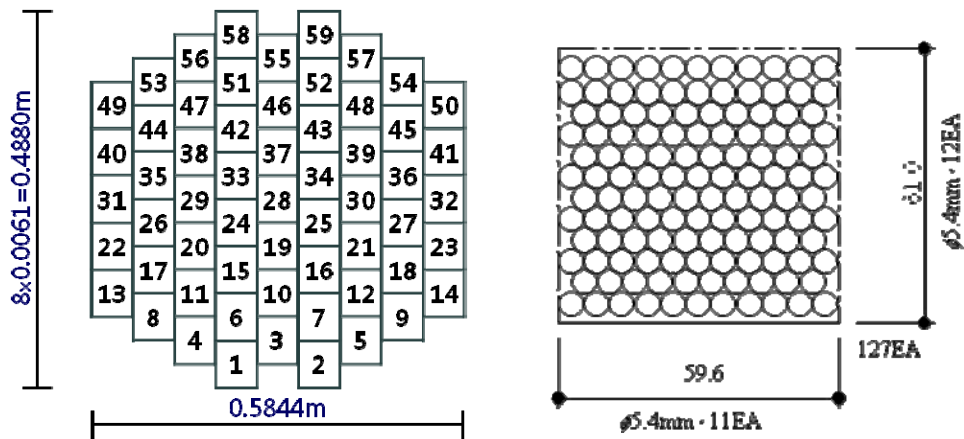


그림 3.21 울산대교: 스트랜드 및 소선의 배열

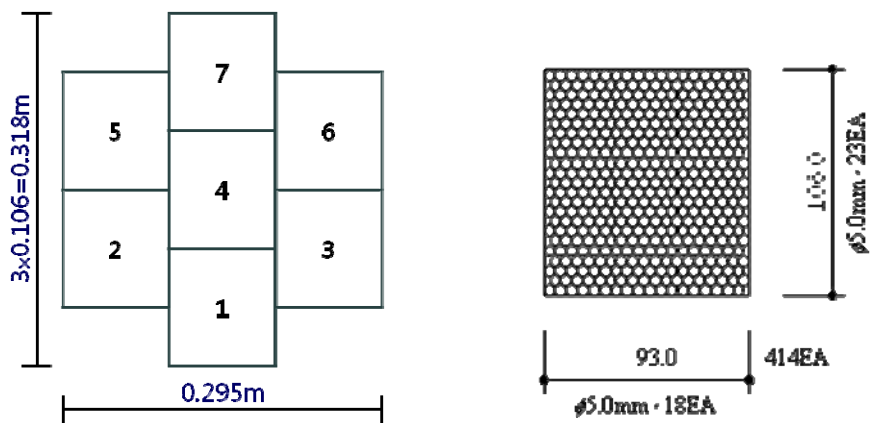


그림 3.22 새천년대교: 스트랜드 및 소선의 배열

각 케이블을 구성하는 스트랜드, 그리고 스트랜드를 구성하는 소선의 위치에 따라서 식 (3.7)에 적용되는 회전반경이 달라지게 된다. 그러나 새들의 형상에 의하여 발생하는 2차응력에서는 케이블 전체에 발생하는 응력의 크기를 계산하므로 케이블의 중심에 위치하는 소선을 대입하여야 한다. 이러한 케이블의 중심은 케이블의 중앙에 위치하지 않으며 응력의 평균은 곡률반경의 평균값으로 계산되어야 하므로 식 (3.10)과 그림 3.20 ~ 3.22 의 스트랜드와 소선의 적층상태를 반영하여 직접 계산하여야 한다.

$$R_m^c = \sum_{i=1}^n (h_i + r_w) / n \quad (3.10)$$

여기서 h_i 는 새들 하단에서 i 번째 소선까지의 높이, r_w 는 i 번째 소선의 반지름, 그리고 n 은 소선의 총 수이다. 계산된 결과 새들에서 케이블 중심까지의 거리는 다음과 같다.

표 3.18 각 교량의 새들에서 케이블 중심까지의 거리

교량	이순신대교	울산대교	새천년대교
케이블 중심 R_m^c (mm)	294.0	240.4	157.4
새들 곡률반경 R (mm)	5000	3600	3500

표 3.19 선압 계산을 위한 각 교량의 제원

교량	이순신대교	울산대교	새천년대교
T_{\max} (MN)	212.57	125.07	40.74
N	32	59	7
n	6	8	3
m	20	11	18

표 3.19 의 값을 식 (3.9)에 대입하여 응력과 그 응력을 평균으로 가지는 케이블의 장력을 계산하여 계산하였다.

이순신대교

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta_b} &= \frac{E \times d}{2(R + R_m^c)} + \frac{T_{\max}}{N} \frac{1}{R} \times \frac{n}{m} \\ &= \frac{200000 \times 0.00535}{2 \times 5.2940} + \frac{212.572 \times 6}{32 \times 5 \times 20} = 101.46(MPa)\end{aligned}\quad (3.11)$$

$$T_{\theta_b} = A_s \times \sigma_{\theta_b} = 0.287745 \times 101.46 = 29.19(MN)$$

울산대교

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta_b} &= \frac{E \times d}{2(R + R_m^c)} + \frac{T_{\max}}{N} \frac{1}{R} \times \frac{n}{m} \\ &= \frac{200000 \times 0.00540}{2 \times 3.8404} + \frac{125.070 \times 8}{59 \times 3.6 \times 11} = 141.04(MPa)\end{aligned}\quad (3.12)$$

$$T_{\theta_b} = A_s \times \sigma_{\theta_b} = 0.171606 \cdot 141.04 = 24.20(MN)$$

새천년대교

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta_b} &= \frac{E \times d}{2(R+D/2)} + \frac{T_{\max}}{N} \frac{1}{R} \times \frac{n}{m} \\ &= \frac{200000 \times 0.00500}{2 \times 3.6590} + \frac{40.742 \times 3}{7 \times 3.5 \times 18} = 136.99(\text{MPa})\end{aligned}\quad (3.13)$$

$$T_{\theta_b} = A_s \times \sigma_{\theta_b} = 0.056627 \cdot 136.99 = 7.76(\text{MN})$$

이때 각 장력의 평균은 식 (3.11) ~ 식 (3.13)의 장력과 동일하며 CoV는 0.1이다. 이러한 휨 응력의 분포를 이용하여 신뢰도지수를 계산하게 된다. 신뢰도평가에 사용된 하중조합은 3.1절에서와 동일하다.

이때의 신뢰도지수의 결과는 아래의 표 3.20 과 그림 3.23 ~ 3.25 에, 응력의 비는 표 3.21. 에 나타내었다.

표 3.20 각 교량의 새들에서의 CoV=0.1인 경우의 신뢰도평가 결과

신뢰도지수	이순신대교	울산대교	새천년대교
2차응력 제외	10.22	10.43	10.61
2차응력 포함	9.08	8.89	9.33
차이	1.14	1.54	1.28

표 3.21 각 교량의 새들에서의 1차응력과 2차응력의 비

	이순신대교	울산대교	새천년대교
1차응력 (MPa)	738.75	728.82	719.48
2차응력 (MPa)	101.46	141.04	136.99
비율 (%)	13.73	19.35	19.04

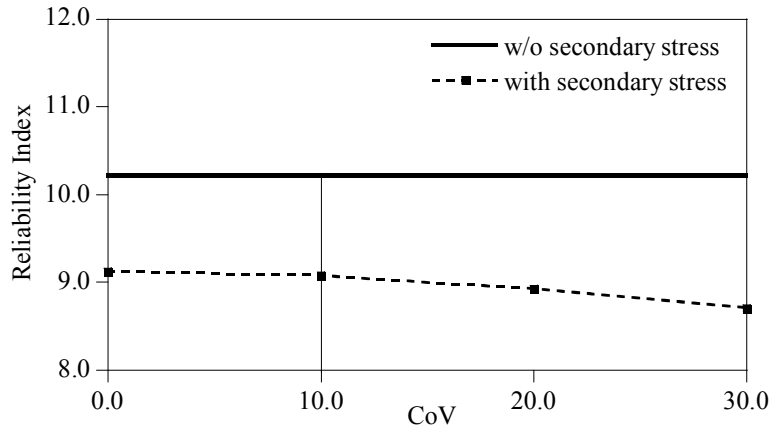


그림 3.23 이순신대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.22)

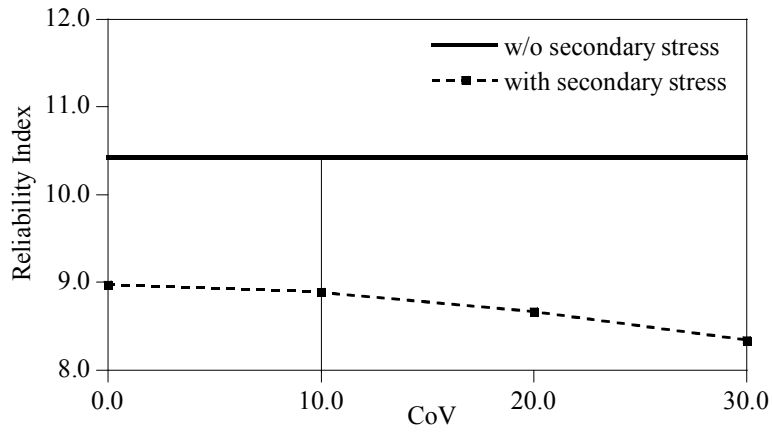


그림 3.24 울산대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.43)

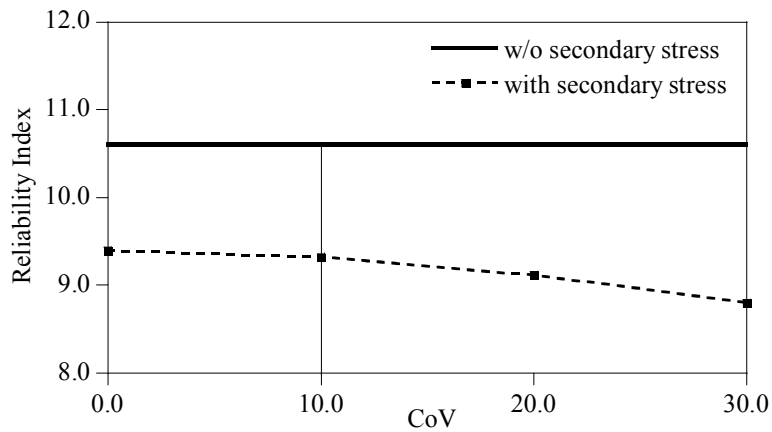


그림 3.25 새천년대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.61)

2차응력과 1차응력의 비는 이순신대교에서는 대략 14%이나 울산대교와 새천년대교에서는 19%정도로 상당히 큰 2차응력이 발생하는 것으로 파악되었다. 그러나 신뢰도지수의 경우 이순신대교와 새천년대교에서는 1.2정도의 하락이 생기나 울산대교에서는 두 교량에 비하여 상당히 큰 1.5이상의 하락이 생기고 있다. 응력과 신뢰도지수를 비교하여 울산대교에서 과도한 신뢰도지수의 하락이 발생하는 이유는 새들과 케이블 직경의 비에서 찾아볼 수 있다.

이러한 2차응력의 크기와 신뢰도지수의 하락은 선압에 의하여 발생하는 2차응력의 영향은 미비하며 휨 형상에 의하여 발생하는 2차응력이 지배하고 있으므로 곡률반경에 큰 영향을 받게 될 것이다.

국내교량에 사용되는 새들의 곡률반경을 정하는 규정 중 새들의 곡률반경은 케이블 지름의 8배 이상으로 한다는 케이블 강교량 설계지침 7.1.2절의 규정은 새들 외각의 대원에 적용되며 와이어의 선압이 500kN/m 이하가 되도록 설정한다는 케이블 교량 설계지침(한계상태설계법)(안) 5.4.1.1절의 규정은 소원의 곡률반경을 정하는데 적용되고 있다. 이로 인하여 새들의 소원 곡률반경과 직경의 비는 8보다 작게 설계되는 경우가 있는데 울산대교의 경우가 그러하다. 울산대교와 새천년대교와 같이 곡률반경이 작은 경우 2차응력이 크게 발생하는 결과는 당연한 결과일 것이다.

표 3.22 각 교량의 새들에서의 곡률반경과 케이블 직경의 비

	이순신대교	울산대교	새천년대교
소원 곡률반경 R (m)	5.000	3.600	3.500
케이블 직경 d (m)	0.598	0.488	0.318
R / d	8.367	7.377	11.006

표 3.22 를 보면 울산대교에서 케이블 직경에 대한 곡률반경의 비가 특히 작은 것을 볼 수 있는데 이 경우 응력에 비하여 신뢰도지수의 하락이 상대적으로 크게 발생함을 알 수 있다.

3.3 탑정새들 출구에서의 케이블 꺾임각을 고려한 해석

3.3.1 케이블 꺾임각에 대한 가정 및 이론

탑정새들은 현수교의 주탑 최상부에 위치하며 측경간과 중앙경간의 케이블 전체가 하나의 케이블로 연결되는 경우에 케이블을 지지하고 그 방향을 바꾸기 위하여 설치하는 구조물이다. 탑정새들은 케이블을 안전하게 지지하고 연직 반력 또는 수평 반력을 충분히 탑으로 전달하는 목적을 가지는 구조물이며 그를 위하여 원의 형태로 설계되어 특별히 꺾임각(flexural angle)이 발생하지 않는 것을 목표로 한다. 그러나 케이블 구조물의 하중이 과중하게 걸리는 경우, 새들에서 용인되는 각도를 넘는 처짐이 발생하게 되면 새들의 끝부분에서는 급격한 케이블의 꺾임이 발생하게 된다. 이러한 꺾임은 케이블에 과도한 응력의 집중을 발생시키게 되고 이 또한 2차응력으로 작용하게 된다(최현석 등, 2009).

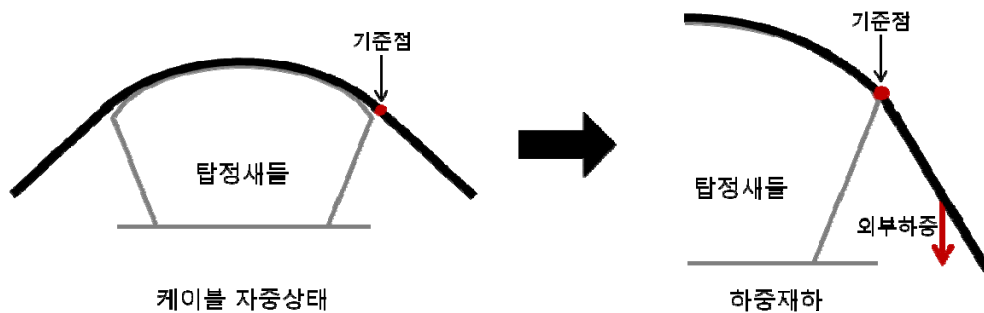


그림 3.26 새들 출구에서의 케이블 꺾임

현수교 주케이블의 경우 소선 또는 스트랜드 사이에 발생하는 마찰력은 래핑의 유무에 따라 크게 달라지게 된다. 래핑이 존재하는 케이블은 강제 거동과 근접한 휨 강성이 발현되는 경우도 있으나 대부분의 경우 미끄러짐과 마찰이 동시에 작용하게 되며 이 비율은 케이블에 가해지는 하중의 크기에 영향을 받게 된다. 한편 래핑이 없는 케이블은 개별적인 소선의 휨 강성의 합에 가까운 휨 강성만을 발현하게 된다. 거동을 강제하는 압력이 존재하지 않으므로 위치에 따라, 하중의 방향에 따라 각각의 소선이 따로 거동하고 마찰력 또한 발생하지 않기 때문이다. 현수교의 주케이블은 대부분의 구간에서 래핑을 하게 되지만 새들 부와 새들에서 가장 가까운 밴드까지는 래핑이 없는 상태로 시공이 이루어지게 되므로 각 구간에 따라서 케이블의 휨 강성은 다르게 반영되어야 할 것이다. 이 연구에서 관심을 가지는 부분은 꺾임각이 가장 크게 발생하는 새들 부와 새들에 가장 가까운 케이블 밴드의 출구 사이이므로 실 교량에서 래핑이 없는 구간이다.

케이블 구조물의 특성상 새들 부의 꺾임각을 계산하는데 있어 교량의 일부분만을 대상으로 해석하는 것은 케이블과 관계된 다른 요소의 영향을 무시하는 결과이므로 실제의 케이블의 거동을 정확하게 모사하는데에 한계가 있다. 그러므로 이 연구에서는 케이블 스트랜드의 길이 오차에 의하여 발생하는 2차응력 계산과 마찬가지로 케이블 구조물의 전체

해석을 통하여 새들 출구의 꺾임각을 계산하고 계산된 꺾임각을 이용하여 발생하는 2차응력을 파악한다.

실제 케이블은 소선의 다발로 이루어져 있으므로 휨강성을 가지고 있으나 케이블 모델은 이러한 물리적인 현상을 모사하지 못하므로 휨에 대하여 저항할 수 있는 보 요소를 케이블 모델에 결합함으로써 압축력과 휨으로 인한 강성의 손실을 보완하여 실제에 가까운 해석 결과를 얻을 수 있게 된다. 케이블의 거동은 일반적인 뼈대 구조물과 비교하여 상대적으로 큰 회전 변위를 일으키며 특히 현수교의 주케이블은 새그비가 상당히 크므로 보 요소에 대한 평형방정식을 정의할 때 회전 관성력을 무시하지 않는다. 안정화된 케이블의 해석 결과를 얻기 위해 추가하는 보 요소로는 베르누이 보를 사용한다. 보 요소는 케이블의 순수 휨 거동에 의해 발생하는 추가의 관성력 및 강성을 고려하기 위하여 도입된 요소이므로 보 요소의 질량 행렬은 반영하지 않고 케이블의 질량만을 고려하게 된다. 즉, 추가되는 보 요소는 무게가 없는 요소로 가정한다. 또한 강성 행렬에서도 압축, 인장과 같은 축방향 응력에는 저항하지 않고 휨에만 저항하도록 모델링을 하였다.

케이블이 가지는 휨 강성의 경우에는 박연철, 김현수 등에 의하여 연구가 진행되었다. 이러한 휨 강성을 결정하는데 가장 중요한 변수는 2차 관성 모멘트이다. 이러한 케이블의 2차 관성 모멘트는 전체 소선이

강체운동을 하는 경우보다는 작고 모든 소선이 개별적으로 휨에 저항하는 경우의 관성 모멘트의 값보다는 클 것이다. 박연철과 김현수에 의하여 제시된 최적 2차 관성 모멘트는 케이블의 겹보기 2차 관성모멘트와 유효 2차 관성 모멘트의 사이에 존재하는 것으로 판명되었다(박연철, 2006; 김현수, 2010). 여기서 케이블의 겹보기 2차 관성 모멘트는 케이블에 존재하는 공극을 고려한 반지름으로 계산하게 되며 유효 2차 관성 모멘트는 케이블의 유효 단면적을 만들어내는 유효 반지름으로 계산하게 된다. 원형 구조의 2차 관성 모멘트를 구하는 식은 다음과 같다.

$$I = \frac{\pi r^4}{4} \quad (3.14)$$

케이블의 관성 2차 모멘트의 최대값은 소선의 다발이 강체로 거동하여 소선간에 미끄러짐이 하나도 존재하지 않는다고 가정하는 경우일 것이며 최소값은 각각의 소선이 마찰력이 전혀 존재하지 않고 개별적으로 거동하는 경우일 것이다. 이 경우 관성 2차 모멘트는 개별 소선의 관성 2차 모멘트를 소선의 수만큼 더하여 얻을 수 있다.

