

공학석사학위논문

구조물 실측 가속도로부터  
변위를 예측하기 위한  
역해석 문제에서의 정규화 기법

A Regularization Scheme for Displacement Reconstruction Using  
Acceleration Data Measured from Structures

2007 년 2 월

서울대학교 대학원

지구환경시스템공학부

홍 윤 화

## 초 록

구조물의 크기와 건설비용의 증가에 따라 구조물의 이상 여부를 실시간으로 감시할 수 있는 구조물 건전성 감시기법(Structural health monitoring)에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 구조물 건전성 감시기법에서 사용되는 여러 구조물의 동적 응답들 중에서 변위이력은 지진과 같은 극한 하중시 구조물이 경험하는 손상의 크기와 밀접하게 관련되어있어 중요하지만 직접적인 변위측정은 한계가 있다.

일반적으로 변위를 계산하기 위해 가속도를 시간에 대해 두 번 적분하는 방법을 사용하게 되는데, 토목구조물의 경우 기계구조물에 비해 동적응답계측을 위한 샘플링 시간 간격이 길기 때문에 저주파 대역에서 계측오차성분이 시간적분과정에서 크게 증폭된다.

구조물로부터 계측 가속도가 주어져 있다고 볼 때 변위이력을 구하는 문제는 변위의 경계조건이 있는 elliptic problem 으로 제안할 수 있게 된다. 이렇게 측정 가속도로부터 변위이력을 구하는 문제를 elliptic problem 로 정의함으로써 시간적분과정에서 계측오차성분의 증폭을 피할 수 있다.

변위 경계조건을 알 수 없기 때문에 정의된 문제는 미지수의 개수가 방정식의 개수보다 많은 문제가 된다. 이러한 rank 부족 문제를 피하기 위해 추정된 변위를 이용한 추정 가속도와 실제 측정가속도의 차이를 최소화하는 최적화 문제로서 문제를 재정의하고 해의 불안정성을 해소하기 위해 정규화 기법을 도입한다. 또한 실시간 감시를 위해 time window 기법을 제안한다.

제안한 방법을 검증하기 위해 5 층전단빌딩, 2 경간 연속 평면 트러스를 이용한 수치해석을 수행하고 실제 케이블 자유진동 실험을 통해 실제 적용가능성을 검증해 본다.

## 주요어

가속도 이중적분, 변위추정, 정규화, Time Windowing Technique

**학번 : 2005-21195**

# 목 차

초록 .....	iii
목차 .....	v
그림목차 .....	vii
1. 서론 .....	1
2. 측정 가속도를 이용한 변위 재구성 기법 .....	4
2.1 뉴마크 방법 .....	5
2.2 초기경계조건문제의 한계 .....	6
2.2.1 초기조건 .....	7
2.2.2 가속도 측정잡음 .....	9
2.3 경계조건문제로서의 변위 재구성 .....	11
2.3.1 중심차분법 .....	12
2.3.2 최적화 및 해의 불안정성 .....	14
2.3.3 정규조건 .....	16
2.3.4 Tikhonov 정규화 기법 .....	18
2.4 시간창 기법 .....	19
2.4.1 최적 시간창 크기 .....	20

2.4.2 변위 추정치 선택 .....	24
3. 정규화계수 결정 .....	25
3.1 Generalized Cross Validation (GCV) .....	26
3.2 조화진동을 이용한 고정 정규화계수 .....	29
4. 예제 .....	32
4.1 수치해석예제 .....	32
4.1.1 전단빌딩 .....	32
4.1.2 트러스교량 .....	40
4.2 케이블실험 .....	46
5. 결론 .....	54
참고문헌 .....	57

## 그림 목 차

그림 2.1 구조물의 동적응답 .....	4
그림 2.2 초기변위 오차 .....	8
그림 2.3 초기속도 오차 .....	8
그림 2.4 가속도 측정잡음 .....	8
그림 2.5 Low-cut filtering .....	11
그림 2.6 경계조건문제로 정의한 변위추정 .....	12
그림 2.7 미지의 경계조건으로 인한 랭크부족현상 .....	14
그림 2.8 시간창기법 .....	20
그림 2.9 한 주기에서 추정변위 .....	21
그림 2.10 세 주기에서 추정변위 .....	22
그림 2.11 최소주파수 성분 결정 .....	23
그림 3.1 일반적인 GCV 함수 .....	26
그림 3.2 과도한 정규화로인한 추정변위 .....	28
그림 3.3 과도한 정규화시 GCV 함수 .....	28
그림 3.4 8 주기에서 추정변위 .....	30
그림 3.5 주파수와 오차수준에 따른 정규화 계수의 변화 .....	31
그림 4.1 5층 전단빌딩 .....	33
그림 4.2 엘센트로 지진가속도 .....	33