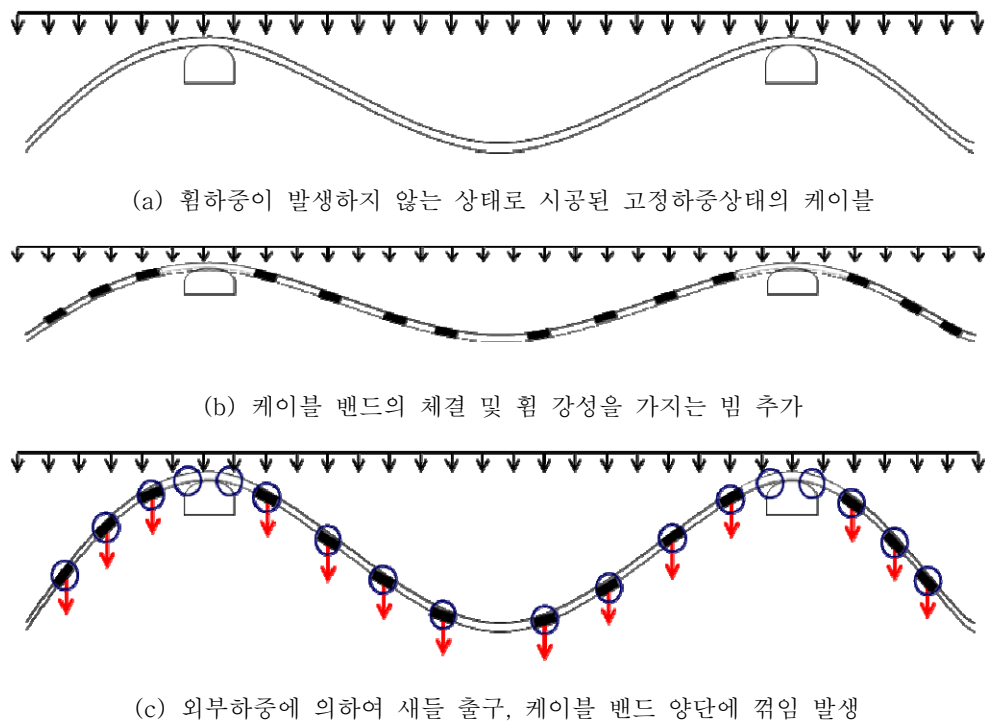
케이블 구조물의 모델은 앞의 연구와 동일하게 구성되지만 케이블의 경우에는 휨 강성을 가지는 빔을 추가해야 하기 때문에 케이블에서 휨 강성이 발현되는 시점을 정하는 것이 중요해지게 된다. 케이블의 시공은 AS공법의 경우 소선을 현장에서 시공하여 스트랜드 단위로 래핑을 하고,

다음 스트랜드를 이루는 소선을 시공하는 단계로 진행되며, PPWS공법의 경우 제작된 스트랜드를 순서대로 장착하게 된다. 스트랜드가 모두 시공된 후에는 최종적으로 스트랜드 다발을 원형으로 성형하여 래핑을 하고 케이블 밴드를 설치하게 된다. 그러므로 케이블 밴드를 설치하기 전의 단계에서는 각 소선 또는 스트랜드가 자체의 무게에 의하여만 처짐이 발생하고 있으며 특별한 지점에서 외부 하중이 추가되는 일이 존재하지 않으므로 꺾임각이 발생하지 않은 상태이다. 이러한 공정 이후에 밴드가 체결되고 행어를 통하여 거더의 하중이 전달되며 발생하는 집중하중에 의하여 케이블의 국부적인 지점마다 꺾임이 발생하게 되고 이로 인하여 추가의 2차응력이 발생하게 된다.

연구에서는 정확한 꺾임각 도출을 위하여 단계별 해석을 수행한다. 단계별 해석은 실제 시공 단계를 정확히 반영하기 위하여 수행하는 과정으로 첫 번째 단계에서는 주탑과 현수교의 주케이블만으로 이루어진 모델을 대상으로 해석을 수행하여 고정하중상태에서의 케이블 위치를 계산하게 된다. 그 다음 단계로 케이블의 지정된 지점에 힘에 대해서는 강체로 작용하고 축방향으로는 케이블과 동일한 강성을 가지는 프레임 요소를 추가하여 밴드를 형상화하고, 래핑이 수행되는 케이블 요소에 축방향 힘에는 저항하지 않고 힘 강성만을 가지는 빔 요소를 추가한다. 케이블의 고정하중상태에서는 힘에 의한 모멘트가 발생하지 않는 자연스러운

상태로 케이블이 위치하고 있게 되며 래핑 후에 하중이 추가되어야만 비로소 휨에 저항하게 되므로 휨 강성을 가지는 빔 요소는 고정하중 상태 이후에 추가하게 된다. 세 번째 단계에서 행어의 위치에 고정하중과 활하중 등 외부 하중을 가하여 꺾임각을 계산하게 된다.

그러나 두 번째 단계에서 추가되는 요소는 무게를 가지지 않으며 추가되는 하중이 존재하지 않으므로 해석을 수행하더라도 첫 번째 단계와 동일한 변위가 도출되게 된다.



↙↘: 케이블 고정하중 —: 케이블 밴드 ↓: 외부하중 ○: 꺾임각 발생지점

그림 3.27 케이블 꺾임 발생 과정

그러므로 두 번째 단계와 세 번째 단계를 통합하여 해석을 수행하더라도 동일한 결과를 얻을 수 있다. 그림 3.27 의 (a), (b), 그리고 (c)는 해석의 각 단계를 간단히 나타내고 있다. 해석에 사용되는 케이블의 모델은 새들에서 양 옆의 케이블 밴드까지의 케이블 요소에서는 빔이 추가되지 않으며 그 외에 다른 주케이블 요소에서는 휨 강성을 가지는 빔을 추가하게 된다. 또한 케이블 밴드의 모델링은 각 교량의 구조계산서를 참조하여 실제 밴드의 길이를 반영하여 모델을 구성한다.

여기서 케이블 밴드와 휨 강성을 가지는 빔의 탄성계수는 케이블과 동일하며 각각의 모델링을 위한 조건은 다음과 같다.

케이블 밴드

$$I_z^{cb} = \infty, A^{cb} = A^c$$

휨 강성만을 가지는 빔

$$I_z^b = I_z^c, A^b = 0$$

(3.15)

여기서 첨자 c, cb, b 는 각각 케이블, 케이블 밴드, 그리고 빔을 의미한다.

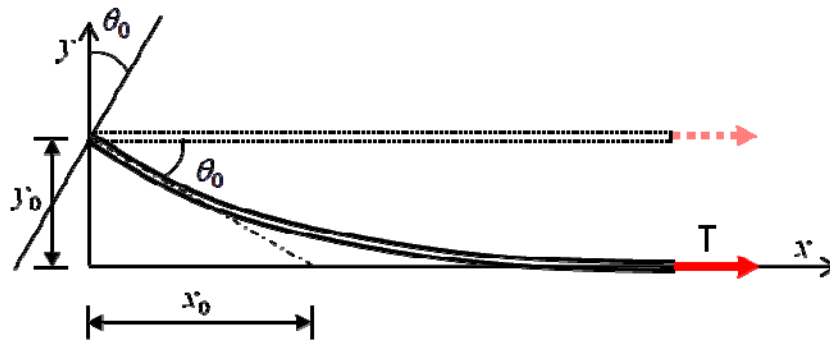


그림 3.28 단순 케이블에서의 휨에 의한 꺾임각

해석 결과를 구하게 되면 꺾임각에 의해 발생하는 새들 출구에서의 2차응력을 계산해야 한다. 이러한 응력의 계산은 Wyatt에 의하여 연구된 수식에 의하여 이루어진다(Wyatt, 1960).

$$M = EI \frac{d^2 y}{dl^2} = Ty$$

from which $y = Ae^{gl} + Be^{-gl}$ where $g = \sqrt{\frac{T}{EI}}$ (3.16)

그림 3.28 은 꺾임각이 발생한 케이블을 나타내고 있다. 여기서 θ 는 장력의 방향을 기준으로 하는 꺾임각을 나타낸다. moment는 식 (3.16)으로 나타낼 수 있다. 여기서 y 는 l 의 변수이며 T 는 케이블의 장력이다. 이러한 식에 경계조건을 적용하고 반지름이 r 인 원형 소선이라면 꺾임각에 의하여 발생하는 2차응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다..

$$\sigma_b = 2\theta_0 \sqrt{\sigma_N E}$$
(3.17)

식 (3.17)과 같이 꺾임각에 의한 2차응력의 경우 각도와 인장응력, 그리고 소선의 탄성계수에 영향을 받게 된다. 그러나 위와 같이 유도된 수식의 경우, 이론적으로는 잘 정립된 수식이지만, 단일 소선 또는 강봉을 가정하여 전개된 수식이므로 소선 사이의 미끄러짐이 없다고 가정하였으며, 끝 단의 지점조건이 고정단인 경우를 가정하여 수식을 전개하고 있

으므로 실제 발생하는 응력을 과대하게 평가하고 있다는 사실이 실 교량에서의 실험에 의해 밝혀져 있다.

위에서 언급한 것처럼 Wyatt식 자체는 단일 소선을 대상으로 식이 전개되었으며 경계조건이 고정단일 때를 가정하고 있으므로 현수교의 새들부와 케이블 밴드부에 그대로 적용하는 것은 응력을 과도하게 산정하게 되는 결과를 나타내게 된다. 그러나 Itto의 식 또는 Nishimura · Shinke의 식 또한 공인된 수식으로 보기에 논란이 있을 수 있고 현재 현수교의 구조계산에서는 꺾임각에 의한 2차응력을 사장교에서와 마찬가지로 Wyatt식에 수정계수를 곱하여 사용하고 있다. 그러므로 이 논문에서도 현재 가장 널리 쓰이는 Wyatt의 식에 현수교에 맞는 수정계수를 도입하여 해석을 수행하고자 한다.

그림 3.29는 사장교 케이블에서 실행된 꺾임각에 따라 발생하는 응력을 계산한 실험치이며 위의 선이 Wyatt에 의한 식 (3.17)을 나타내고 있다(Sakamoto, 1992). 식 (3.17)은 Wyatt에 의하여 suspension cable, 즉 현수교 케이블에 적용하도록 도출된 수식이나 실제로는 사장교에서 2차응력을 계산하는데 많이 반영되고 있으며 이러한 사장교에서의 2차응력 계산에서도 기존의 수식을 그대로 반영하고 있지는 않고 수정계수를 도입하여 계산하고 있다. 실험에서의 값은 식 (3.17)에 대하여 표 3.23 과 같은 비율을 가진다.

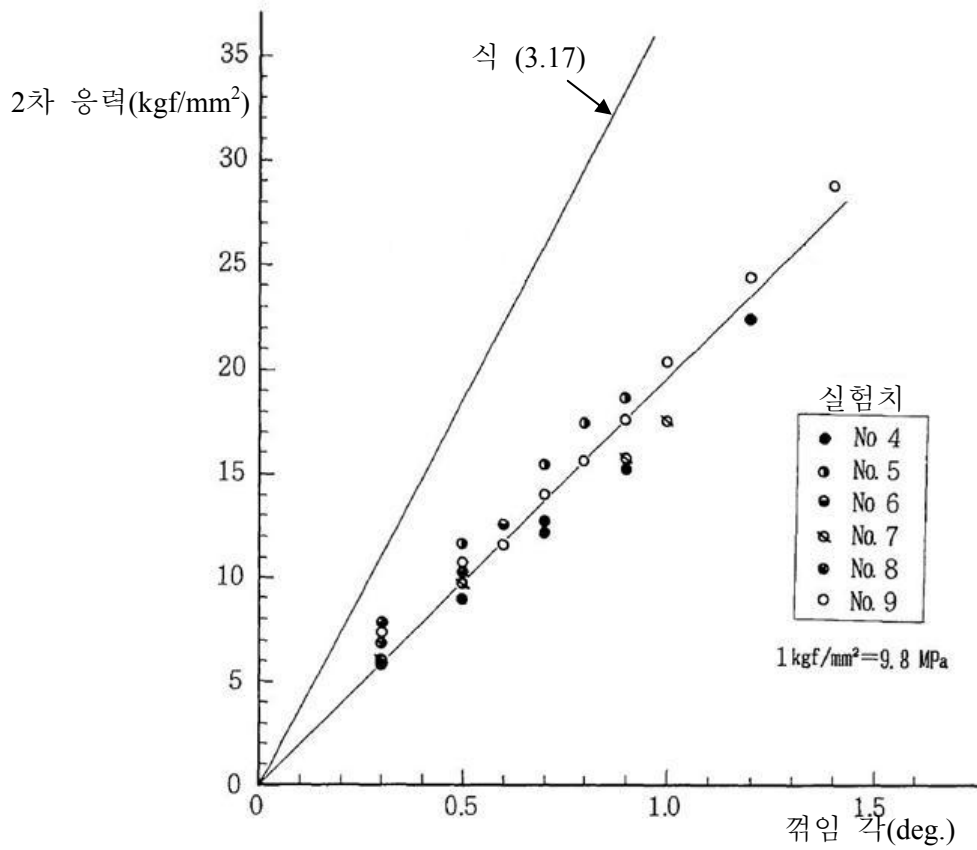


그림 3.29 단순 케이블에서의 휨에 의한 꺾임각 실험

표 3.23 식 (3.17)에 대한 실험치의 비율

No.	식 (3.18)	최소값	비율	최대값	비율
1	11.1	5.7	0.51	7.8	0.70
2	18.4	8.8	0.48	11.7	0.63
3	25.8	12.2	0.47	15.4	0.60
4	12.2	15.2	0.46	18.7	0.56

Sakamoto는 실험의 결과로 Wyatt의 식 앞에 0.3~0.6의 수정계수를 대입하는 것을 제안하였으며 실질적으로 반영되는 값은 안전측인 0.6이 대부분이다. 현수교에서도 수정계수를 반영하여 해석을 수행한 보고서가 있으며(Parke 등, 2008), 응력이 과대평가되는 Wyatt식의 문제를 해결하기 위하여 해석과 실험을 수행한 연구도 발표되었다. 대표적으로는 Itto의 해석, Nishimura · Shinke의 해석 등이 있다.

케이블브릿지의 연구보고서에서 조사한 Itto의 소선 사이에 있는 미끌림을 고려한 수식은 식 (3.18)과 같다(신상훈 등, 2011).

$$\sigma_B = (1.1 + \ln q) \sqrt{\frac{E \tau \phi}{j}} \quad (3.18)$$

여기서 q 는 소선의 층수(케이블 직경/소선 직경), τ 는 한계 전단응력도, 그리고 j 는 케이블의 충실률로써 0.8의 값을 사용한다. 한계 전단응력도를 사용하는 이유는 소선 사이에 정도 이상의 휨에 의한 전단응력이 발생하면 미끌림이 발생하며 이 값의 한계는 $0.01 \text{kgf/mm}^2 (98.0665 \text{kPa})$ 가 되기 때문이다.

Nishimura 또는 Shinke에 의하여 제안된 식은 모멘트를 구성하는 소선의 편차축응력과 케이블 도심축의 곡률변화에 의한 응력으로 나누어 2차응력을 계산하고 있으며 그 식은 다음과 같다(Nishimura 등, 1977).

$$\sigma_{B1} = \frac{(D-d)E}{2l}(\theta_a - \theta_e)$$

$$\sigma_{B2} = \frac{Ed\phi}{2} \sqrt{\frac{T}{EI_n}}$$
(3.19)

여기서 D 는 케이블의 직경, d 는 소선의 직경, l 은 대상 케이블의 길이, I_n 은 단일 소선의 단면 2차 모멘트의 합이며 θ_a 와 θ_e 는 각각 케이블 양단의 회전각이다. 위의 연구는 현수교의 케이블을 대상으로 연구를 진행하였으며 Wyatt 식의 부족한 점을 나름의 이론적인 수식과 실험으로 보완했다고 할 수 있다. 그러나 각각의 식은 스스로의 예제에서는 일치하지만 상대의 예제에 적용하면 다른 값이 도출되며 Itto의 식의 경우 정8각형으로 가정하여 해석하는 등 식에 적용된 가정이나 변수가 다르므로 실제로 어떠한 연구가 실교량에서 발생하는 2차응력을 명확히 나타내는 수식을 보이는지 확인할 수는 없다.

또한 Wyatt식은 꺾임각과 응력의 관계가 선형이며 Nishimura의 식은 선형에 가까운 형태로 이루어져 있으나 Itto의 식은 꺾임각의 제곱근과 응력이 선형관계를 이루고 있으므로 꺾임각이 큰 경우 Wyatt식에 의한 응력이 커지게 되지만 일정한 값보다 작아지는 경우 오히려 Itto식이 응력을 더 크게 평가하는 문제가 발생되게 된다. 이순신대교를 대상으로 각 응력을 비교하여 그림 3.30 과 그림 3.31 에 나타내었다.

표 3.24 이순신대교의 제원

소선 지름 (mm)	소선 단면적 (mm ²)	소선 I (mm ⁴)	소선 I의 합 (mm ⁴)
5.350	2.2480	6.4344×10^2	8.2360×10^6
케이블 지름 (m)	케이블 단면적 (m ²)	케이블 장력 (MN)	케이블 응력 (MPa)
0.677	0.2877	213.7403	742.8116

그림 3.30 은 발생하는 꺾임각에 따라 이순신대교 새들 출구에서 발생하는 응력의 크기를 각 수식에 따라 도식한 그림이며 그림 3.31 은 이렇게 발생하는 응력과 Wyatt의 응력의 비를 나타낸 그림이다. 이순신대교의 제원은 표 3.24 와 같다. Itto식에 의한 응력이 Wyatt식의 응력보다 큰 구간은 꺾임각이 0.0014radian이하인 경우로 실제 이순신대교에서 발생하는 꺾임각인 0.008radian보다 상당히 작은 값이다.

이순신대교에서 발생하는 새들 출구에서의 꺾임각은 약 0.008radian이다. 이 범위에서의 응력의 비율은 Itto식에 의한 응력의 경우 대략 Wyatt식에 의하여 계산된 응력의 42%며 Nishimura · Shinke의 식의 경우 꺾임각과 응력이 Wyatt식과 선형에 가까운 값을 나타내고 있으므로 대략 43%의 값을 가지게 된다.

사장교의 경우 케이블의 양 지점이 로프 정착용 소켓으로 고정되어 있으므로 지점이 고정단이라는 Wyatt의 가정에 오히려 부합하는 면이 있다.

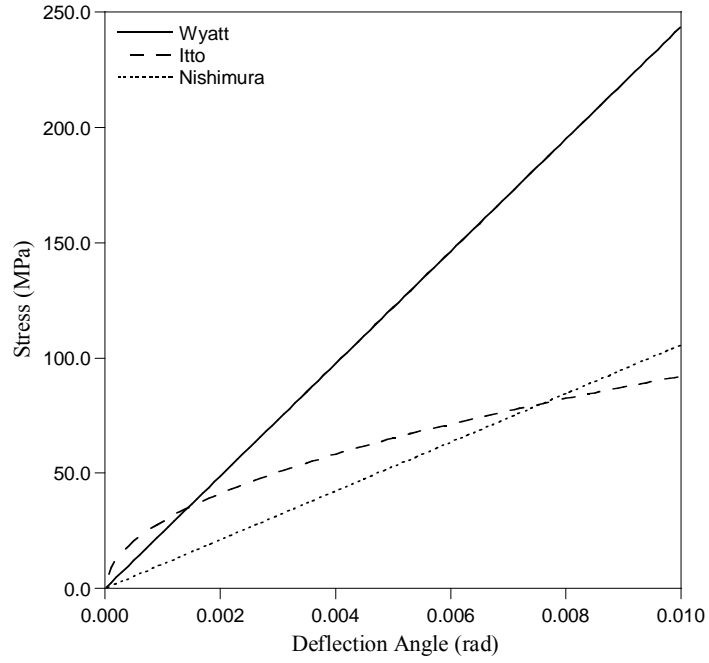


그림 3.30 각 수식에 따른 꺾임각과 2차응력의 관계

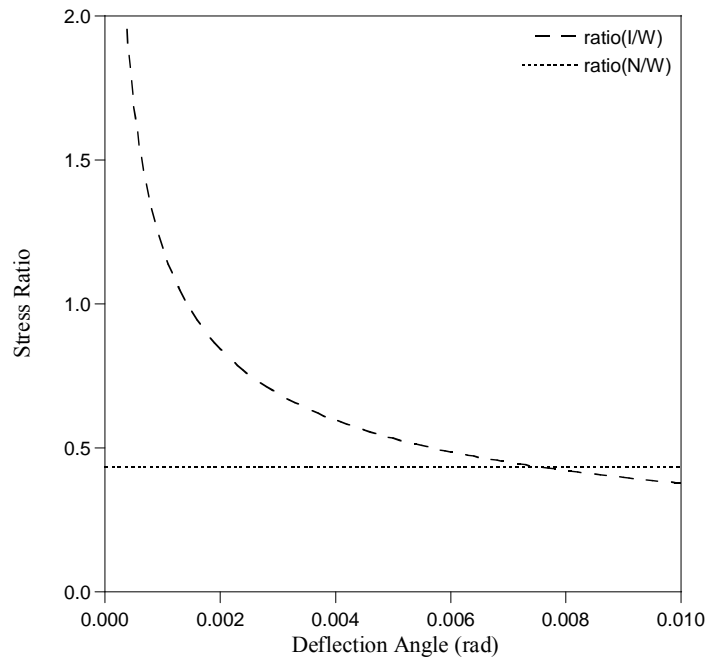


그림 3.31 Wyatt식에 대한 각 수식의 2차응력의 비

그러나 현수교의 경우, 새들에서는 구속이 존재하지 않으며 오직 케이블의 고정하중과 외부하중에 의하여 꺾임이 발생하는 상태이다. 그러므로 사장교와 동일한 수정계수인 0.6을 대입하는 것은 실제 발생하는 응력을 과대평가한다고 볼 수 있다. 앞서 수식의 전개와 실험에 의하여 얻어진 Itto의 식과 Nishimura · Shinke의 응력 계산 값은 현수교의 새들 부에서 실질적으로 발생하는 꺾임각의 범위에서는 대략 42~43%의 비율을 보이고 있으므로 이 논문에서는 수정계수를 0.45로 제시한다. 그러나 응력의 발생은 실제 시공의 상태, 소선의 위치, 하중의 재하 방향과 크기 등에 의하여 그 값이 크게 차이가 발생할 수 있으므로 이러한 불확실성을 고려하여 꺾임각은 실교량의 시공상태를 반영한 전체 해석을 통하여 구하고 수정계수는 0.45를 평균으로, 사장교의 변동폭인 0.3~0.6을 표준편차의 크기로 제시하여 응력의 변동성을 반영하고자 한다. 이때 식 (3.17)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\sigma_{lb} = 2\alpha\theta\sqrt{E\sigma_N} \quad (3.20)$$

여기서 σ_N 은 케이블 길이방향의 응력을 나타내며 α 는 평균이 0.45인 분포이다. 이 논문에서는 케이블의 휨강성을 대입하여 케이블 구조물 전체의 모델링을 수행하고 해석을 수행하여 꺾임각을 계산한다. 케이블의 회전각은 수직방향의 회전각은 식 (3.21)과 같다.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial s} \cdot \frac{\partial s}{\partial x} \quad (3.21)$$

이러한 케이블의 기울기는 케이블의 적합조건식을 이용하여 계산할 수 있다. 식 (2.10)을 s 에 대하여 편미분을 하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial s} &= -\frac{F_x^1}{EA} - \frac{F_x^1}{w} \frac{w + w(F_z^1 + ws) \cdot \frac{1}{\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2}}}{\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2} + ws + F_z^1} \\ &= -\frac{F_x^1}{EA} - \frac{F_x^1}{\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2}} \\ &= -F_x^1 \frac{\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2} + EA}{EA\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2}} \\ \frac{\partial z}{\partial s} &= -\frac{F_z^1}{EA} - \frac{ws}{EA} - \frac{1}{2w} \frac{2(F_z^1 + ws) \cdot w}{\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2}} \quad (3.22) \\ &= -\frac{(F_z^1 + ws)}{EA} - \frac{(F_z^1 + ws)}{\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2}} \\ &= -(F_z^1 + ws) \left\{ \frac{1}{EA} + \frac{1}{\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2}} \right\} \\ &= -(F_z^1 + ws) \frac{\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2} + EA}{EA\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2}} \end{aligned}$$

식 (3.22)를 식 (3.21)에 대입하면 케이블의 회전각은 다음과 같다.

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial s} \cdot \frac{\partial s}{\partial x} = (F_z^1 + ws) \frac{\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2} + EA}{EA\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2}} \quad (3.23)$$

$$\cdot \frac{EA\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2}}{F_x^1(\sqrt{(F_x^1)^2 + (F_z^1 + ws)^2} + EA)} = \frac{F_z^1 + ws}{F_x^1}$$

즉, 케이블의 끝 단에서의 회전각은 z 방향 부재력을 x 방향 부재력으로 나눈 값이 된다. 이러한 꺾임각을 수정계수를 도입한 식 (3.19)에 대입하여 꺾임각에 의하여 발생하는 응력의 분포를 계산하게 된다. 응력의 분포가 결정되면 새들 출구에서의 케이블 꺾임에 의하여 발생하는 2차응력의 영향을 신뢰도평가를 통하여 파악하게 된다.

3.3.2 케이블 꺾임각에 대한 가정 및 이론의 적용

케이블을 구성하는 스트랜드의 형상은 그림 3.20 ~ 그림 3.22 에 각각 이순신대교, 울산대교, 그리고 새천년대교의 새들에서의 스트랜드의 형상을 나타냈다. 이러한 케이블의 형상을 바탕으로 주케이블의 유효 2차 관성 모멘트를 계산할 수 있다. 이때 각 케이블의 제원과 2차 관성 모멘트의 계산 값은 표 3.25 에 나타내었다(전라남도 2007; 울산하버브릿지주식회사, 2010; 익산지방국토관리청, 2010). 유효 2차 관성 모멘트의 경우에는 기존의 연구(김현수, 2010) 등의 연구에서 강체로 가정하는 경우 계산되는 2차 관성 모멘트의 약 85.65%의 값을 가지게 된다는 것이 밝

표 3.25 각 예제 교량의 케이블의 제원 및 2차 관성 모멘트

	이순신대교	울산대교	새천년대교
케이블 유효 r (cm)	30.3	23.4	13.4
스트랜드 유효 r (mm)	53.5	30.0	50.7
단일 스트랜드의 I (m^4)	6.44×10^{-6}	6.73×10^{-7}	5.21×10^{-6}
케이블의 I (m^4)	8.44×10^{-3}	2.45×10^{-3}	3.09×10^{-4}

혀져 있다. 그러므로 휨 강성을 가지는 빔은 케이블의 단면에서 계산되는 2차 관성 모멘트의 85.65%의 휨강성을 가지도록 하여 모델을 구성하고 해석을 수행한다. 이때 각 교량의 주경간을 이루는 주케이블의 2차 관성 모멘트는 표 3.25 와 같다.

현수교의 새들에 위치한 케이블은 중앙경간과 측경간의 경사가 반대가 되므로 그 회전각이 상당히 크며 이순신대교의 경우 측경간 방향의 입사각은 31.984° , 중앙경간측은 24.261° 로 전체 회전각은 56.245° 가 된다. 그러나 이러한 각이 한 지점에서 발생하는 것이 아니라 수 미터의 길이를 가지는 탐정새들에 의하여 부드럽게 발생하며 이러한 새들의 형태에 의하여 발생하는 휨 응력은 3.2절에서 계산한 바 있다. 그러므로 새들에서 꺾임각에 의하여 발생하는 2차응력은 새들에서 새들을 벗어나는 지점에서 급격히 발생하는 각도의 차이에 의한 부분만을 계산하여야 한다.

$$\theta_0 = \theta_{\text{cable}} - \theta_{\text{saddle}} \quad (3.24)$$

해석이 적용되는 예제 교량은 이순신대교, 울산대교, 그리고 새천년대교로 이루어지며 꺾임각을 계산하는 위치는 새들이 되지만 새천년대교의 경우 3주탑 현수교이므로 중앙주탑의 새들과 측주탑의 새들의 경우 그 거동이 다른 형태를 보이게 될 것이다.

측주탑의 경우 한 방향의 케이블은 앵커리지에 연결되어 하중에 의하여 발생하는 횡처짐에 제한이 있게 된다. 그러나 중앙주탑의 경우 양방향 케이블이 모두 다른 주탑에 연결되어 자유단과 같은 형태로 이루어지므로 활하중이 편재되어 실리게 되는 경우 그 꺾임각이 더욱 크게 발생할 가능성이 있다. 그러므로 새천년대교의 경우 측주탑과 중앙주탑 모두에서 발생하는 꺾임각을 살펴볼 필요가 있으며 중앙주탑에서의 꺾임각을 계산하는 경우 횡처짐에 가장 불리한 상태인 편재하중을 대상으로 해석을 수행한다. 표 3.25 의 2차 관성 모멘트 값을 대입하여 케이블 밴드와 휨 강성 범을 유한요소 모델링하여 해석을 수행한 결과는 표 3.26 와 같다.

표 3.26 교량의 해석에 의한 케이블 꺾임각

	이순신대교	울산대교	새천년대교 측주탑	새천년대교 중앙주탑
새들 형상 각도 (rad)	0.423	0.418	0.446	0.476
케이블 각도 (rad)	0.431	0.424	0.455	0.487
발생 꺾임각 (10^{-3} rad)	8.014	5.937	9.919	11.295

식 (3.20)에서 수정계수인 α 의 경우 기존 시방서의 수정계수인 0.6을 설계값으로 하고 Bias Factor를 0.75로 대입하여 수정계수의 평균을 0.45로 가정한다. 표준편차의 경우 설계값과 평균의 차이인 0.15를 $1\sigma \sim 5\sigma$ 로 가정하였다. 이 경우의 α 와 T_{θ_b} 의 분포특성은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_{\alpha} &= \lambda \cdot \alpha_N = 0.75 \cdot 0.6 = 0.45, \quad \sigma_{\alpha} = \frac{0.15}{e}, \quad e = 1, 2, \dots, 5 \\ \mu_{T_{\theta_b}} &= 0.9\theta_0 \sqrt{E\sigma_n}, \quad \sigma_{T_{\theta_b}} = \frac{0.15}{e} \times 2\theta_0 \sqrt{E\sigma_n}, \quad e = 1, 2, \dots, 5 \end{aligned} \quad (3.25)$$

표 3.26의 꺾임각과 σ_N , 그리고 각 교량에서의 케이블의 체원을 식 (3.25)에 대입하여 결과를 표 3.27에 제시하였다. 표준편차의 범위는 분포의 형태에는 영향을 미치지 않으며 평균이 동일하므로 위치 또한 변화가 생기지 않는다. 꺾임각에 의하여 발생하는 응력의 분포를 이용하여 신뢰도평가를 수행한 결과 그 신뢰도지수의 값은 아래의 그림 3.32. ~ 3.35와 표 3.28에 나타내었다.

표 3.27 1차응력과 2차응력의 비

	이순신대교	울산대교	새천년대교 측주탑	새천년대교 중양주탑
1차응력 (MPa)	738.61	728.69	719.39	722.70
2차응력 평균 (MPa)	87.66	64.50	107.08	122.21
응력비 (%)	11.87	8.85	14.89	16.91

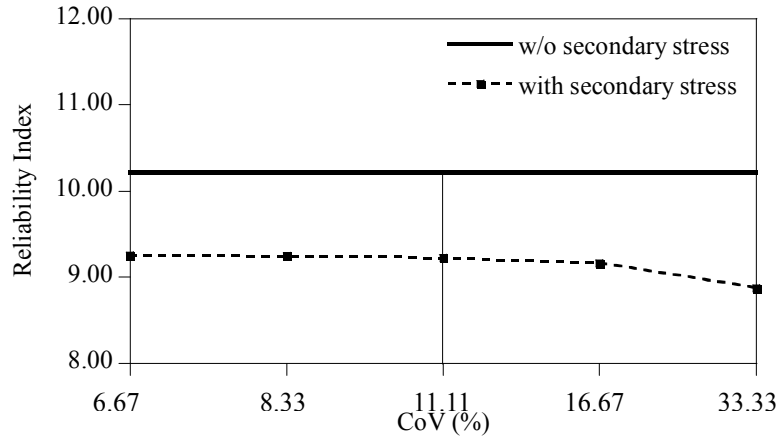


그림 3.32 이순신대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.22)

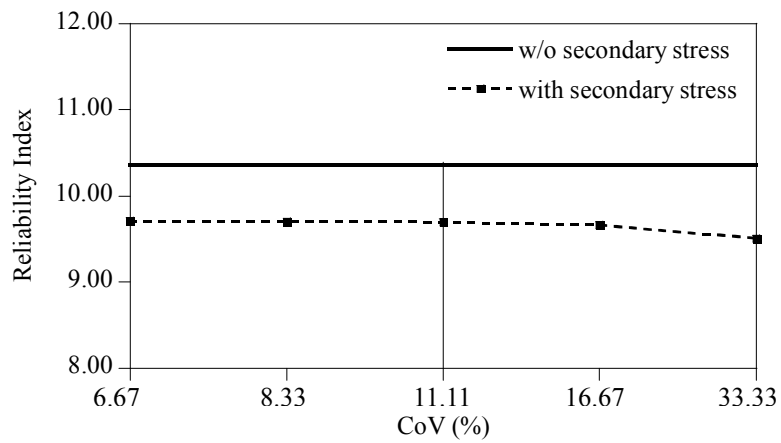


그림 3.33 울산대교 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.36)

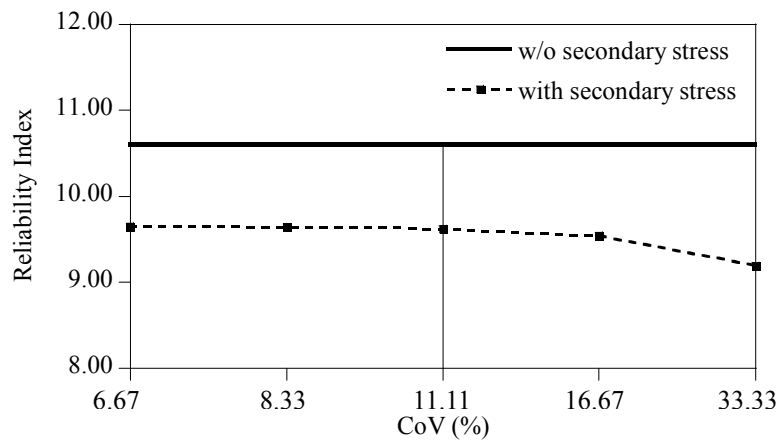


그림 3.34 새천년대교 측주탑 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.36)

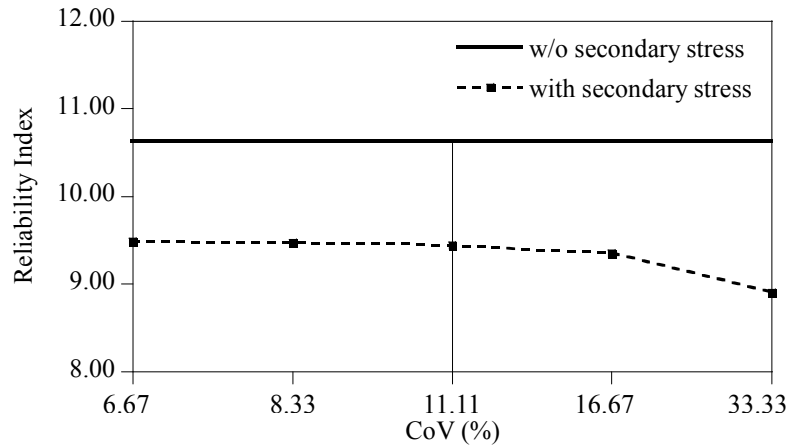


그림 3.35 새천년대교 중앙주탑 새들: 신뢰도평가 결과(기준 10.61)

결과를 보면 CoV가 큰 경우에는 신뢰도지수의 하락이 크게 나타나다가 대략 10% 내외의 CoV에서는 수렴하고 있음을 알 수 있다. 또한 이 순신대교와 울산대교에 비하여 새천년대교에서 신뢰도지수의 하락값이 크게 도출되고 있다. 새천년대교는 앞의 두 교량과는 달리 삼주탑 현수교이며 중앙 주탑을 기준으로 양쪽의 교량이 대칭을 이루고 있으므로 하중이 대칭으로 가해지는 경우 하중에 의하여 처짐과 휨이 발생하더라도 중앙 주탑에서는 휨이 거의 발생하지 않게 된다. 즉, 중앙주탑에서 발생할 휨이 끝 단의 주탑에 집중되어 두 배의 처짐을 발생시키게 되는 것이다. 또한 같은 이유로 활하중을 편재하하는 경우에는 측주탑이 아닌 중앙주탑에서 두 배의 처짐이 발생하게 될 것이다. 이러한 이유로 각각의 경우 가장 불리한 하중을 재하한 새천년대교에서 2차응력의 값과 신뢰도지수의 하락폭이 매우 크게 발생하고 있다.