그림 4.3 전단빌딩 오차수준 0%에서 뉴마크방법 .....	34
그림 4.4 전단빌딩 오차수준 0%에서 GCV 방법 .....	34
그림 4.5 전단빌딩 오차수준 0%에서 뉴마크방법 확대 .....	35
그림 4.6 전단빌딩 오차수준 0%에서 GCV 방법 확대 ...	35
그림 4.7 전단빌딩 오차수준 10%에서 뉴마크방법 .....	37
그림 4.8 전단빌딩 오차수준 10%에서 GCV 방법 .....	38
그림 4.9 전단빌딩 오차수준 10%에서 고정정규화계수방법 ...	38
그림 4.10 전단빌딩 오차수준 10%에서 GCV 방법 확대 .....	39
그림 4.11 전단빌딩 오차수준 10%에서 고정정규화계수방법 확대 .....	39
그림 4.12 트러스 교량 .....	40
그림 4.13 고베지진가속도 .....	41
그림 4.14 트러스 오차수준 5%에서 GCV 방법 .....	42
그림 4.15 트러스 오차수준 5%에서 고정정규화계수방법 .....	42
그림 4.16 트러스 오차수준 5%에서 GCV 방법 확대 .....	43
그림 4.17 트러스 오차수준 5%에서 고정정규화계수방법 확대	43
그림 4.18 트러스 오차수준 15%에서 GCV 방법 .....	44
그림 4.19 트러스 오차수준 15%에서 고정정규화계수방법 .....	44
그림 4.20 트러스 오차수준 15%에서 GCV 방법 확대 .....	45
그림 4.21 트러스 오차수준 15%에서 고정정규화계수방법 확대	45

그림 4.22 케이블 형상 및 계측기기 위치 .....	47
그림 4.23 케이블 사진 .....	48
그림 4.24 LVDT 배치 .....	48
그림 4.25 가속도계 배치 .....	48
그림 4.26 뉴마크 방법을 이용한 케이블 변위추정 .....	50
그림 4.27 케이블 측정변위 .....	51
그림 4.28 고정정규화계수 기법을 이용한 변위추정.....	51
그림 4.29 고정정규화계수 기법 확대 (1).....	52
그림 4.30 고정정규화계수 기법 확대 (2).....	52

## 1. 서론

구조물의 크기와 건설비용의 증가에 따라 구조물의 이상 여부를 실시간으로 감시할 수 있는 구조물 건전성 감시기법의 연구가 활발히 진행되고 있다. 구조물 건전성 감시기법[1,2,3]에서 사용되는 구조물의 동적 응답들 중에서 변위 이력은 지진과 같은 극한 하중시 구조물의 경험하는 손상의 크기와 밀접하게 관련되어 있어 구조물의 변위이력을 아는 것은 매우 중요하다.

하지만 변위를 직접 측정하는 데에는 지지조건 문제와 해상도 문제 비용 문제 등 실제적인 구조물 적용에 한계를 갖고 있다. 이러한 이유 때문에 측정가속도를 이용하여 변위를 계산하는 기법에 대하여 많은 연구들이 수행되었다.

측정가속도를 이용하여 변위를 계산할 때 뉴마크 방법 등 초기경계조건 문제(hyperbolic problem)로서 변위추정 문제를 정의할 경우 미지의 초기조건과 가속도 측정잡음으로 인하여 constant drift, linear drift, nonlinear drift 가 발생하고 이러한 drift 들로 인해 추정된 변위는 실제변위와 상당한 차이를 갖고 물리적으로 의미 없는 추정결과를 낳게 된다. 이러한 측정잡음 등의 문제를 해결하기 위해서 주파수영역에서 필터링과 다양한 기법을 이용하여 변위를 추정하는 기법들이 다양하게 연구되고 있다[4,5,6,9]. 하지만 대다수의 접근이 주파수 영역에서 데이터 필터링과 관련되어있기 때문에 시간이

력에 따른 오차의 누적을 변위에 대한 일정 정보를 기반으로 하거나 복잡한 추후 처리과정을 거치기 때문에 시간영역에서 변위추정을 위한 기법은 미미한 실정이다.

따라서 초기조건과 가속도 측정 잡음으로 인한 drift 를 해소하고 시간영역에서 변위를 추정하기 위해 문제를 초기경계조건문제가 아닌 축방향 문제와 같이 양 끝에 경계조건을 갖는 경계조건문제(elliptic problem)로서 재정의 한다.

측정가속도를 이용한 변위추정 문제에서 변위 경계조건에 대한 정보를 알 수 없기 때문에 랭크부족으로 인해 직접 변위계산이 불가능하고 최적화 기법을 이용해서 추정가속도와 측정가속도 사이의 차를 최소화 한다. 또한 해의 불안정성을 해소하기 위해 Tikhonov 정규화를 적용하여 최소 목적함수에 정규화 함수를 추가한다[2,3,7]

실시간 변위추정을 가능하게 하기 위해 시간창 기법을 도입하여 계산의 효율성을 확보하고 시간창 기법을 적용하기 위해 정의되어야 할 시간창의 크기를 비롯한 요소들을 결정하는 방법을 제시한다[8]

정규화의 적절한 수준을 결정하기 위하여 Tikhonov 정규화에서는 정규화 계수를 이용하고 정규화계수를 적절하게 결정해 주어야 한다. 정규화 계수를 결정하기 위한 여러 가지 기법 중 GCV 방법은 오차수준을 평가할 수 있으므로 GCV 방법을 이용하여 정규화 계수를 결정한다. 하지만 동적 응답이 복잡하고 오차수준이 심각할 때 GCV 를 이용한 정규화계수 결정시

문제점들이 발생하였으므로 좀 더 안정적인 정규화 계수 결정 기법을 제안한다.

마지막으로 예제에서는 제안된 방법을 전단빌딩 수치모사 예제에 적용하여 간단한 구조물에서 적용성과 효용성을 판단해 보고, 2 경간 트러스 교량에 적용하여 좀 더 복잡한 구조물에서 변위를 잘 추정할 수 있는지 판단해 본다. 최종적으로 케이블의 자유진동 측정 가속도에 제안된 기법을 적용하여 실제적인 적용 가능성을 확인해 본다.

## 2. 측정가속도를 이용한 변위 재구성 기법

일반적으로, <그림 >과 같은 구조시스템에서 시스템에 대한 정보가 주어진 경우 외력  $\mathbf{f}(t)$ 가 입력으로 작용하면 출력은 변위, 속도, 가속도의 물리량으로 정의될 수 있고 이들 물리량 사이에는 미분 또는 적분의 관계가 성립한다.

시간영역에서 운동 방정식은 식(2.1)과 같고 알고 있는 외력( $\mathbf{f}(t)$ )과 시스템에 대해서 초기조건이 주어졌는 경우 변위, 속도, 가속도의 물리량을 구해낼 수 있다.[10]

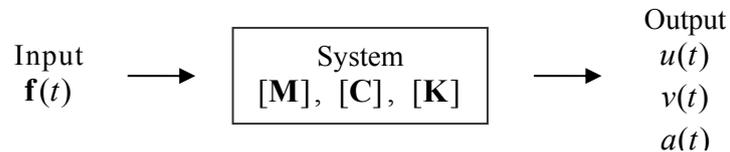


그림 2.1 구조물의 동적응답

$$\mathbf{M}\mathbf{a}(t) + \mathbf{C}\mathbf{v}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (2.1)$$

하지만 외력과 시스템에 대한 정보가 주어지지 않는 상황에서 주어진 측정가속도 입력으로부터 변위를 구하는 경우에는 측정 가속도를 시간에 대해서 두 번 적분하는 처리과정을 거쳐 한다.