표 3.28 새들에서의 신뢰도평가 결과

신뢰도지수	이순신대교	울산대교	새천년대교 측주탑	새천년대교 중앙주탑
2차응력 제외	10.22	10.36	10.61	10.63
CoV 6.67%	9.26	9.71	9.65	9.49
CoV 8.33%	9.25	9.70	9.64	9.48
CoV 11.11%	9.22	9.69	9.62	9.44
CoV 16.67%	9.16	9.66	9.55	9.35
CoV 33.33%	8.87	9.51	9.19	8.90

또한 새천년대교의 경우 케이블의 직경이 타 교량에 비해 작으므로 꺾임에 저항할 수 있는 휨 강성이 매우 작게 나타나게 되며 이순신대교의 약 4%, 울산대교에 비하여도 13% 이하의 값을 가지므로 꺾임에 취약한 것은 당연하다고 할 수 있다. CoV에 따른 신뢰도지수의 값을 보면 10% 내외에서 수렴하는 경향을 보이고 있으며 이는 앞서 제시한 steel girder의 변동성을 적용하여도 무리가 없다는 것을 보여주고 있다(Nowak, 1999).

3.4 케이블 밴드에서의 꺾임각을 고려한 해석

3.4.1 케이블 밴드에서의 꺾임각에 대한 가정 및 이론

앞서 언급한 바와 같이 케이블의 해석에서는 휨에 의한 응력을 인정하고 있지 않고 있으나 현수교의 주케이블의 경우에는 새그비가 상당히 크며 사장교 등 타 케이블 교량의 케이블과 비교하여 보았을 때 그 단면적이 매우 크므로 휨에 의하여 발생하는 압축과 인장으로 인한 응력이 상당히 크게 발생할 수 있다. 그러므로 이 연구에서는 이러한 케이블의 휨의 영향을 분석하기 위하여 케이블에 휨강성이 존재한다는 가정으로 연구를 수행한다.

케이블에서 가장 큰 장력을 받는 부분은 탑정새들과 새들에서 가장 가까운 첫 번째 케이블 밴드 사이가 된다. 그러므로 케이블의 신뢰도평가를 수행하는 경우 가장 파괴확률이 높은 부분, 즉 신뢰도지수가 가장 작은 부분 역시 탑정새들과 새들 주변 첫 번째 케이블 밴드 사이에서 나타나게 된다. 그러므로 케이블의 2차응력을 연구하는 경우 이러한 탑정새들부와 첫 번째 케이블 밴드부를 중심으로 연구가 수행되어야 하며 이 연구의 3.1절은 케이블 전반에 미치는 2차응력의 영향을, 3.2절과 3.3절은 새들부에서의 2차응력의 발생 요인을 살펴보았다. 그러므로 3.4절과 3.5절에서는 케이블 밴드에서 발생하는 2차응력의 요인을 살펴보게 될 것이다.

현수교 주케이블의 경우 수십 개의 스트랜드로 구성되어 있으며 다시 각각의 스트랜드는 수백개의 원형 소선으로 구성되어 있다. 그러므로 소선을 묶는 형태에서는 공극이 존재할 수 밖에 없으며 주케이블의 경우에 공극비는 대략 20%로 계산되고 있다. 이러한 공극의 존재로 인하여 케이블의 단면적은 겉보기 단면적과 유효 단면적이 존재하며 공극은 인장력을 받지 못하므로 수직 응력을 계산하는 경우 유효 단면적을 사용한다. 그러나 2차 관성 모멘트의 경우 최적의 관성 모멘트는 유효 관성 모멘트와 겉보기 관성 모멘트의 사이에 존재하는 것으로 연구가 되었다(박연철, 2006; 김현수, 2010). 김현수 논문에서 사용된 예제에서 최적 2차 관성 모멘트는 겉보기 2차 관성 모멘트의 약 86%에 해당하는 값으로 계산되었다. 이 값은 유효-겉보기 2차 관성 모멘트의 중간값에 해당되는 값으로써 케이블의 형태에 따라서 조금씩 다른 값을 나타낼 것으로 판단된다. 이러한 연구의 결과는 본 논문의 3.3절에서도 반영하여 연구를 진행하였다.

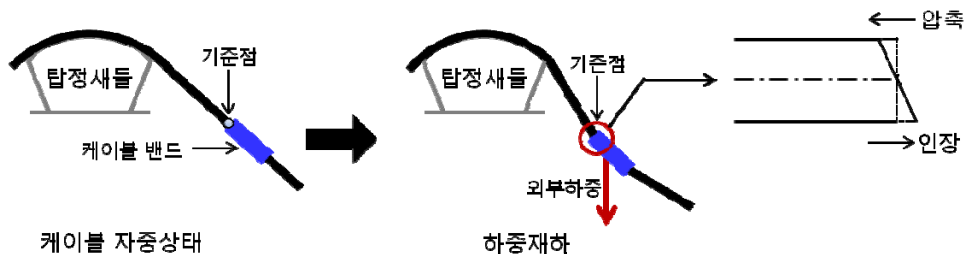


그림 3.36 케이블 밴드에서의 케이블 꺾임

2차 관성 모멘트를 계산하고 케이블 밴드 위치에서의 케이블의 꺾임각을 계산하는 방법은 3.3절과 동일한 해석을 통하여 구하게 된다. 다만 꺾임각을 측정하는 지점은 케이블 밴드의 출구의 위치이며 이때 케이블의 각도의 차이는 케이블 밴드 출구에서의 케이블의 회전각과 케이블 밴드의 각도의 차이가 된다. 이때 케이블 밴드는 힘에 대하여는 강제운동을 하는 것으로 가정하여 모델을 수행하였으므로 밴드의 기울기는 밴드부재의 양 끝 단의 좌표를 통하여 간단히 계산할 수 있으나, 케이블은 부재의 양단에서의 기울기에 차이가 있으므로 밴드와 만나는 점에서의 기울기를 계산하여야 한다.

3.4.2 케이블 밴드에서의 꺾임각에 대한 가정 및 이론의 적용

해석 예제로 주어진 각 교량의 모델링을 위한 케이블의 제원 및 2차 관성 모멘트의 값은 표 3.24 에 나타내었다. 그러나 꺾임각의 계산은 케이블의 처짐각과 새들의 형상에 의한 각의 차이로 계산했던 방법과는 다르게 케이블의 처짐각과 밴드의 기울기의 차이로 계산하게 된다.

$$\theta_0 = \theta_{\text{cable}} - \theta_{\text{band}} \quad (3.26)$$

이러한 꺾임각과 케이블 밴드 위치에서의 수직응력을 계산하여 표 3.29 에 나타내었다.

표 3.29 교량의 해석에 의한 케이블 꺾임각

	이순신대교	울산대교	새천년대교 측주탑	새천년대교 중앙주탑
케이블 각도 (rad)	0.430	0.422	0.464	0.485
케이블 밴드 각도 (rad)	0.423	0.415	0.435	0.469
발생 꺾임각 (10^{-3} rad)	7.215	6.309	19.205	16.205

한계상태함수는 식 (2.70)에 의하여 3.2절과 동일한 형태로 구성된다. 하중조합과 T_{θ_b} 의 통계특성은 새들 출구에서의 하중이 아닌 케이블 밴드 위치에서의 하중값과 통계특성이 반영된다. 다만 케이블 밴드에서는 식 (3.20)에서 수정계수인 α 의 평균을 0.45가 아닌 0.5로 제시하였다. 케이블 밴드 출구에서의 케이블과 밴드의 형태는 새들에서의 형태와 차이가 있으며 사장교의 지점조건에 가까울 것으로 판단되기 때문이며 그러므로 기존 시방서의 수정계수인 0.6을 설계값으로, Bias Factor를 0.83으로 도입하여 수정계수의 평균을 0.5로 가정한다. 표준편차의 경우 설계값과 평균의 차이인 0.1을 $1\sigma \sim 5\sigma$ 로 가정하였다. 이 경우의 α 와 T_{θ_b} 의 분포특성은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mu_{\alpha} &= \lambda \cdot \alpha_N = 0.83 \cdot 0.6 = 0.5, \quad \sigma_{\alpha} = \frac{0.1}{e}, \quad e = 1, 2, \dots, 5 \\ \mu_{T_{\theta_b}} &= 1.0\theta_0 \sqrt{E\sigma_n}, \quad \sigma_{T_{\theta_b}} = \frac{0.1}{e} \times 2\theta_0 \sqrt{E\sigma_n}, \quad e = 1, 2, \dots, 5 \end{aligned} \quad (3.27)$$

표 3.30 1차응력 과 2차응력의 비

	이순신대교	울산대교	새천년대교 측주탑	새천년대교 중앙주탑
1차응력 (MPa)	738.12	728.01	719.78	722.04
2차응력 평균 (MPa)	87.66	76.13	230.27	200.84
응력비 (%)	11.88	10.45	32.04	27.82

표 3.29 의 꺾임각과 σ_N , 그리고 각 교량에서의 케이블의 제원을 식 (3.27)에 대입하여 결과를 표 3.30 에 제시하였다. 표준편차의 범위는 분포의 형태에는 영향을 미치지 않으며 평균이 동일하므로 위치 또한 변화가 생기지 않는다. 꺾임각에 의하여 발생하는 응력의 분포를 이용하여 신뢰도평가를 수행한 결과 그 신뢰도지수의 값은 아래의 그림 3.37 ~ 3.40 과 표 3.31 에 나타내었다.

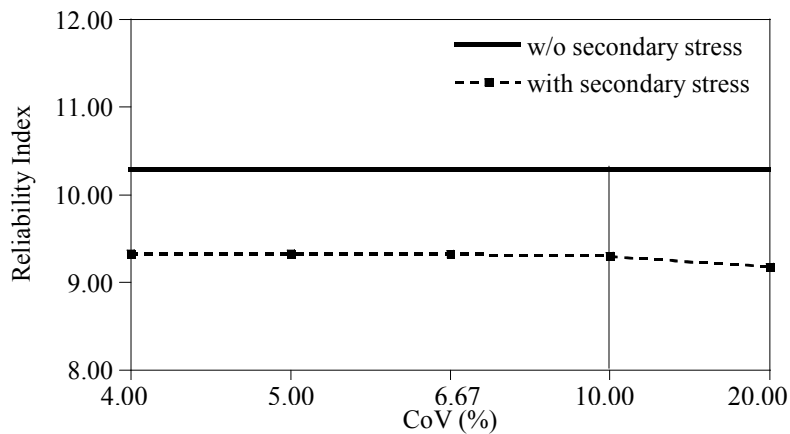


그림 3.37 이순신대교 케이블 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.29)

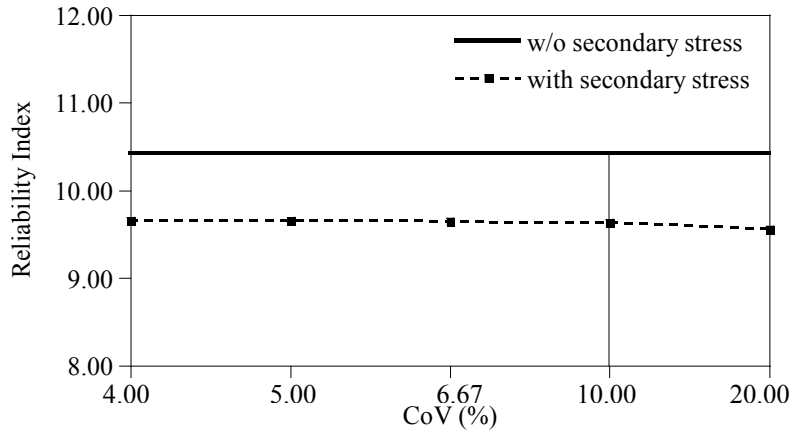


그림 3.38 울산대교 케이블 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.43)

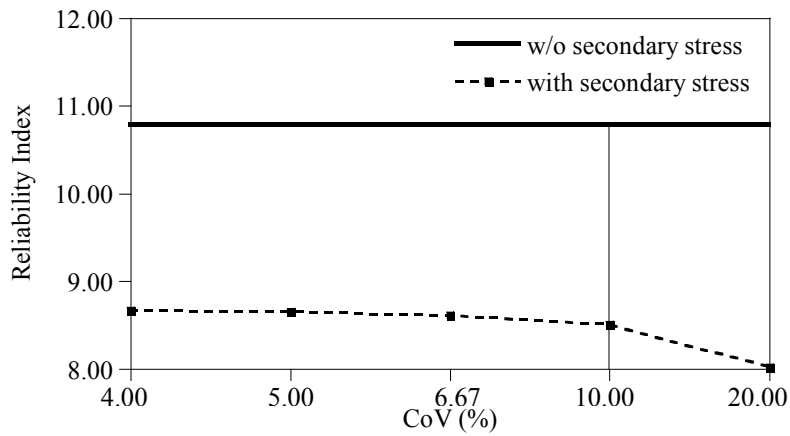


그림 3.39 새천년대교 중앙주탑 케이블 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.79)

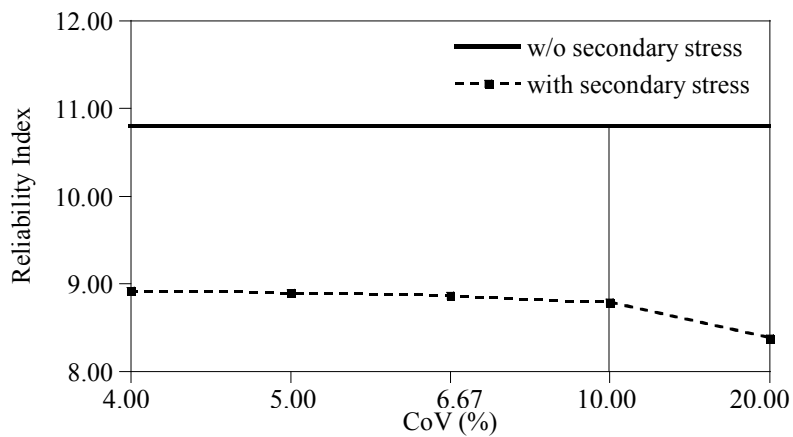


그림 3.40 새천년대교 측주탑 케이블 밴드: 신뢰도평가 결과(기준 10.80)

표 3.31 케이블 밴드에서의 신뢰도평가 결과

신뢰도지수	이순신대교	울산대교	새천년대교 측주탑	새천년대교 중앙주탑
2차응력 제외	10.29	10.42	10.79	10.80
CoV 4.00%	9.33	9.66	8.67	8.92
CoV 5.00%	9.33	9.66	8.65	8.90
CoV 6.67%	9.32	9.65	8.62	8.87
CoV 10.0%	9.30	9.63	8.51	8.79
CoV 20.0%	8.18	9.55	8.03	8.38

결과를 보면 3.3절과 마찬가지로 CoV가 큰 경우에는 신뢰도지수의 하락이 크게 나타나다가 대략 10% 내외의 CoV에서는 수렴하고 있음을 알 수 있다. 이순신대교와 울산대교에 비하여 새천년대교에서 신뢰도지수의 하락값이 매우 큰 하락을 보이고 있다. 삼주탑 현수교의 특성에 의한 것으로 판단되며 밴드 위치에서의 꺾임각은 새들 출구에서의 꺾임각 발생량보다 훨씬 크게 발생하는 것으로 보아 케이블 직경이 작고 휨강성이 작은 새천년대교에서는 케이블 밴드의 위치에서 꺾임각의 영향을 매우 크게 받는다고 할 수 있다. 또한 같은 이유로 2차응력의 값 또한 새천년대교에서 가장 큰 응력 값이 발생하고 있다.

3.5 케이블 밴드에서의 밴드 압축에 의한 응력발생

3.5.1 케이블 밴드에서의 밴드 압축에 대한 가정 및 이론

현수교의 케이블 밴드는 행어를 통하여 거더의 하중을 케이블에 전달하기 위하여 설치하는 구조물로 행어의 장력에 대해서는 반원형의 한 쌍의 밴드를 볼트로 체결하여 밴드와 케이블 사이의 마찰력으로 케이블 방향의 미끄러짐에 저항하도록 하는 구조물이다. 이러한 마찰력이 생기기 위해서는 케이블의 직경보다 케이블 밴드의 직경이 작아야 하며 이로 인해 케이블에서는 압축에 의한 단면적의 축소가 일어나게 된다.

이 압축량은 밴드와 케이블의 단면적의 차이로 계산할 수 있으며 이러한 압축의 원인은 두 가지 요인으로 나눌 수 있다. 첫 번째는 20%에 달하는 공극을 줄이면서 빈 공간을 채워나가는 경우이며 두 번째는 강선 자체의 압축이 발생하는 경우이다. 실제 현상에서는 두 가지 경우가 복합적으로 발생하게 된다. 일반적인 소선의 탄성계수는 200GPa이므로 공극이 줄어들어가는 경우에는 소선의 압축 저항이 없이 소선끼리의 마찰력에 저항하며 변위가 발생할 것이며 강선이 압축되는 경우에는 200GPa의 강성으로 저항하게 될 것이다. 그러나 압축력에 대응하는 각각의 비율이 어떻게 되는지는 판단할 수 없으므로 케이블의 압축강성을 명확히 계산할 수 있는 방법은 없다. 다만 압축응력과 압축되는 변위량을 바탕으로 역산하여 계산해야 하나 이 경우 실 교량에서의 압축응력 측정에 의지해

야 하며 또한 교량마다 변동성이 상당히 크므로 명확한 비율을 계산하는 것은 현실적으로 불가능하다고 할 수 있다.

밴드 근처 케이블에서 케이블 길이 방향으로 가장 큰 응력집중이 생기는 부분은 밴드 내부와 밴드 출구에서 밴드와 케이블이 맞닿아 있는 부분이다. 밴드 내부에 있는 케이블은 밴드와의 마찰에 의해 밖으로 밀려나지 못하고 응력을 받기 때문이다. 그러므로 밴드 출구 면의 케이블에서 중심보다는 케이블 밴드와 접촉하고 있는 외각에서 응력이 크게 발생할 것으로 판단된다.

케이블의 압축거동과 응력의 집중을 파악하기 위하여 케이블 밴드와 케이블을 FEM을 이용하여 모델링하였다. 모델링을 위한 구조는 구조물과 하중 모두 길이방향이 존재하며 중심축을 기준으로 원형을 이루고 있으므로 축대칭 요소(axisymmetric element)를 사용하였으며 요소는 그림 3.41 과 같은 삼각형 요소를 사용하였다. 케이블의 길이방향을 z 축, 중심에서 외각으로의 방향을 r 축으로 지정하고 회전을 θ 로 명시하였다.

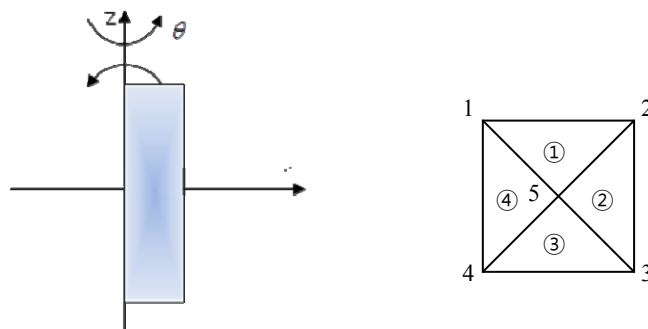


그림 3.41 Axisymmetric Analysis에 사용된 좌표계와 요소

케이블의 경우 길이방향의 물성치는 일반적으로 알려진 케이블의 물성치를 따르지만 단면은 전체가 동일한 물성을 가지는 요소로 이루어진 물체와는 달리 20%가 공극으로 이루어져 있으므로 케이블의 길이방향과 단면에서 포아송 비와 탄성계수의 값은 차이를 보이게 된다. 그러므로 모델을 구성하는 요소를 이방성 물체(Orthotropic material)로 가정하고 각 자유도의 포아송 비와 탄성계수를 정의하였다. Axisymmetric Analysis를 위한 이방성 물체의 응력과 변형율은 다음과 같다(Tirupathi 등 2012).

$$\begin{aligned}
 \text{Strain} \quad \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u}{r}, \quad \gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \\
 \text{Stress} \quad \sigma_{r\theta} &= \sigma_{z\theta} = 0
 \end{aligned} \tag{3.28}$$

Constitutive law(stress-strain relation)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{rr} &= \frac{1}{E_r} \sigma_{rr} - \frac{\nu_{zr}}{E_z} \sigma_{zz} - \frac{\nu_{\theta r}}{E_\theta} \sigma_{\theta\theta} \\
 \varepsilon_{zz} &= -\frac{\nu_{rz}}{E_r} \sigma_{rr} + \frac{1}{E_z} \sigma_{zz} - \frac{\nu_{\theta z}}{E_\theta} \sigma_{\theta\theta} \\
 \varepsilon_{\theta\theta} &= -\frac{\nu_{r\theta}}{E_r} \sigma_{rr} - \frac{\nu_{z\theta}}{E_z} \sigma_{zz} + \frac{1}{E_\theta} \sigma_{\theta\theta} \\
 \gamma_{rz} &= \frac{1}{G_{rz}} \tau_{rz}
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

여기서 ij 는 i 방향의 하중에 의하여 j 방향에 생기는 영향을 의미한다.

등방성 물체과는 달리 각 방향의 탄성계수와 포아송 비는 모두 다르

며 특정한 조건이 없는 경우 서로 독립적이다. Constitutive law를 이용하여 응력을 변형율로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\frac{\sigma_r}{E_r} &= \frac{(1-\nu_{z\theta}\nu_{\theta z})\varepsilon_r + (\nu_{z\theta}\nu_{\theta r} + \nu_{zr})\varepsilon_z + (\nu_{zr}\nu_{\theta z} + \nu_{\theta r})\varepsilon_\theta}{1-\nu_{r\theta}\nu_{\theta r} - \nu_{rz}\nu_{zr} - \nu_{z\theta}\nu_{\theta z} - \nu_{r\theta}\nu_{zr}\nu_{\theta z} - \nu_{z\theta}\nu_{rz}\nu_{\theta r}} \\
\frac{\sigma_z}{E_z} &= \frac{(\nu_{\theta z}\nu_{r\theta} + \nu_{rz})\varepsilon_r + (1-\nu_{\theta r}\nu_{r\theta})\varepsilon_z + (\nu_{\theta r}\nu_{rz} + \nu_{\theta z})\varepsilon_\theta}{1-\nu_{r\theta}\nu_{\theta r} - \nu_{rz}\nu_{zr} - \nu_{z\theta}\nu_{\theta z} - \nu_{r\theta}\nu_{zr}\nu_{\theta z} - \nu_{z\theta}\nu_{rz}\nu_{\theta r}} \\
\frac{\sigma_\theta}{E_\theta} &= \frac{(\nu_{rz}\nu_{z\theta} + \nu_{r\theta})\varepsilon_r + (\nu_{r\theta}\nu_{zr} + \nu_{z\theta})\varepsilon_z + (1-\nu_{rz}\nu_{zr})\varepsilon_\theta}{1-\nu_{r\theta}\nu_{\theta r} - \nu_{rz}\nu_{zr} - \nu_{z\theta}\nu_{\theta z} - \nu_{r\theta}\nu_{zr}\nu_{\theta z} - \nu_{z\theta}\nu_{rz}\nu_{\theta r}}
\end{aligned} \tag{3.30}$$

응력과 변형율의 관계를 행렬식으로 나타내면 식 (3.31)과 같다.

$$\boldsymbol{\sigma}_1^e = \begin{pmatrix} \sigma_{rr}^e \\ \sigma_{zz}^e \\ \sigma_{\theta\theta}^e \end{pmatrix} = \mathbf{D}_1 \boldsymbol{\varepsilon}_1^e = \mathbf{D}_1 \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^e \\ \varepsilon_{zz}^e \\ \varepsilon_{\theta\theta}^e \end{pmatrix}$$

where

$$\mathbf{D}_1 = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} E_r(1-\nu_{z\theta}\nu_{\theta z}) & E_r(\nu_{z\theta}\nu_{\theta r} + \nu_{zr}) & E_r(\nu_{zr}\nu_{\theta z} + \nu_{\theta r}) \\ E_z(\nu_{\theta z}\nu_{r\theta} + \nu_{rz}) & E_z(1-\nu_{\theta r}\nu_{r\theta}) & E_z(\nu_{\theta r}\nu_{rz} + \nu_{\theta z}) \\ E_\theta(\nu_{rz}\nu_{z\theta} + \nu_{r\theta}) & E_\theta(\nu_{r\theta}\nu_{zr} + \nu_{z\theta}) & E_\theta(1-\nu_{rz}\nu_{zr}) \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

$$A = 1 - \nu_{r\theta}\nu_{\theta r} - \nu_{rz}\nu_{zr} - \nu_{z\theta}\nu_{\theta z} - \nu_{r\theta}\nu_{zr}\nu_{\theta z} - \nu_{z\theta}\nu_{rz}\nu_{\theta r}$$

이방성 물체의 전단 계수(shear modulus) G_{rz} 는 계산하기 위해서는 평면의 각 방향의 변형률을 고려하여야 한다. 그림 3.42 는 평면 응력을 받고 있는 요소를 나타내고 있다.

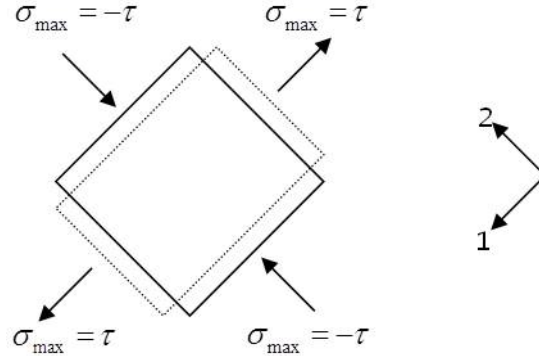


그림 3.42 평면응력을 받고 있는 요소

1-direction에서의 인장응력에 의한 1-direction 변형률과 2-direction에서의 압축응력에 의한 1-direction 변형률은 다음과 같다.

$$\varepsilon_{11}^{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{E_1} = \frac{\tau}{E_1}, \quad \varepsilon_{21}^{\max} = \frac{\nu_{21}\sigma_{\max}}{E_2} = \frac{\nu_{21}\tau}{E_2} \quad (3.32)$$

식 (3.32)를 이용하여 각 방향에서의 변형률을 계산하면 다음과 같다.

$$\varepsilon_1^{\max} = \frac{\tau}{E_1} + \frac{\nu_{21}\tau}{E_2} = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{\nu_{21}}{E_2}\right)\tau, \quad \varepsilon_2^{\max} = \frac{\tau}{E_2} + \frac{\nu_{12}\tau}{E_1} = \left(\frac{1}{E_2} + \frac{\nu_{12}}{E_1}\right)\tau \quad (3.33)$$

그러므로 전단 변형률과 전단 계수는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \gamma &= \varepsilon_{\max}^1 + \varepsilon_{\max}^2 = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{\nu_{21}}{E_2}\right)\tau + \left(\frac{1}{E_2} + \frac{\nu_{12}}{E_1}\right)\tau = \left(\frac{1+\nu_{12}}{E_1} + \frac{1+\nu_{21}}{E_2}\right)\tau \\ \therefore \tau &= \frac{E_1 E_2}{E_1(1+\nu_{21}) + E_2(1+\nu_{12})} \gamma = G\gamma \end{aligned} \quad (3.34)$$

이방성 물체의 최종적인 D 행렬은 식 (3.35)와 같다.

$$\boldsymbol{\sigma}^e = \begin{pmatrix} \sigma_{rr}^e \\ \sigma_{zz}^e \\ \sigma_{\theta\theta}^e \\ \sigma_{rz}^e \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} & & & 0 \\ & \mathbf{D}_1 & & 0 \\ & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^e \\ \varepsilon_{zz}^e \\ \varepsilon_{\theta\theta}^e \\ \gamma_{rz}^e \end{pmatrix} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (3.35)$$

각 좌표방향의 탄성계수와 포아송 비를 결정하기 위하여 구조의 기본적인 가정을 도입한다. 미지수는 탄성계수 3개와 포아송 비 6개로 총 9개이다. constitutive law를 유지하기 위한 탄성계수와 포아송 비의 관계식은 다음과 같다.

$$E_r \nu_{rz} = E_z \nu_{rz}, \quad E_z \nu_{\theta z} = E_\theta \nu_{z\theta}, \quad E_\theta \nu_{r\theta} = E_r \nu_{\theta r} \quad (3.36)$$

케이블의 길이방향 물성치는 강선의 물성치와 동일하지만 케이블의 경우 공극이 20%를 차지하고 있으므로 탄성계수와 z-방향에서 r-, θ -방향으로의 포아송 비 역시 같은 비율로 감소하게 된다.

$$\begin{aligned} E_z &= 0.8 \times 200000 = 160000 \text{ MPa} \\ \nu_{z\theta} = \nu_{zr} &= 0.8 \times 0.3 = 0.24 \end{aligned} \quad (3.37)$$

r-방향과 θ -방향의 물성치는 케이블의 단면에서의 물성치이다. 20%를 이루고 있는 공극의 분포는 모든 위치에 균등하게 분포하고 있다고 가정할 때 r-방향과 θ -방향의 물성치는 동일한 값을 가지게 된다. 그러므로

$v_{r\theta} = v_{\theta r}$, $E_\theta = E_r$ 가 성립하게 되며 이 식과 식 (3.36), 식 (3.37)에 의하여 다음과 같은 관계가 성립하게 된다.

$$v_{z\theta} = v_{\theta z} = \frac{v_{z\theta}}{E_z} E_r = \frac{0.24}{160000} E_r = 1.5 \times 10^{-6} E_r \quad (3.38)$$

케이블의 특성을 반영한 가정에 의하여 일곱 개의 수식을 결정할 수 있으므로 2개의 식을 더 구하는 경우에는 모든 미지수를 구하여 확정적인 해석이 가능해지며 1개의 식만을 더 구하는 경우에는 모든 변수를 결정된 값, 또는 단일 변수에 대한 식으로 나타내고 변수의 분포 가정을 통하여 MCS를 수행할 수 있다. 미지수끼리의 관계식을 구하기 위하여 미소변형에서의 체적 변화(volume change)이론을 이용한다(Gere, 2003).

초기상태에서의 체적이 $V_0 = a \cdot b \cdot c$ 인 물체를 가정한다. 각 좌표로 체적의 변화가 발생하는 경우의 체적은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} V_1 &= (a + a\varepsilon_r)(b + b\varepsilon_z)(c + c\varepsilon_\theta) = V_0(1 + \varepsilon_r)(1 + \varepsilon_z)(1 + \varepsilon_\theta) \\ &= V_0(1 + \varepsilon_r + \varepsilon_z + \varepsilon_\theta + \varepsilon_r\varepsilon_z + \varepsilon_z\varepsilon_\theta + \varepsilon_\theta\varepsilon_r + \varepsilon_r\varepsilon_z\varepsilon_\theta) \end{aligned} \quad (3.39)$$

미소 변형이므로 변형률의 곱차항을 무시하면 체적은 다음과 같다.

$$V_1 = V_0(1 + \varepsilon_r + \varepsilon_z + \varepsilon_\theta) \quad (3.40)$$

이때 체적의 변화량은 체적의 변화량에서 최초의 체적을 뺀 값이며

단위 체적 변화(unit volume change), 또는 팽창률(dilatation)은 체적의 변화를 최초 체적으로 나눈 것으로 정의된다.

$$\begin{aligned}\Delta V &= V_1 - V_0 = V_0(\varepsilon_r + \varepsilon_z + \varepsilon_\theta) \\ e &= \frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_r + \varepsilon_z + \varepsilon_\theta\end{aligned}\quad (3.41)$$

식 (3.41)을 케이블 밴드 내의 케이블 상태에 대입하기 위하여, 밴드 내의 케이블은 밴드 밖으로 벗어나지 못한다는 가정을 도입한다. 그 경우 케이블의 단위 체적 변화는 단면적의 변화율과 동일하게 된다.

$$e = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{\Delta A}{A_0} = \frac{A_{cable} - A_{cable\ band}}{A_{cable}} = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta, \quad \varepsilon_z = 0 \quad (3.42)$$

축대칭 요소이므로 외부 하중은 $\sigma_r = \sigma_\theta = p_0$ 로 밴드의 체결에 의한 압력과 동일하다. 식 (3.42)에 식 (3.36) ~ 식 (3.38)을 대입하면 단위 체적 변화는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}e_A &= \frac{\Delta A}{A_0} = \frac{r_{cable}^2 - r_{cable\ band}^2}{r_{cable}^2} = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta \\ &= \frac{1 - \nu_{r\theta}}{E_r} \sigma_r - \frac{\nu_{zr} + \nu_{z\theta}}{E_z} \sigma_z + \frac{1 - \nu_{\theta r}}{E_\theta} \sigma_\theta \\ &= \frac{2(1 - \nu_{r\theta})}{E_r} p_0 - \frac{2\nu_{zr}}{E_z} \sigma_z = \frac{2(1 - \nu_{r\theta})}{E_r} p_0 - \frac{0.48}{160000} \sigma_z \\ &= \frac{2(1 - \nu_{r\theta})}{E_r} p_0 - 0.000003 \sigma_z\end{aligned}\quad (3.43)$$

여기서 e_A 는 케이블의 단면적의 변화율, p_0 는 밴드의 체결압을 의미한다. z-방향 응력의 항은 미소량이므로 무시하고 정리하면 E_r 과 $\nu_{r\theta}$ 의 관계식을 도출할 수 있다.

$$E_r = \frac{2(1-\nu_{r\theta})}{e_A} p_0 \quad (3.44)$$

그러므로 각 탄성계수와 포아송 비를 $\nu_{r\theta}$ 에 대하여 나타내면 최종적인 관계는 표 3.32 와 같다. 케이블의 경우 길이방향을 기준으로 회전각의 방향에서는 모두 동일한 물성치를 가진다. 또한 케이블 밴드에 의하여 케이블이 압축되는 형상은 회전 방향으로 모두 동일한 하중이 가해지게 되므로 이러한 모델을 가장 잘 나타낼 수 있는 해석 요소는 축대칭 요소이다.

표 3.32 이방성 성질을 가지는 케이블의 물성치

	탄성계수 (MPa)	포아송 비		
		r	z	θ
r	$\frac{2(1-\nu_{r\theta})p_0}{e_A}$	/	$\frac{3(1-\nu_{r\theta})p_0}{10^6 e_A}$	$\nu_{r\theta}$
z	160000		0.24	0.24
θ	$\frac{2(1-\nu_{r\theta})p_0}{e_A}$		$\nu_{r\theta}$	$\frac{3(1-\nu_{r\theta})p_0}{10^6 e_A}$

이 연구에서는 축대칭 요소를 통한 유한요소법(FEM)을 사용하여 케이블 밴드 부에서의 밴드에 의한 케이블의 압축과 응력의 발생을 파악한다. 축대칭 요소의 수식은 아래와 같다.

General displacement function

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}^e \\ \mathbf{w}^e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ w_i \\ u_j \\ w_j \\ u_m \\ w_m \end{Bmatrix}^e \quad (3.45)$$

where N_i, N_j, N_m is shape functions

Shape function

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{2A}(\alpha_i + \beta_i r + \gamma_i z) \\ N_j &= \frac{1}{2A}(\alpha_j + \beta_j r + \gamma_j z) \\ N_m &= \frac{1}{2A}(\alpha_m + \beta_m r + \gamma_m z) \end{aligned} \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} \alpha_i &= r_j z_m - z_j r_m & \alpha_j &= r_m z_i - z_m r_i & \alpha_m &= r_i z_j - z_i r_j \\ \text{where } \beta_i &= z_j - z_m & \beta_j &= z_m - z_i & \beta_m &= z_i - z_j \\ \gamma_i &= r_m - r_j & \gamma_j &= r_i - r_m & \gamma_m &= r_j - r_i \end{aligned}$$

Strain-displacement relation

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\varepsilon}^e &= \begin{pmatrix} \varepsilon_{rr}^e \\ \varepsilon_{zz}^e \\ \varepsilon_{\theta\theta}^e \\ \gamma_{rz}^e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u^e}{\partial r} \\ \frac{\partial v^e}{\partial z} \\ \frac{u^e}{r} \\ \frac{\partial u^e}{\partial z} + \frac{\partial v^e}{\partial r} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial r} & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_j}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_m}{\partial z} \\ \frac{N_i}{r} & 0 & \frac{N_j}{r} & 0 & \frac{N_m}{r} & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial r} & \frac{\partial N_j}{\partial z} & \frac{\partial N_j}{\partial r} & \frac{\partial N_m}{\partial z} & \frac{\partial N_m}{\partial r} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ w_i \\ u_j \\ w_j \\ u_m \\ w_m \end{Bmatrix}^e = \mathbf{B}\mathbf{U}^e
 \end{aligned} \tag{3.47}$$

Element stiffness matrix

$$\mathbf{k} = \iiint_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dV = \iint_A [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] r dr dz = 2\pi r A [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] \tag{3.48}$$

Surface force

$$\mathbf{f}_s = \pi r z \{\mathbf{p}\} \tag{3.49}$$

케이블에 가해지는 하중은 케이블 밴드가 둘러싸고 있는 부분에서 겉 표면에 케이블을 압축시키는 방향으로 가해지게 된다. 이는 θ 방향으로는 항상 동일하며 z 방향과 r 방향에 대해서만 영향을 미치므로 식

(3.50)과 같이 표현되게 된다. 또한 응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\sigma\} = [D][B]U \quad (3.50)$$

케이블 모델링에서 케이블 압축방향의 강성은 실 교량에서 압축응력 (케이블 밴드의 내압)과 그에 따른 변위량을 역산하여 계산하게 된다. 케이블 밴드의 내압은 밴드를 체결하는 볼트에 걸리는 축력을 측정하여 계산하게 된다. 그러나 내압은 전체 볼트 체결력을 밴드의 내면적으로 나누어 계산하는 것이므로 실제로 그 내압이 케이블과 케이블 밴드가 접하는 모든 단면에서 균등하게 분포되지는 않는다.

케이블을 감싸는 밴드에 의하여 케이블에 압축력이 발현되는 이유는 케이블 밴드의 내부 직경이 케이블의 직경보다 작기 때문이다. 케이블의 압축력에 비하여 훨씬 큰 강성을 가지는 밴드는 강체로 거동하는 것으로 가정하여 해석이 되므로 케이블의 압축은 밴드의 직경만큼 동일한 변위가 발생하게 된다. 또한 해석을 수행하여 밴드의 평균적인 내압을 외부의 동일한 분포하중으로 치환하여 해석한 결과를 분석해보면 케이블과 케이블 밴드가 접하는 모든 면에서 동일한 변위를 보이지 않는 것으로 나타난다. 그러므로 밴드에 가해지는 하중을 모델링 하는 방법으로 *pre-described displacement*를 가하는 방법을 사용하였다. 실 교량에 케이블 밴드를 시공함에 있어서 내압이 균등하게 분포하는가 하는 점은 확인할 수

없으나 밴드의 직경만큼 케이블의 압축이 발생하게 되므로 그 변위는 확정적이라고 할 수 있기 때문이다. 그러므로 실제 현상을 정확히 반영한 해석을 수행하기 위하여 하중제어가 아닌 변위제어의 방법을 선택하였다.