## 2.1. 뉴마크(Newmark) 방법

초기조건 정보와 측정가속도가 주어져있는 경우 1959 년 뉴마크(N.M, Newmark)는 식(2.2), 식(2.3)에 근거하여 일련의 시간 증분법을 발전시켰다.

$$v_{i+1} = v_i + [1 - \gamma]a_i + (\gamma\Delta t)a_{i+1} \quad (2.2)$$

$$u_{i+1} = u_i + (\Delta t)v_i + [(0.5 - \beta)(\Delta t)^2]a_i + [\beta(\Delta t)^2]a_{i+1} \quad (2.3)$$

여기서  $a_n, v_n, u_n$  은 각각  $n$  번째 시간스텝에서의 가속도, 속도, 변위를 나타내고,  $\Delta t$  는 측정시간 간격을 나타낸다.  $\beta$  와  $\gamma$  는 뉴마크 상수로서 한 시간 단계에 걸친 가속도의 변동을 정의하고, 해석법의 수치적 안정성과 정확도를 결정한다. 대표적으로  $1/6 \leq \beta \leq 1/4$ ,  $\gamma = 1/2$  를 선택하면 정확도를 비롯한 모든 관점에서 만족스러운 결과를 얻을 수 있다.[10]

$\beta = 1/4$ ,  $\gamma = 1/2$  의 경우는  $i$  번째 시간 스텝에서의 가속도와  $i+1$  번째 가속도들 사이를 일정한 평균가속도를 가정하고 유도된 것과 같고  $\beta = 1/4$ ,  $\gamma = 1/6$  의 경우는 가속도의 선형 변동 가정에 해당한다.

측정가속도가 주어진 경우 식(2.2), 식(2.3)에서 가속도에 해당하는 항들이 모두 기지의 항이 되므로  $i$  번째 스텝에서의 변위와 속도를 알 수 있을 경우  $i+1$  번째 스텝에서의 변위와 속도를 계산할 수 있게 된다. 일련의 시간이 지속될 때  $n$  번째 스텝에서의 변위는 식(2.2), 식(2.3)에 의해 초기변위,

초기속도, 측정가속도로써 식(2.4)와 같이 표현된다.

$$u_n = u_1 + n\Delta t v_1 - n\gamma(\Delta t)^2 a_1 - 2\beta(a_n - a_1) + (1/2)(\Delta t)^2 S_a^{n-1} + \gamma(\Delta t)^2 S_a^{n-1} + (\Delta t)^2 \sum_{i=1}^{n-1} S_a^{n-1} \quad (2.4)$$

식 (2.4)를 통해서 초기조건  $u_1, v_1$  이 주어진 경우에 측정가속도로부터 변위이력을 구해낼 수 있다.

## 2.2. 초기경계조건문제의 한계

측정된 가속도이력으로부터 변위를 계산할 때 초기조건이 주어진 경우 식 (2.4)에 주어진 뉴마크방법을 이용하게 된다. 하지만 초기변위와 초기속도와 같은 초기조건에 대한 정보는 수치모사 실험이나 실험실 가진 실험과 같이 특수한 상황을 제외하고는 실제적인 측정이 힘들다. 또한 가속도 측정과정에서 가속도이력에 더해지는 측정오차와 잡음성분은 시간이력이 지속됨에 따라서 변위추정과정에서 증폭되어 기대치 않은 변위 결과가 계산하 되게 된다.

이 절에서는 이와 같이 실제 측정가속도를 뉴마크 방법과 같이 하이퍼볼릭(hyperbolic)문제로 정의하는 경우 시간이력이 누적됨에 따라 초기조건과 측정오차에 의해서 발생하는 변위계산의 오차성분에 대해서 정리해 보기로 한다.

### 2.2.1. 초기조건

식 (2.4)에 제시된 뉴마크 방법을 이용한 변위 계산과 같이 이전 시간 단계에서 계산된 변위, 속도와 현재 시간단계에서 측정된 가속도를 이용하여 현 시간단계의 변위를 계산하는 하이퍼블릭방법은 시간에 따라 초기조건과 측정잡음으로 인한 영향이 누적되어 잘못된 변위이력을 계산하게 된다. 또한 일반적인 측정가속도를 이용한 변위 계산에 있어서 변위와 속도의 초기조건은 측정이 어려운 값이고 더욱이 구조물 실시간 모니터링과 같이 측정 시작 시점의 초기값을 제어하기 힘든 경우에는 변위와 속도의 초기조건을 아는 것은 불가능하다.

이러한 초기조건의 불확실성에서 오는 계산 변위의 오차는 초기변위의 불확실성에서 오는 것과 초기속도의 불확실성에서 오는 오차로 크게 구분할 수 있다.