모델의 유한요소 해석을 위해서는 초기변위에 의해 발생하는 지점의 변위를 계산하여 동일한 변위를 발생시키는 외부하중을 계산하여야 한다. 이러한 방법으로 외부하중이 계산되면 초기 모델에 하중을 가하여 해석을 수행하게 된다. 변위제어를 위하여 변위를 known displacement(변위제어), unknown displacement, 그리고 지점으로 구분하고 하중은 known displacement의 지점에 r 방향으로만 작용하는 것으로 가정하여 해석한다. 이때의 강성도 행렬은 다음과 같다.

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{p}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k}_1 & \mathbf{k}_2 & \mathbf{k}_5 \\ \mathbf{k}_3 & \mathbf{k}_4 & \mathbf{k}_6 \\ \mathbf{k}_7 & \mathbf{k}_8 & \mathbf{k}_9 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_0 \\ \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (3.51)$$

\mathbf{u}_0 = known displacement

where \mathbf{u}_1 = unknown displacement

\mathbf{p} = external force

여기서 미지수는 \mathbf{u}_1 과 \mathbf{p} 가 된다. 식 (3.51)의 행렬을 계산하면 다음과 같은 연립방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_1 \mathbf{u}_0 + \mathbf{k}_2 \mathbf{u}_1 &= \mathbf{p}, \mathbf{k}_3 \mathbf{u}_0 + \mathbf{k}_4 \mathbf{u}_1 = \mathbf{0} \\ \therefore \mathbf{u}_1 &= -\mathbf{k}_4^{-1} (\mathbf{k}_3 \mathbf{u}_0), \mathbf{p} = \mathbf{k}_1 \mathbf{u}_0 + \mathbf{k}_2 \mathbf{u}_1 \end{aligned} \quad (3.52)$$

이때 케이블의 압축에 대한 탄성계수는 실교량에서의 측정에서 얻어진 압력과 케이블 밴드와 케이블의 직경의 차이인 압축변위를 이용하여 계산하게 된다. 압축에 대한 케이블의 겉보기 탄성계수는 실제 소선의 탄성계수인 200GPa과 비교하여 상당히 작은 값을 나타내는데 이는 케이블 내에 분포되어 있는 공극 때문으로 추정된다. 실제 현수교의 주케이블은 공극이 일반부에서 케이블 겉보기 단면적의 20%를 차지하고 있으며 밴드부에서 밴드에 의한 압축이 이루어진 이후에는 18%로 줄어드는 것으로 계산하고 있다. 각각 경우의 단면적과 유효 단면적을 계산해보면 압축량은 케이블의 압축 때문이 아니라 대부분 공극이 줄어드는 양으로 계산되고 있음을 알 수 있다. 즉, 압축에 의한 강성이 발현되는 이유는 실질적으로 소선끼리의 마찰력 때문이라고 할 수 있으며 소선의 압축량은 미미하다고 판단된다.

식 (3.52)를 바탕으로 표 3.32 의 물성치를 대입하여 해석을 수행하면 케이블 밴드 내부와 주변의 케이블의 응력 발생을 파악할 수 있다.

FEM기법을 도입함에 있어서 가장 기본적인 CST요소를 사용하여 해석을 수행하였다. 이 경우 계산에서는 상당히 간단하고 해석시간의 절약에 큰 도움을 주게 되지만 Q8이나 LST 등의 요소를 사용하는 방법에 비

교하여 요소를 더욱 나누어야 하며 그 응력의 수렴성에 의문이 생기게 된다. 이러한 수렴성을 검증하기 위하여 동일한 크기의 구조물에 대해서 요소 분할에 따른 응력의 수렴 정도를 평가한 결과 r, z 방향 각각 8개 이상의 요소로 분할하는 경우 변위는 수렴하여 결과값에 영향을 주지 않는 것을 확인하였다.

3.5.2 케이블 밴드에서의 밴드 압축에 대한 가정 및 이론의 적용

위에서 제시한 가정과 해석 기법을 적용하여 실 교량 예제에 대입해 보았다. 대입할 교량은 다른 연구에서와 마찬가지로 이순신대교, 울산대교, 그리고 새천년대교의 타점세들에서 가장 가까운 위치에 있는 주케이블 상의 케이블 밴드이다. 각 교량의 케이블 밴드에서의 밴드 압축에 의한 2차응력의 발생량을 계산하기 위하여 케이블 밴드의 제원에 맞추어 축대칭 요소를 이용한 모델링을 수행한다.

밴드 내부에 존재하는 케이블 중 케이블 밴드의 끝 단과 접촉하고 있는 부분의 케이블은 밴드의 압축과 마찰에 의하여 밴드 외부로 벗어나지 못한다는 가정으로 연구를 진행하였다. 그러므로 케이블과 밴드가 접촉하는 부분의 z 방향 변위를 고정하고, 밴드와 케이블의 직경의 차이의 절반만큼 압축변형이 생기는 것으로 해석 모델을 잡게 된다. 케이블 밴드와 주변 케이블의 제원은 표 3.33 과 같다.

표 3.33 교량의 케이블 밴드부 제원

	이순신대교	울산대교	새천년대교
대상 밴드	CB-15(BD20)	Type 1(B01)	Type41(B11)
밴드 두께(mm)	34.0	34.0	21.0
밴드 길이(mm)	2570.0	1640.0	1760.0
밴드 유효길이(mm)	2500.0	1640.0	1760.0
케이블 직경(mm)	679.6	523.0	300.0
밴드 직경(mm)	671.3	516.0	297.0
적용 내압(MPa)	8.66	10.44	11.63
압축 변위(mm)	4.15	3.50	1.50

표의 제원을 바탕으로 축대칭 해석을 위한 모델을 구성하였다. 케이블 요소는 밴드 길이의 7배로 모델링하여 응력소산이 충분히 이루어지도록 하였으며 반경은 8등분, 길이방향은 70등분으로 나누어 해석을 수행하였다. 그러므로 총 구성 절점은 1199개, 구성 요소는 2240개가 된다.

각 교량에서 케이블의 직경과 밴드의 직경의 차이의 절반을 압축 변위로 하여 케이블 밴드 내부에 위치하는 케이블에서 r방향으로의 초기 변위를 재하한다. 각 교량 케이블 밴드의 모델링과 경계조건은 표 3.33을 반영하여 유한요소 모델을 구성하고 해석을 수행하였다.

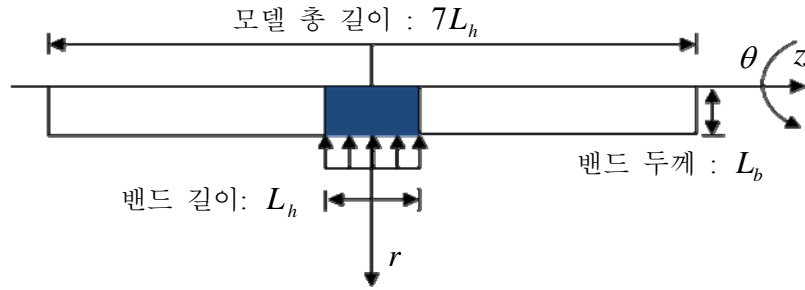


그림 3.43 케이블 밴드와 주변 케이블의 모델링

Boundary Condition

$$u_r = 0 \quad \text{at } z = 0$$

$$u_z = 0 \quad \text{at } r = 0, z = 0$$

$$u_z = 0 \quad \text{at } r = L_b, \quad -0.5L_b \leq z \leq 0.5L_b$$

각 교량의 압축변위와 밴드 압축에 의한 압력을 기반으로 MCS를 수행하며 이때 확률변수는 $v_{r\theta}$ 가 된다. 소선과 같은 일반적인 강재에서 포아송 비는 0.3의 값을 가지며, 0보다 작은 값을 가지지 않는다. 포아송 비가 음수라는 것은 한 방향에서 압축력을 가할 때 다른 방향에서도 압축이 발생한다는 의미이기 때문이다. 그러나 $v_{r\theta}$ 는 공극이 포함되어 있는 케이블의 단면에서의 포아송 비이므로 명확한 값을 계산하려면 실험이 동반되어야 하며, 실험에서도 소선의 분포 형태에 따라서 매번 다른 값을 나타내게 될 것이다. 그러므로 하한 값 0과 상한 값 0.3의 중간 값인 0.15를 평균으로 가정하고 하한, 상한까지의 거리인 0.15를 3σ , 4σ , 5σ 로 하는 정규분포로 가정하여 각 분포에 따라 10000회의 MCS를 수

행한다. MCS의 결과가 도출되면 r -, z -방향의 응력의 분포를 계산할 수 있다. 이 결과 중 z -방향의 최대 응력을 나타내는 지점에서의 응력 분포를 케이블 밴드의 압축에 의해 발생하는 케이블 길이 방향의 2차응력으로 제시하고 분포특성을 살펴보았다.

표 3.34 이순신대교 케이블 밴드: 2차응력의 분포특성

2차응력 분포특성	3σ	4σ	5σ
평균 (MPa)	11.01	11.02	11.02
표준편차 (10^{-1} MPa)	5.16	3.87	3.09
CoV	4.68	3.51	2.81

표 3.35 울산대교 케이블 밴드: 2차응력의 분포특성

	3σ	4σ	5σ
평균 (MPa)	13.61	13.62	13.62
표준편차 (10^{-1} MPa)	6.45	4.84	3.87
CoV	4.74	3.55	2.84

표 3.36 새천년대교 케이블 밴드: 2차응력의 분포특성

	3σ	4σ	5σ
평균 (MPa)	10.15	10.15	10.16
표준편차 (10^{-1} MPa)	4.14	3.11	2.48
CoV	4.08	3.06	2.45

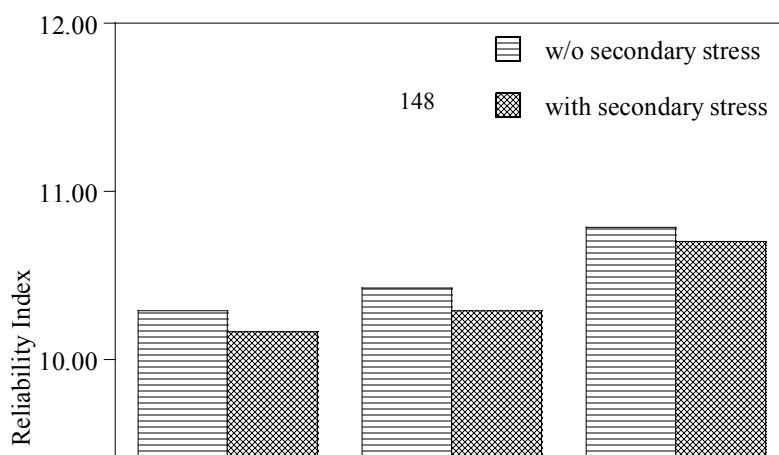


그림 3.44 밴드압축에 대한 신뢰도평가 결과

해석 결과 구해진 2차응력의 분포는 정규분포이며 각 예제 교량에서의 케이블 길이 방향 2차응력의 분포 특성과 신뢰도평가를 수행한 결과를 그림 3.44 에 나타내었다. 신뢰도평가의 결과, 포아송 비의 범위는 오차범위 이내에서 신뢰도지수에 거의 영향을 미치지 않음을 확인하였다. 그러므로 포아송비의 평균에 따라 변동하는 신뢰도지수는 이 연구에서 고려한 표준편차의 범위에 상관없이 동일하게 계산되며 이 값은 모든 교량에서 매우 작은 하락을 보이고 있다.

또한 r 방향 응력은 케이블 밴드 내부에 위치한 케이블에서는 외부 하중으로 작용하는 밴드 압축응력에 근접하는 응력을 받고 있는 것으로

나타난다. 다만 밴드를 넘어서면서 빠르게 소산되면서 약 1m이후에서는 1%이하의 잔류응력만 남게 된다. z방향 응력은 케이블 밴드 내부에서 최대 5~7MPa의 응력이 발생하고 있는데 이는 포아송 비의 영향으로 밴드 외부로 밀려나야 되는 케이블이 밴드와의 마찰로 인해 밀려나지 못하면서 생기는 응력이라고 할 수 있다. z방향의 응력 역시 밴드 바깥의 영역에서는 빠르게 소산되면서 1m 이후에는 1%이하의 응력만 남게 된다. 그러므로 케이블 밴드의 압축에 의한 2차응력의 발생은 케이블 밴드와 케이블 밴드 주변의 케이블에만 영향을 미치며 그 크기도 매우 작다는 것을 알 수 있다.

4. 2차응력의 안전율 및 신뢰도평가 기반 분석

현수교의 경우 기존의 국내 교량의 설계는 주케이블의 안전율을 2.5로 적용하여 설계를 수행하였다. 이러한 안전율의 값은 일본 혼슈시코쿠 연락교 상부구조설계기준(1980)에 인장강도에 대하여 2.5의 안전율을 사용한다고 명시되어 있으므로 이 값을 따라 설계에 반영하고 있다. 국내에서도 특수교량의 설계 및 제작지침 연구(2001) 등에서 이러한 일본 시방서의 내용을 반영하고 있다. 2.5의 안전율은 2차응력의 발생 등 불확실한 하중의 영향을 감안하여 정한 값으로 2차응력을 포함한 케이블의 최대응력은 공칭인장강도에 대하여 약 2.0의 안전율을 갖는다는 것이 명시되어 있다. 그러나 교량의 장대화 등으로 인하여 2.5의 안전율을 대입하는 경우 싱글케이블을 더블케이블로 시공해야 하는 경우도 발생하며 경제적인 문제, 구조물의 복잡성으로 인한 시공의 어려움 등이 발생하고 있으므로 국제적으로는 이러한 케이블의 안전율을 낮추려는 시도가 이루어지고 있다. 그러나 안전율을 낮추기 위해서는 그 안정성에 대한 정확한 분석이 이루어져야 하며 불확실한 하중에 대한 연구가 선행되어야 한다.

2차응력을 발생시키는 원인에는 많은 요인이 있으며 각 요인에 따라 발생하는 2차응력의 양은 개별적인 교량의 형태에 따라 달라지게 된다. 또한 교량에 두 가지 이상의 2차응력의 발생요인이 동시에 작용하는 경

우 그 영향은 개별적인 2차응력 발생결과의 산술적인 합과는 다른 결과를 나타내게 되며 그러므로 각 2차응력 발생 원인의 결과와 함께 원인의 조합에 따른 결과를 함께 살펴보는 것이 중요하다. 이러한 2차응력의 불확실성을 밝히기 위하여 이 연구에서는 개별적인 2차응력 발생 요인에 대한 연구 결과를 3장에 제시하였다. 이러한 결과는 실교량의 하중을 반영한 케이블의 물성치를 기준으로 해석이 수행된 결과이다.

4장에서는 개별적으로 제시된 2차응력 요인을 교량에 복합적으로 적용하여 케이블의 안전에 어떠한 영향을 미치는지 살펴본다. 또한 실교량 하중의 경우와 안전율 2.5, 2.2, 2.0 각각의 경우에 계산되는 신뢰도지수와, 2차응력을 고려하는 경우의 해석 결과를 분석하고, 교량의 타 부재의 신뢰도지수의 수준과 비교하여 그 합리성을 판단한다.

스트랜드의 길이차이에 의하여 발생하는 응력의 경우, 전체 장력의 합을 보면 2차응력이 발생하지 않지만 최대 장력이 발생하는 스트랜드를 대상으로 해석한 결과에서는 그 영향이 크게 발생하고 있다. 연구의 기본 가정은 가장 불리한 조건으로 발생하는 2차응력을 전제하는 것이므로 최대 장력 스트랜드의 장력이 전체 스트랜드에 동일하게 발생한다고 가정하는 경우를 살펴보아야 한다. 그러나 이러한 경우는 실제로는 발생할 수 없는 상태라고 할 수 있으므로 이후의 분석은 스트랜드 길이차이의 영향을 포함하는 경우와 포함하지 않는 경우로 나누어 평가하도록 한다.

4.1 실교량 해석 결과를 반영한 안전율 및 신뢰도평가

현수교를 구성하는 요소 중 거더의 경우 적용되는 안전율은 1.5~2.0이며 고정하중과 활하중으로 구성되는 하중조합에 의한 목표 신뢰도지수는 3~4를 타깃으로 한다. 그러나 케이블의 경우 안전율은 일반적으로 2.5가 적용되며 신뢰도지수는 대부분의 교량에서 12이상의 값이 주어지게 된다. 현수교 주케이블의 안전율이 높은 원인에는 케이블이 현수교를 구성하는 전체 구조물 중에서 그만큼 중요한 부재라는 이유도 있지만 다른 구성요소와 달리 2차응력과 같이 명확하게 밝혀지지 않았지만 안전성에 영향을 주는 하중에 대한 불확실성이 존재하기 때문이다.

이러한 2차응력의 전체 영향을 살펴보기 위해서는 개별적인 응력을 단일 응력으로 치환하여 살펴볼 필요가 있다. 이 논문에서 고려한 2차응력의 요인은 공통적으로 적용되는 케이블의 스트랜드 별 길이차이와 탑정새들에서의 케이블 휨, 탑정새들 출구에서의 케이블 꺾임각, 케이블 밴드 출구에서의 케이블 꺾임각, 그리고 케이블 밴드의 압축에 의한 영향 등 다섯 가지 요인이다. 각 교량에서 발생하는 응력 요인이 복합적으로 발생하는 경우를 대상으로 응력의 합을 계산하여 보았다. 새천년대교의 경우 중앙주탑 부분과 측주탑 부분을 비교하면 새들부에서는 중앙주탑에서, 케이블 밴드부에서는 측주탑에서 신뢰도지수의 하락이 크게 나타나

므로 각각에 대하여 가장 위험한 구간을 대상으로 평가를 진행하였으며 또한 각 위치에서 2차응력이 복합적으로 발생하는 경우에 신뢰도평가를 수행하고 그 결과를 분석하였다.

4.1.1 스트랜드 길이차이의 영향 불포함 조건

스트랜드 길이차이의 영향을 포함하지 않는 경우 탐정 새들과 케이블 밴드에서의 2차응력 해석 결과로 계산된 2차응력의 크기, 1차응력과 2차응력의 합과 공칭인장강도와의 비를 표 4.1 과 표 4.2 에 나타내었다. 각 교량은 이순신대교 1860MPa, 울산대교와 새천년대교 1960MPa의 공칭인장강도를 가지므로 안전율 2.5를 기준으로 하면 이순신대교의 허용응력은 744MPa, 그리고 나머지 두 교량은 784MPa이 된다.

케이블 밴드에서의 응력에 비하여 새들에서는 더 큰 응력이 발생하고 있으며 그러므로 가장 불리한 상태로 해석한다는 가정을 고려하면 새들에서의 해석 결과가 교량에서 발생할 수 있는 2차응력의 최대값이라고 할 수 있다. 2차응력을 포함한 응력비가 50%를 넘는다는 것은 2차응력을 고려하는 경우에 안전율이 2보다 작다는 것을 의미한다. 현행 현수교 주케이블의 안전율은 2차응력을 고려하지 않는 경우 2.5를, 그리고 2차응력을 고려하는 경우 2.0을 대입한다는 일본 본주사국의 기준을 따르고 있으며 이 연구의 결과는 2차응력의 최대값의 경우에도 현재의 규정에 부

표 4.1 새들에서의 2차응력의 크기 및 응력비(스트랜드 요인 제외)

	이순신대교	울산대교	새천년대교
공칭인장강도 (MPa)	1860.00	1960.00	1960.00
1차응력 (MPa)	738.75	728.82	719.48
2차응력 (MPa)	188.63	204.98	258.86
응력 합 (MPa)	927.38	933.80	978.34
응력 합/공칭인장강도(%)	49.86	47.64	49.92

표 4.2 케이블 밴드에서의 2차응력의 크기 및 응력비(스트랜드 요인 제외)

	이순신대교	울산대교	새천년대교
공칭인장강도 (MPa)	1860.00	1960.0	1960.00
1차응력 (MPa)	738.12	728.01	718.78
2차응력 (MPa)	98.67	89.74	240.42
응력 합 (MPa)	836.79	817.75	959.20
응력 합/공칭인장강도(%)	44.99	41.72	48.94

부합하는 결과를 나타내고 있다.

탐정 새들과 케이블 밴드 위치에서 발생하는 각각의 2차응력 분포를 복합적으로 적용하여 신뢰도평가를 수행한 결과는 그림 4.1 과 그림 4.2 에 나타내었다. 결과를 보면 탐정 새들부에서 스트랜드의 영향을 제외할 때 대략 8의 신뢰도지수가 구해진다는 것을 고려하면 여전히 거더의 파괴확률이 케이블에 비하여 10^{10} 배 이상 크다는 의미이며 이러한 파괴확률은 현수교의 경우 케이블의 파괴를 고려할 필요가 없다는 것을 나타낸

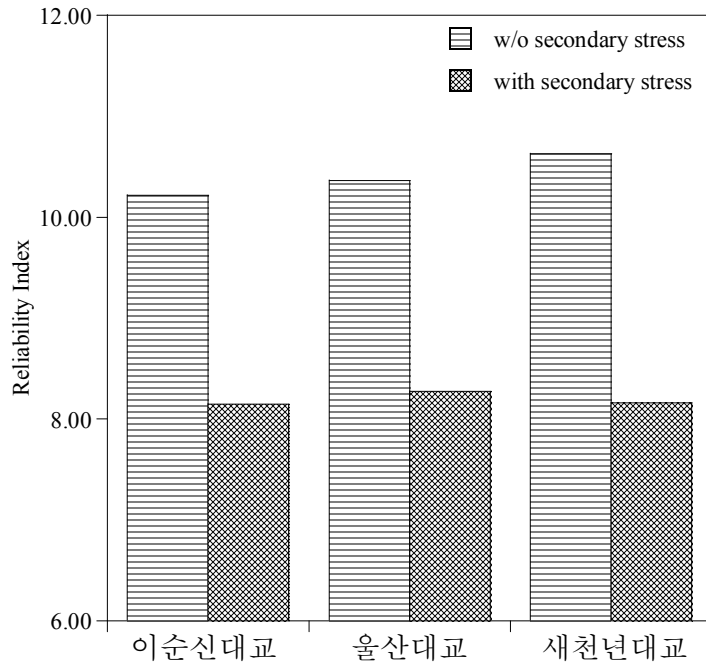


그림 4.1 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외)

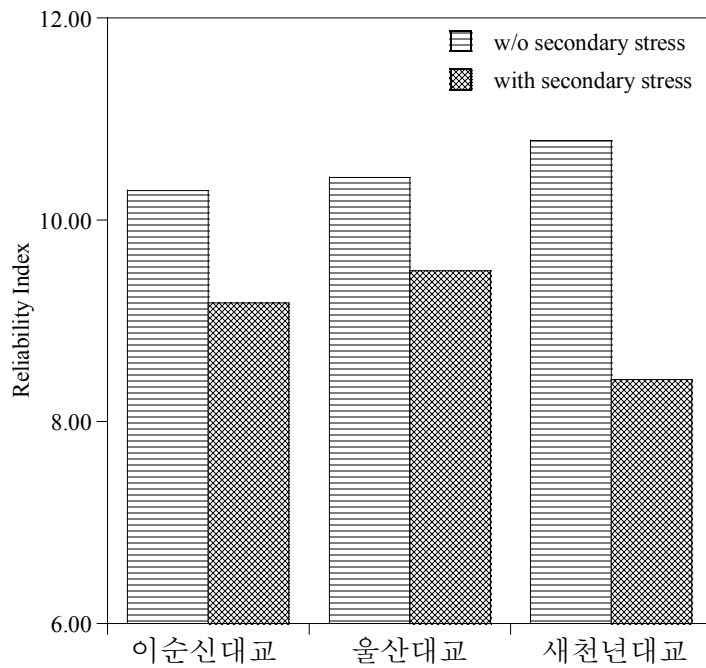


그림 4.2 케이블 밴드에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외)

표 4.3 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외)

	이순신대교	울산대교	새천년대교
2차응력 제외	10.22	10.36	10.61
2차응력 포함	8.15	8.28	8.31
차이	2.07	2.09	2.30

표 4.4 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외)

	이순신대교	울산대교	새천년대교
2차응력 제외	10.29	10.42	10.79
2차응력 포함	9.18	9.50	8.42
차이	1.11	0.92	2.37

다. 케이블에 파괴에 가까운 하중이 가해지는 경우 케이블이 아닌 주탑이나 거더 등의 타 부재에서 먼저 파괴가 발생하기 때문이다. 케이블 밴드 부에서는 새천년 대교를 제외하면 대략 1의 신뢰도지수 하락이 나타나고 있으며, 새천년대교에서만 3주탑 현수교의 특성으로 인하여 2이상의 신뢰도지수 하락이 보이고 있다. 그러나 새들에서의 신뢰도지수보다는 높은 값을 보이고 있으므로 역시 가장 파괴확률이 높은 지점은 새들부가 될 것이다.

4.1.2 스트랜드 길이차이의 영향 포함 조건

스트랜드 길이차이의 영향을 포함하는 경우 탐정 새들과 케이블 밴

드에서의 2차응력 해석 결과로 계산된 2차응력의 크기, 1차응력과 2차응력의 합과 공칭인장강도와의 비를 표 4.5 와 표 4.6 에 나타내었다.

역시 케이블 밴드부에 비하여 새들에서 더 큰 응력이 발생하고 있으며 그러므로 가장 불리한 상태로 해석한다는 가정을 고려하면 새들에서의 해석 결과가 교량에서 발생할 수 있는 2차응력의 최대값이라고 할 수 있다. 이 경우 울산대교의 케이블 밴드부를 제외하면 2차응력을 포함한 응력비가 모두 50%를 넘고 있으며 만약 스트랜드의 길이차이를 고려하는 경우 안전율이 2보다 작게 설계되었다는 것을 의미한다. 그러나 전술한 바와 같이 스트랜드 길이차이에 의한 장력은 모든 스트랜드에서 계산되어 나오며, 그 중 최대의 장력이 발생하는 스트랜드의 장력이 모든 스트랜드에 발생한다고 가정하여 응력을 계산한 것이다. 이 경우가 가장 불리한 경우라고 할 수는 있으나 각 스트랜드에 발생하는 장력은 상호 영향을 주고받으며 무응력 길이의 상대적인 차이에 의하여 장력이 결정

표 4.5 새들에서의 2차응력의 크기 및 응력비(스트랜드 요인 포함)

	이순신대교	울산대교	새천년대교
공칭인장강도 (MPa)	1860.00	1960.00	1960.00
1차응력 (MPa)	738.75	728.82	719.48
2차응력 (MPa)	292.34	320.64	326.60
응력 합 (MPa)	1031.09	1049.46	1046.08
응력 합/공칭인장강도(%)	55.43	53.54	53.37

표 4.6 케이블 밴드에서의 2차응력의 크기 및 응력비(스트랜드 요인 포함)

	이순신대교	울산대교	새천년대교
공칭인장강도 (MPa)	1860.00	1960.00	1960.00
1차응력 (MPa)	738.12	728.01	718.78
2차응력 (MPa)	202.37	205.40	308.15
응력 합 (MPa)	940.49	933.41	1026.93
응력 합/공칭인장강도(%)	50.56	47.23	52.39

되게 되므로 모든 스트랜드에서 가정과 같이 최대 장력이 발생하는 상황은 실제 현상에서는 발생할 수 없는 응력상태이다.

표 4.7 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 포함)

	이순신대교	울산대교	새천년대교
2차응력 제외	10.22	10.36	10.61
2차응력 포함	6.59	6.72	7.20
차이	3.63	3.64	3.40

표 4.8 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 포함)

	이순신대교	울산대교	새천년대교
2차응력 제외	10.29	10.42	10.79
2차응력 포함	7.49	7.81	7.31
차이	2.80	2.62	3.48

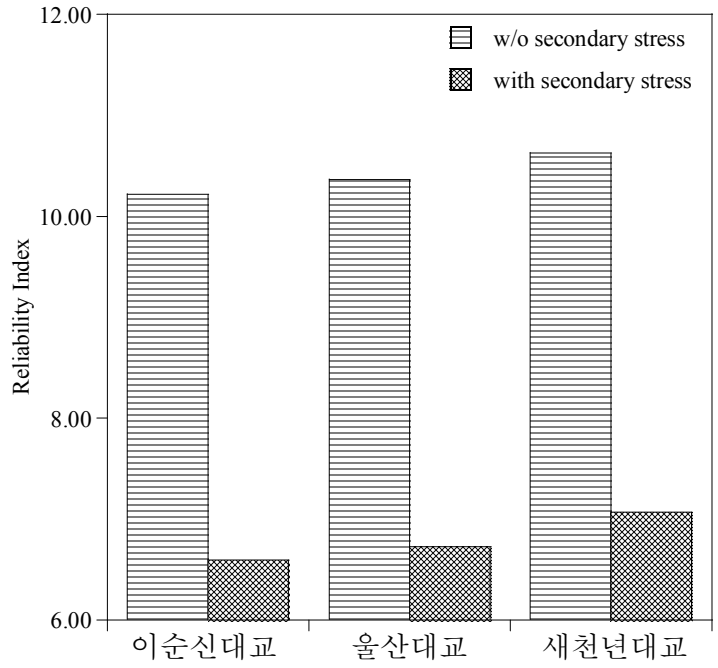


그림 4.3 새들에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 포함)

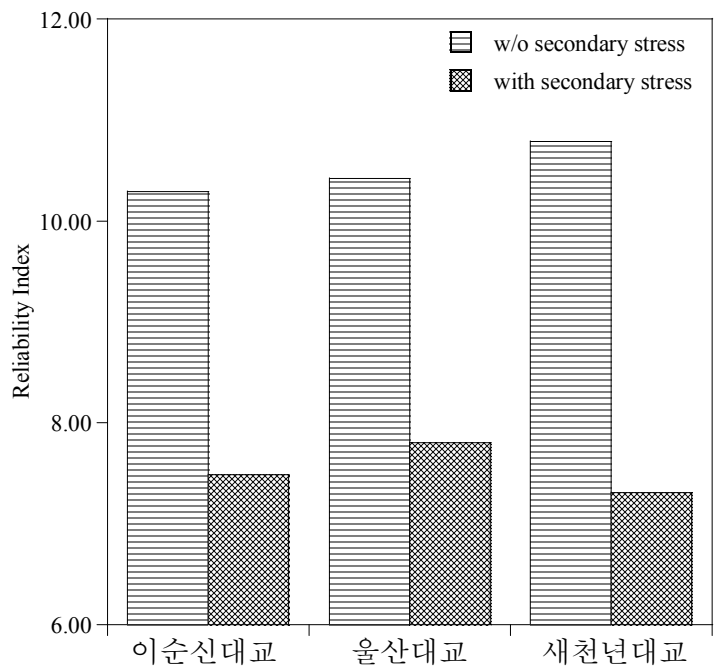


그림 4.4 케이블 밴드에서의 신뢰도지수(스트랜드 요인 포함)

그림 4.3 과 그림 4.4 는 탐정 새들과 케이블 밴드 위치에서 발생하는 각각의 2차응력 분포를 스트랜드 요인의 영향을 포함하여 복합적으로 적용하고 신뢰도평가를 수행한 결과이다. 결과를 보면 탐정 새들부에서 스트랜드의 영향을 제외할 때 대략 7의 신뢰도지수가 구해지고 있으며 케이블 밴드 부에서는 새천년 대교를 제외하면 대략 2.7의 신뢰도지수 하락이, 새천년대교에서는 3.5정도의 하락이 나타나고 있다. 이러한 결과는 삼주탑 현수교의 주탑에서는 하중에 의하여 케이블의 꺾임이 과도하게 발생할 수 있음을 시사하고 있다.

4.2 요구저항강도에 대한 신뢰도평가

4.1절의 연구는 각 교량에 따라 실제 하중에 의하여 발생하는 장력을 대상으로 현수교 주케이블의 신뢰도평가를 수행한 결과이며 각 교량의 설계 조건에 따라 동일한 안전율(S.F., Safety Factor)을 반영한 결과와는 차이가 있다. 그러므로 구조물의 허용응력설계법 상의 안전율과의 비교를 위하여 실 교량에 발생하는 장력에 안전율을 곱하여 요구저항강도를 설정하고 이에 따른 신뢰도평가를 수행한다. 이때의 신뢰도지수를 실제 설계 저항강도 하에서 계산된 신뢰도지수와 비교한다.

안전율에 따른 신뢰도평가에서는 구조물의 강성이나 좌표 등의 모델을 유지한 상태에서 그 저항강도만을 안전율에 맞추어 변동시키고 신뢰도지수를 계산하게 된다. 즉, 해석에서 계산되는 케이블 장력에 안전율을 곱하여 요구저항강도를 계산하는 방식으로 목표신뢰도지수를 계산하는 방법과 동일한 기법을 이용하였다.

교량 형식에서 2주탑 3경간의 보편적인 형태를 가지는 이순신대교를 대상으로 하였으며 케이블 밴드에서보다 새들에서 파괴확률이 더 크게 계산되는 4.1절의 연구 결과를 반영하여 새들을 대상으로 하였다. 스트랜드 길이차이의 영향을 포함하는 경우와 포함하지 않는 경우로 나누어 확인하였다. 실제 설계 저항강도와 각 안전율에 따른 요구저항강도를 대입하여 신뢰도평가를 수행한 결과를 표 4.9 및 4.10 에 나타내었다.

표 4.9 안전율에 따른 신뢰도지수(스트랜드 요인 제외)

신뢰도지수	Real Resistance	S.F. 2.5	S.F. 2.2	S.F. 2.0
2차응력 제외	10.22	10.15	8.85	7.88
2차응력 포함	8.15	8.07	6.73	5.74
차이	2.07	2.07	2.12	2.15

표 4.10 안전율에 따른 신뢰도지수(스트랜드 요인 포함)

신뢰도지수	Real Resistance	S.F. 2.5	S.F. 2.2	S.F. 2.0
2차응력 제외	10.22	10.15	8.85	7.88
2차응력 포함	6.59	6.52	5.18	4.19
차이	3.63	3.63	3.67	3.69

안전율이 감소함에 따라 2차응력을 제외한 신뢰도지수 역시 감소하고 있으나 2차응력의 영향으로 감소하는 신뢰도지수는 스트랜드 요인을 제외하는 경우 약 2.1, 스트랜드 요인을 포함하는 경우 약 3.6의 하락을 보이고 있으며 안전율에 따라 약간의 차이가 있지만 일정한 값을 유지하고 있음을 알 수 있다.

또한 비교할 수 있는 수치가 빈약하므로 확정적인 결론은 이르지만 2차응력을 포함한 안전율 2.5에서의 신뢰도지수가 스트랜드 요인을 제외하는 경우 8.07, 스트랜드 요인을 포함하는 경우 6.59로 계산되며 2차응력을 제외한 안전율 2.0의 신뢰도지수가 7.88이 나오는 것으로 보아 스트랜드 요인을 제외하는 경우가 신뢰도지수의 최대값, 스트랜드 요인을 포

합하는 경우가 신뢰도지수의 최소값의 경계를 이루며 신뢰도평가를 통한 2차응력의 영향은 안전율로 환산하는 경우 대략 0.5의 크기를 보이고 있다는 것을 알 수 있다.

5. 결론 및 추후 연구과제

현수교 케이블에 작용하는 2차응력은 케이블의 안정성에 중요한 영향을 미치는 요소이나 1960년대 Wyatt에 의하여 이론적인 정립이 이루어진 이후로 아직 이 연구를 뛰어넘은 것으로 검증 받은 연구는 발표되지 못하고 있다. 그러나 이러한 Wyatt의 연구는 케이블을 단일 소선으로 단순화하여 수식을 전개하거나 지점조건을 고정단으로 가정하여 수식을 전개하여 실제 교량의 형태와는 차이를 보이고 있으며 또한 실험을 통하여 연구에서 도출된 수식을 검증하는 과정이 생략되어 있다는 한계를 가지고 있다. 1980년대에 들어서면서 미국과 일본 등에서 2차응력에 대한 실험을 통하여 Wyatt의 수식을 개선하려는 노력을 기울여왔으나 이러한 개선식은 실험 상황에 따라 결과값이 다르게 도출되는 등 공인된 방법으로 인정하기에는 부족한 실정이다. 그러므로 이 연구에서는 2차응력 발현 요인을 발생 위치에 따라 나누어 분석하고 2차응력이 케이블의 안전성에 미치는 영향을 파악하고자 하였다.

케이블의 전체 영역에 걸쳐 발생하는 응력은 스트랜드를 구성하는 소선들의 길이차이, 설치위치, 가설시점과 공용중의 온도차이, 구조물의 형태 등에 따라서 케이블 전반에서 기존의 해석과는 다른 응력이 발생하게 된다. 이러한 1차응력을 제외하고 발생하는 응력을 스트랜드의 길이

차이로 치환하여 현수교 케이블을 모델링하고 기존의 해석에서 계산되는 1차응력을 초과하여 발생하는 응력의 양을 계산하였으며 오차의 불확실성을 분포로 치환하여 MCS를 수행하고 최대 장력이 발생하는 스트랜드의 장력 분포를 극치분포로 추정하였다. 그러나 이 결과는 개별 스트랜드에는 예상하지 못한 응력이 집중될 수 있으나 주케이블 전체를 대상으로 보면 응력을 나누어 가지게 되어 2차응력의 영향이 작은 것으로 파악되었다. 실제 시공된 케이블 내에서는 소선 또는 스트랜드 간의 위치 변동이나 하중 재분배 등을 통하여 개별 스트랜드에 가해지는 과도한 응력이 일부 분산될 것으로 예상된다.