<그림 2.2>과 <그림 2.3>는 각각 조화운동에서 0.1 mm 의 초기변위 차이와 0.1 mm/sec 의 속도 차이가 있을 때 계산된 변위에 발생하는 변위의 오차에 대한 그래프이다. 초기변위의 차이는 식 (2.4)의 첫 번째 항에 의해서 변위이력에 반영되고 그 결과 <그림 2.4>에서와 같이 Constant Drift 형태로 오차가 발상하게 된다. 초기속도의 차이는 식 (2.4)의 두 번째 항과 관련되어 있고 시간스텝  $n$  과  $\Delta t$ 에 따라서 1차 식 형태로 계산 변위의 오차가 증가하는 Linear Drift 가 발생하게 된다.

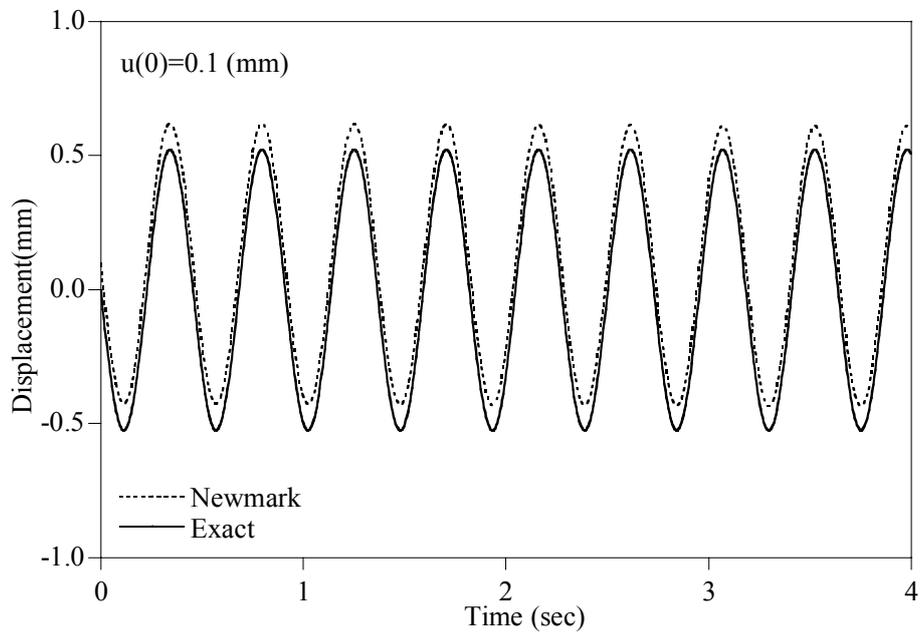


그림 2.2 초기변위 오차

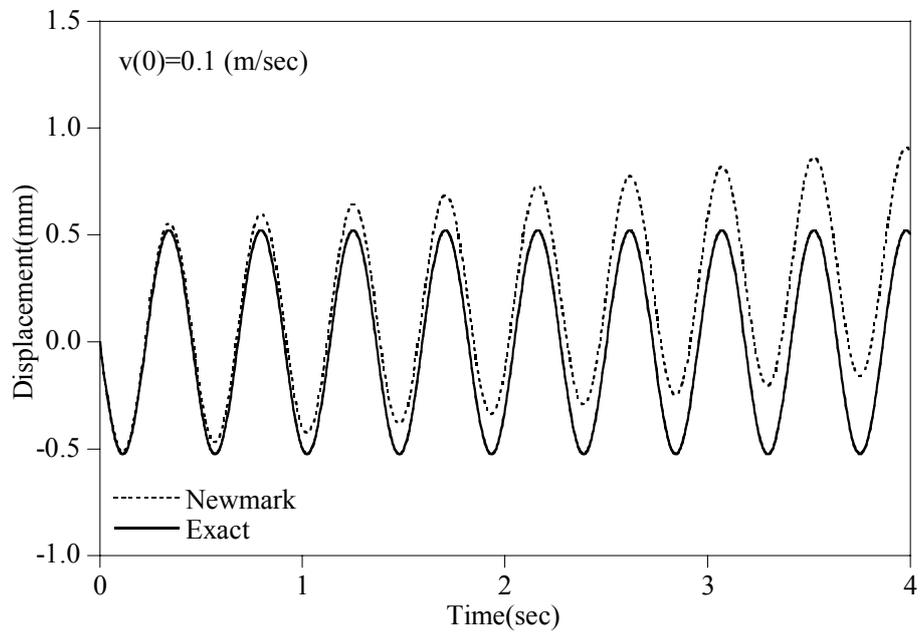


그림 2.3 초기속도 오차

### 2.2.2. 가속도 측정잡음

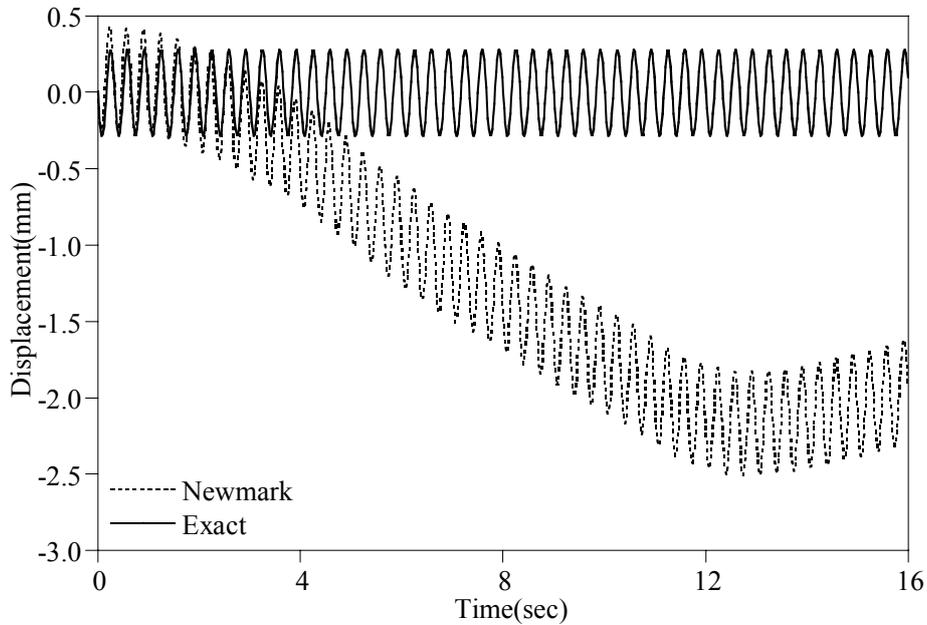


그림 2.4 가속도 측정잡음

앞 절에서 언급된 변위와 속도의 초기조건과 관련된 문제뿐만 아니라 계측 장비를 이용한 실제측정에 불가피한 가속도의 측정잡음으로 인해 발생하는 계산 변위의 왜곡이 발생한다. 일반적으로 랜덤한 측정오차는(White Noise)는 그 크기가 증가하여도 수치적분의 특성상 신호처리 과정에서 스무딩(Smoothing)되어 적분 결과에 큰 영향을 미치지 못하는 것으로 알려져 있으나 하이퍼블릭 문제의 속성상 초기의 미세한 오차성분이 적분과정에서 지속적으로 누적되어 영향을 미치므로 실시간 모니터링과 같이 측정시간이 무한하게 길어질 수 있는 경우 측정잡음으로 인한 영향이 누적되어 변위

왜곡이 발생한다. 측정잡음으로 인한 이러한 변위 계산 오차는 식 (2.4)의 마지막 항에 의해 지배적으로 변화하고 <그림 2.4>에 나타나는 것과 같이 저주파 성분의 Nonlinear Drift 형태로 계산된 변위의 왜곡을 야기하게 된다.

측정잡음으로 인한 영향을 줄이기 위해서 주파수 대역에서 다양한 신호처리 기술이 사용되고 있다. 일반적으로 저주파대역 통과필터(lowpass filter)와 고주파대역 통과필터(highpass filter)를 혼용한 대역필터(bandpass filter)를 이용한다. 하지만 기계구조물과 달리 토목구조물의 동적 응답 특성이 상당히 저주파대역에 지배적이기 때문에 저주파대역의 가속도측정 잡음을 필터링 할 수 없거나 필터링시에 구조물의 저주파 응답까지 필터링되어 실제 변위와 오차가 발생한다. <그림 2.4>는 2 경간트러스 구조물에 고베지진이 가해졌을 때 측정가속도(5% 랜덤 비례오차)를 주파수 영역 필터링 기법과 뉴마크방법을 사용하여 변위를 계산한 결과이다. <그림 2.5>에서와 같이 주파수 대역 필터링을 사용하여도 저주파 대역의 Nonlinear Drift 현상을 확실히 제어할 수 없고, 또한 2~4sec 대역에서 계산된 변위는 저주파 필터링에 의해 과도하게 필터링 되는 결과가 발생한다. 뿐만 아니라 토목구조물의 저주파대역 응답 특성 때문에 고주파대역 통과필터의(lowpass filter)의 필터 값을 선택하기 어려운 문제가 있다. 수치모델의 자세한 구조상세와 측정잡음에 대한 정보는 4 장의 예제에서 제시한다.

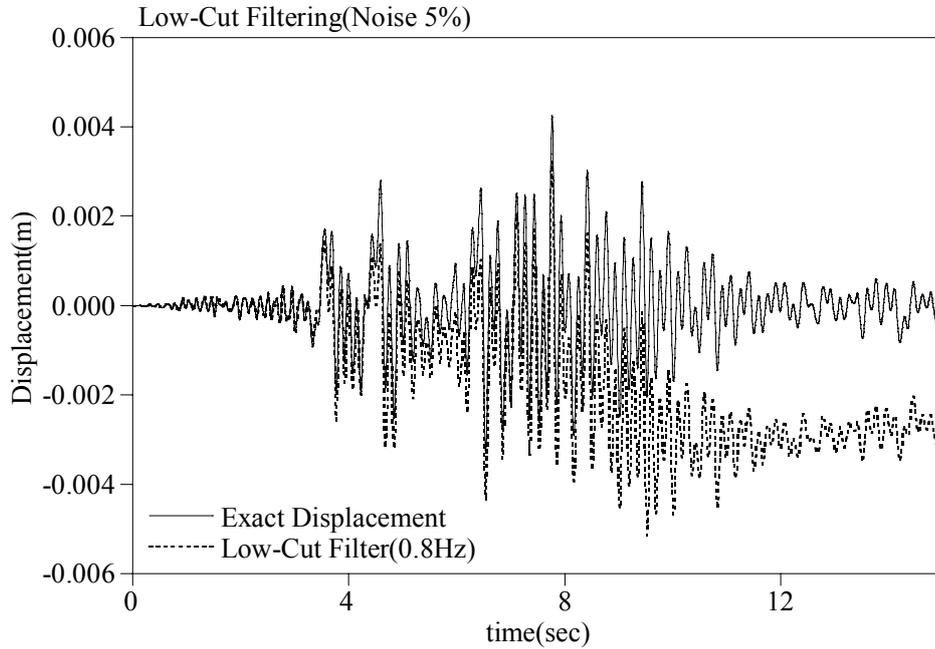


그림 2.5 Low-cut filtering

2.1 절에서 제시된 하이퍼블릭 문제의 기본적인 문제점들 때문에 측정 가속도로부터 변위를 계산하는 문제를 뉴마크 방법으로 계산하는 데에는 문제점이 많다. 때문에 이를 해결하고 좀 더 안정적인 변위이력 계산을 위해 다음 절에서는 문제를 일립틱 문제로 정의하는 기법을 제안한다.

### 2.3. 경계조건 문제로서의 변위 재구성

앞 절에서 살펴본 바와 같이 초기경계조건문제의 기본적인 속성으로 인해 뉴마크 방법을 사용하여 변위이력을 계산하는 데에는 상당한 한계가 있다. 뿐만 아니라 주파수대역의 필터링 역시 토목구조물의 저주파 응답 특성 때

문제 그 사용에 한계가 있다.

하지만 <그림 2.6>에서와 같이 측정가속도가 주어져 있는 경우에 변위를 계산하는 문제를 기존의 뉴마크방법과 같은 초기경계조건 문제로 정의하지 않고 측문제와 같이 양단에 경계조건이 있는 일립틱(elliptic) 경계조건 문제로 정의 할 수 있다. 이렇게 문제를 양단 경계조건문제로 정의하게 되면 시간적분과정에서 초기조건차이와 오차누적을 막을 수 있다.