현수교의 주케이블에서 가장 파괴확률이 높은 영역은 주탑 상단의 새들부와 새들과 근접한 케이블 밴드의 위치 사이에 존재하므로 새들부와 밴드부에 개별적으로 발생하는 2차응력의 요인을 분석하였다. 새들은 현수교의 주케이블을 연결시켜주는 역할을 하는 구조물로서 안장과 같이 곡률이 있는 형태로 구성되어 있으며 새들의 상단에 케이블을 정착시키게 된다. 새들에 위치하는 케이블은 그 형태에 따라서 휘어지게 되므로 각 소선의 상단과 하단의 길이차이에 의하여 응력이 발생하게 된다. 곡률반경에 의해 발생하는 휨 응력은 새들에 가까울수록 곡률반경이 커지고 응력 또한 크게 발생하게 되므로 새들에 접한 케이블을 대상으로 중심위치에 있는 소선의 응력을 평균으로 가정한다. 이러한 경우 소선의

탄성계수와 소선 직경, 새들의 회전반경 등의 계수에 변동성을 가정하여 힘에 의하여 발생하는 2차응력의 분포를 추정할 수 있다. 또한 설계규정을 반영하여 선압에 의하여 발생하는 응력을 추가로 고려하여 2차응력의 영향을 파악하였다.

새들은 중앙경간과 측경간에 연속으로 설치되는 주케이블을 부드럽게 연결시키는 역할을 하지만 하중에 의한 처짐이 큰 경우 새들의 곡률보다 케이블의 처짐각이 커지는 경우가 발생하게 되며 이러한 경우 새들의 출구에서는 케이블의 꺾임이 발생하게 된다. 케이블의 꺾임은 힘에 의하여 생기는 응력과 별개로 큰 집중응력이 발생하게 되어 현수교의 설계시에도 매우 중요하게 고려되는 부분이다. 이러한 꺾임에 의하여 발생하는 응력을 파악하기 위하여 실교량의 시공단계를 동일하게 따라가며 주케이블의 설치, 케이블 밴드의 체결, 행어를 통한 외부하중의 추가의 순서로 구조물을 모델링하고 해석을 수행하였다. 이러한 방법을 통하여 구해지는 새들 출구에서의 꺾임각을 기존의 Wyatt의 수식과 일본에서 발표된 개선식을 바탕으로 발생하는 응력의 분포를 추정하는 식을 제시하였다. 해석의 결과 새천년대교에서는 중앙주탑에서 발생하는 2차응력이 측주탑에서보다 크게 발생하여 중앙주탑의 결과를 반영하였다.

케이블 밴드에서 국소적으로 발생하는 2차응력은 밴드의 출구에서 케이블 꺾임에 의하여 발생하는 응력과 밴드의 케이블 압축에 의하여 밴

드 출구에서의 케이블 길이방향 응력이 있다. 케이블 꺾임에 의하여 발생하는 응력은 새들 출구에서의 꺾임각에 의한 응력과 동일한 해석과 수식을 이용하여 계산하게 되며 밴드의 압축에 의한 응력은 밴드 근처의 케이블과 케이블 밴드를 축대칭 요소로 모델링하여 부분모델 해석을 수행하였다. 이때 밴드의 압축에 의하여 케이블에 가해지는 응력을 명확히 묘사하기 위하여 변위제어를 적용하여 밴드의 압축에 의하여 케이블이 동일한 거리만큼 압축되도록 모델링을 수행하고 케이블의 길이방향에 생기는 응력을 계산하였다. 이 경우 공극으로 인하여 케이블의 길이방향과 단면의 물성치가 다르게 발현되는 것을 반영하여 이방성 물체(Orthotropic material)로 가정하고 포아송비의 발현에 따라 각 방향에서 발현되는 물성치를 확률변수로 계산하였다. 포아송비에 따라서 케이블에 발생하는 응력의 분포가 다르게 주어지지만 그 차이가 미소하고 절대적인 크기 또한 전체의 응력에 비교하여 작은 양이 발생하는 것을 해석을 통하여 증명하였다.

각 2차응력 발현요인에 따른 응력의 분포를 이순신대교, 울산대교, 새천년대교의 세 교량에 적용하여 고정하중과 활하중이 포함된 하중조합 상태에서 파괴확률이 가장 높은 지점을 대상으로 파괴확률을 계산하였다. 현수교 케이블의 새들부와 밴드부에는 공통적으로 적용되는 스트랜드의 길이차이에 의한 영향을 포함하여 각각 세 가지의 2차응력이 작용된다.

이러한 2차응력의 개별적인 영향뿐만 아니라 동시에 응력이 작용하는 경우의 영향을 분석하였다. 가장 응력이 크게 작용하는 지점은 새들부이며 이 지점에서의 1차응력과 2차응력의 합은 예제교량에 따라 차이가 있지만 스트랜드 길이차이의 영향을 제외하는 경우 케이블 공칭인장강도의 25%이하가 된다. 이는 기존에 2차응력을 적용하는 경우 안전율 2.0을 대입한다는 시방서의 내용에 부합하는 크기로 2차응력이 발생하고 있음을 확인하였다. 그러나 이러한 단순한 2차응력의 합은 최대의 응력이 동시에 발생하는 경우의 단순한 합을 대입한 것으로 연구에서 제시한 응력의 분포특성이나 각각의 응력이 동시에 작용하는 경우의 영향을 무시한 것이므로 이러한 응력의 합에 의한 안전율의 개념이 아닌 응력분포의 영향에 따른 케이블의 파괴확률을 고려해야 한다.

2차응력을 배제하고 신뢰도평가를 수행한 결과는 각 교량에서 10~11의 신뢰도지수를 가지는 것으로 계산되며 2차응력을 대입하여 신뢰도평가를 수행한 결과 가장 위험한 구간인 새들부에서의 신뢰도지수는 스트랜드 길이차이의 영향을 포함하는 경우 약 3.6이 하락한 6.6, 제외하는 경우 약 2가 하락한 8대의 값을 보이고 있으며 2차응력을 고려한 현수교 주케이블의 신뢰도지수는 두 지수의 사이에 존재할 것으로 판단된다.

2차응력을 고려하지 않을 때를 기준으로 실제 설계 저항강도를 대입한 경우와 각 안전율 2.5, 2.2, 2.0에 해당하는 요구저항강도를 대입한 경

우의 신뢰도평가를 수행하였다. 이 경우 2차응력을 제외한 신뢰도지수는 안전율이 줄어들면서 하락하지만 2차응력의 영향으로 감소하는 신뢰도지수의 값은 거의 일정하게 유지되고 있음을 확인하였다. 그러므로 안전율이 변동되는 경우에도 해석 결과를 기반으로 2차응력을 추가한 상태에서의 신뢰도지수를 유추할 수 있을 것으로 기대된다.

또한 2차응력에 대한 실제 저항강도와 안전율 2.5, 2.2, 2.0에 대한 요구저항강도를 산정하여 계산된 목표 신뢰도지수를 통하여 현수교 주케이블의 하중계수 산정을 위한 해석에 필요한 기초 자료로 이용될 수 있다.

추후 연구과제

현수교 케이블의 2차응력은 기본적인 설계와 해석에서 크기를 명확히 측정할 수 없다는 점과 정확한 2차응력 측정을 위한 실험 자체가 어려운 작업이라는 점, 일반적으로 2차응력이 발생할 것으로 생각되는 지점뿐만 아니라 의외의 위치에서도 응력이 발생할 수 있다는 점 그리고 동일한 요인으로 인하여 발생하는 응력도 실 교량의 상황과 주변환경의 상태에 따라서 차이가 클 수 있다는 점 등의 문제로 인하여 체계적으로 정리하지 못하고 설계시의 안전율을 높임으로써 그 불확실성을 대체해왔다. 그러나 현수교의 건설이 증대되면서 시공의 기술 또한 발전되고 있으므로 교량의 건설과 더불어 응력의 측정과 정밀 모델의 해석이 가능해

지고 있으므로 상시적인 2차응력의 측정이 필요하다. 이러한 응력의 통계 값의 축적을 통하면 이 연구에서 가정으로 추론하였던 응력의 요인에 대한 정밀한 분석과 해석 모델의 개선이 가능할 것으로 판단된다.

또한 2차응력에 대한 연구를 국내의 세 교량에만 국한하여 적용해왔으나 각 교량의 형태가 다르고 그에 따라 발생하는 응력의 크기 또한 요인 별로 차이가 있다. 일반적으로 케이블 구조물의 경우 매우 복잡한 구조를 지니고 있으며 2차응력을 발생시키는 요인의 경우에도 명확한 원인을 찾기 어려운 점이 있으므로 좀 더 다양한 구조물의 정보를 반영하여 해석을 수행하고, 구조물의 형태에 따라 발생하는 응력 분포에 대한 연구가 지속되어야 할 것이다.

참고문헌

국토해양부 (2012), 도로교설계기준(한계상태설계법), 한국도로교통협회

길홍배, 이일근 (2001), 특수교량의 설계 및 제작지침 연구, 한국도로공사
도로연구소

김우철 (1985), *현대 통계학*, 영지 문화사

김현수 (2010), 휨강성을 고려한 다중주파수 하중이 작용하는 케이블의
동적응답 안정화 기법, 서울대학교 석사학위논문

대한토목학회 (2006), 케이블강교량설계지침, 대한토목학회

박연철 (2006), 느슨한 케이블의 동적 해석을 위한 안정화 기법,
서울대학교 석사학위논문

박찬민, 백종균, 신상훈, 김호경 (2011), “신뢰도기반 장경간 케이블교량
설계지침(가칭) 케이블 설계편 작성방향”, 대한토목학회지, 59.7

신상훈, 이의택 (2011), 현수교 주케이블의 안전율에 대한 검토,
초장대교량사업단 제1핵심과제 단계보고서

양영순, 서용석, 이재욱 (2002), 구조 신뢰성 공학, 서울대학교 출판부

울산하버브릿지주식회사 (2010), 울산대교 및 접속도로 민간 투자 사업
실시설계 구조계산서(Ⅱ), 울산하버브릿지주식회사

익산지방국토관리청 (2010), 압해~암태간 도로건설공사(2공구),
익산지방국토관리청

전라남도 (2007), 여수국가산단 진입도로 개설공사(제3공구) 실시설계,
전라남도

정길제, 박연철, 심현겸, 이해성 (2007), 케이블의 동적해석을 위한
가상일 원리의 정식화, 교량설계핵심기술연구단

정승욱 (2011), "이순신대교의 케이블 가설현황 및 개선사례."
대한토목학회지 59.7: 22-29.

조충영, 이명재, 손준상, 백도준, 이민재, 서정인, 김호경 (2007), 현수교
구성 특수 구조재의 설계요령, 교량설계핵심기술연구단

초장대교량사업단 (2012), 케이블교량설계지침(한계상태설계법)(안),
초장대교량사업단 제 1 핵심과제

최현석, 김재홍 (2009), “현수교 시공 중 케이블 꺾임에 의한 2차 응력에
대한 연구”, 대한토목학회

최현석, 김재홍 (2010) “현수교 케이블의 에어스피닝 시공 중 스트랜드의
스프레드 산정”, 대한토목학회

토목관련용어편찬위원회 (1997), “토목용어사전”, 도서출판 탐구원

Ang, A. H.-S., and Tang, W.H. (1984), *Probability concepts in engineering plan-
ning and design, Vol. 2, Decision, Risk, and Reliability*, Wiley, New York

Caballero, A., Poser, M. (2010), “Local Bending Stresses in Stay Cables with an
Elastic Guide”, *Structural Engineering International*, vol. 20, No. 3, pp. 254-259.

Castillo, E. (1988), *Extreme Value Theory in Engineering*, Academic Press, inc., 1250 Sixth Avenue, San Diego, CA 92101

Chandrupatla, T. R. and Belegundu, A. D. (2012), *Introduction to Finite Elements in Engineering*, 4th Ed., Pearson, London

Deruntz, J A. (1969), "End effect bending Stresses in Cables", *Journal of Applied Mechanics*, vol. 36, issue 4, p. 750.

Ditlevsen, O., Madsen, H. O. (1996) *Structural reliability methods*, Wiley, New York

Fisher, R. A. and Tippett, L. H. C. (1928) "Limiting forms of the frequency distributions of the largest or smallest member of a sample", Proc. Cambridge Philos. Soc. 24

Fox, G. F. (1980) "Cable-Stayed Steel Bridges", *Annals of the New York Academy of Sciences*, vol. 352, pp. 87-102.

Freudenthal, A. M. (1956), "Safety and the Probability of Structural Failure", Transactions of ASCE, vol. 121, pp. 1337 ~ 1397

Galambos, J. (1978) *the Asymptotic Theory of Extreme Order Statistics*, John Wiley and Sons, New York

Gere, James M. (2001), *Mechanics of Materials*, 5th Ed., Thomson, Toronto.

Gimsing, Niels J., Georgakis, Christos T. (2011), *Cable Supported Bridges- concept and design*, 3rd Ed., Wiley, New York.

Haldar, A., Mahadevan, S. (2000), *Probability, reliability, and statistical methods in engineering design*, Wiley, New York

Hasofer, A. M., Lind, N. C. (1974) "Exact and invariant second-moment code format", *Journal of Eng Mechanics Division*, No.100, EM1, pp. 111 ~ 121

Imai, K. and Frangopol, D. M. (2001), "Reliability-Based Assessment of Suspension Bridges", *J. Bridge Eng., ASCE*, vol. 6, pp. 398 ~ 411

Irvine, M. (1993) "Local Bending Stresses in Cables" *International Journal of Off-shore and Polar Engineering*, Vol. 3, No.3, September

Johns, V. and Howells, J. (2008) "Suspension bridges", ICE Manual of Bridge En-

gineering

Kondoh, M., Okuda, M., Kawaguchi, K., and Yamazaki, T. (2001) "Design Method of a Hanger System for Long-Span Suspension Bridge" *Journal of Bridge Engineering*, vol. 6, issue 3, pp. 176-182.

Logan, D. L. (1993), *A first course in the finite element method*, PWS publishing company

McGuire, William., Gallagher, Richard H., Ziemian, Ronald D. (2000), *Matrix Structural Analysis*, 2nd Ed., Wiley, New York.

Naito, J., Nishimura, N. (2002), Live Load Stress of Cables for Cable-Stayed Bridge including Secondary Bending Stress, *Journal of Constructional Steel*, vol.10, pp. 111~118

Nakamura, K., Shinke, T., Nishimura, A. (1979), “ワイヤラッピングされた吊橋平行線ケーブルの二次応力解析 (secondary stress analysis on wire-wrapped parallel wire cables in suspension bridges)”, *Proceedings of the JSCE*, No. 288, pp. 67~81 (in Japanese)

Nakamura, S., Hosokawa, H. (1989) “A study on the fatigue design of parallel wire

strands on cable-stayed bridges”, *Japan Society of Civil Engineers*, vol. 410, no. 10, pp. 477-486.

Nie, Li-Fang, Shen, Rui-Li, Tang, Mao-Lin, Shen, Wang (2010), “Secondary stress analysis of main cable of suspension bridge considering bending rigidity”, *Journal of Architecture and Civil Engineering*, vol. 3, 013

Nishimura, A., Shinke, T., Nakamura, K., Doi, K. (1977) “吊橋架設途中における平行線ケーブルの変形と二次応力解析 (deformation and secondary stress analyses on parallel wire cable during construction of suspension bridge superstructure)”, 土木学会論文報告集, No. 260, pp. 1~15 (in Japanese)

Nowak, A. S. (1999), *Calibration of LRFD Bridge Design Code*, NCHRP Report 368, Transportation Research Board, Washington D.C., pp. 18~20

Park, H. W. and Sohn, H. (2006), “Parameter estimation of the generalized extreme value distribution for structural health monitoring”, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 21(4), pp. 366-376

Parke, G., Hewson, N. (2008) “Messina Strait Bridge - Suspension System”, ICE manual of bridge engineering

Rackwitz, R. (2002), Optimization and risk acceptability based on the Life Quality Index. *Structural Safety*, 24(2), pp.297–331

Rackwitz, R. and Fiessler, B. (1976) “Note on Discrete Safety Checking When Using Non-Normal Stochastic Models for Basic Variables”, *Loads Project Working Session*, MIT, Cambridge, Mass., June

Rackwitz, R. and Fiessler, B. (1978), “Structural Reliability under Combined Random Load Sequences”, *Computers and Structures*, vol. 9, pp.489–494

Raouf, M. (1991) “Methods for analyzing large spiral strands”, *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design* 26(3), pp.165-174

Sakamoto, Y., Hojo, T., Eguti, T., Yano, M. (1992) “a study on secondary stress and fatigue lives in bending of a pre-coating cable for cable-stayed bridge”, 土木学会論文報告集, No. 446, pp. 215~223 (in Japanese)

Talbot M., Laflamme JF., Glisic B. (2007), “Stress measurements in the main cable of a suspension bridge under dead and traffic loads”, *Proceedings EVACES Porto*, Portugal, Paper 138

Wyatt, T.A. (1960) “Secondary Stresses in Parallel Wire Suspension Cables”, *J. Structural Division ASCE*, 86(ST7), pp37–60.

上部構造設計基準・同解説(1989), 本州四国連絡橋公団

吊橋ケーブルに関する検討(1978), 本州四国連絡橋公団

伊藤學, 川田忠樹 (1999), “초장대교 시대의 개막”, 건설도서 구미서관

ABSTRACT

This paper presents the main causes of secondary stress factors that are caused at the main cable of a suspension bridge. Each of the secondary stress factors caused by the size and impact to the main cable are analyzed.

The probability of failure is calculated as the largest value at the saddle on pylon and the second largest on the cable band which is closest to the pylon. Therefore, the sizes of the stress are calculated on the most dangerous two points and change of the probability of failure by influence of secondary stress is suggested.

On the saddle, secondary stress is occurred by the bending of the cable caused by shape of saddle and cable bending at the edge of the saddle. On the cable band, cable bending at the edge of the cable band caused by concentrated load through hanger and compression of the band itself for prevention of sliding make secondary stress. The difference of the stress by the length differences of the strand is occurred in whole cable section. Then the analytic solution of the impact of each factor is suggested dividing the saddle and cable band. Finally, magnitude of stress is proposed by analysis with whole suspension bridge modeling.

If each cause of occurrence of secondary stress be a random variable, reliability assessment can be performed. To grasp distribution characteristics of secondary stress, Monte-Carlo Simulation is performed based on the variability of a random variable.

To determine influence of the proposed analysis techniques of secondary stress and distribution characteristics, examples is performed by applying them to real bridge model. Target bridges are Yisunsin bridge, Ulsan bridge, and New-millennium bridge. Through result of the example, safety factor and reliability index of main cable of suspension bridge including secondary stress is presented and safety factor and the value of reliability index is verified.

Analysis in terms of safety factor and the results of reliability analysis are shown including the secondary stress and are validity of stress magnitude is verified by the result of these examples.

This paper presents target reliability index in accordance with safety factor and basic data for set up of the load factor in design guide lines reflecting limit state design methods.

Key words:

suspension bridge, main cable, secondary stress, length difference of strand, bending angle of cable, compression of cable band, safety factor, reliability assessment

Student number: 2008-30255