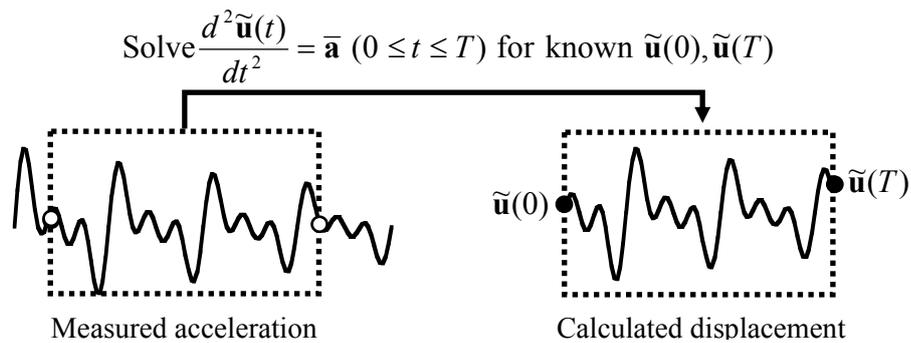


그림 2.6 경계조건문제로 정의한 변위추정

### 2.3.1. 중심차분법

기지의 주어진 가속도에서 변위를 구해내는 문제를 일립틱문제로 정의하면 이산화된 데이터에서 중심차분법(central difference method)를 이용하여 가속도와 속도, 변위 사이의 관계를 식 (2.5)와 식(2.6)로 정의 할 수 있다. 이 때 근사로 인한 에러는 측정시간간격  $\Delta t$  의 제곱에 비례하므로 측정시



### 2.3.2. 최적화 및 해의 불안정성

일반적으로 실내실험과 초기조건을 제어할 수 있는 특수한 문제와 직접변위 측정이 가능한 특수한 경우를 제외하고는 변위의 경계조건을 알 수 없다. 따라서 정의된 문제는 <그림 2.7>과 같이  $n$  개의 방정식으로부터  $n+2$  개의 미지수를 찾는 문제이고 이러한 랭크부족(rank deficiency)으로 인해 직접적인 계산을 통해 변위를 계산할 수 없다.

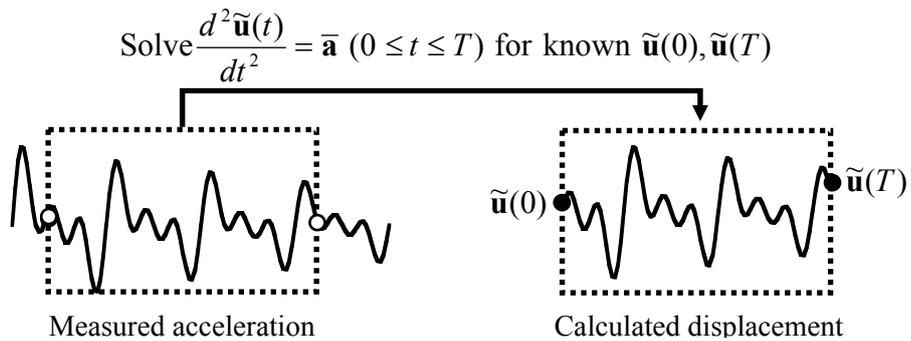


그림 2.6 경계조건문제로 정의한 변위추정

이러한 이유로 식 (2.9)와 같이 추정가속도와 측정가속도 사이의 차이를 최소화하는 최적화문제로서 변위를 추정한다.

$$\text{Min}_{\tilde{\mathbf{u}}} \Pi = \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_2^2 = \frac{1}{2} \|\mathbf{L}\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{a}\|_2^2 \quad (2.9)$$

최적화 과정 동안 발생하는 해의 불안정성은 이차미분연산행렬( $\mathbf{L}$ )의 특이

치 분해(singular value decomposition)을 통해서 살펴볼 수 있다.

$$\mathbf{L} = \mathbf{S} = \mathbf{Z}\mathbf{\Omega}\mathbf{V}^T \quad (2.10)$$

이차미분연산행렬은 식 (2.10)과 같이  $n \times (n+2)$  행렬  $\mathbf{Z}$ ,  $(n+2) \times (n+2)$  행렬  $\mathbf{\Omega}$ ,  $(n+2) \times (n+2)$  행렬  $\mathbf{V}$  로 표시된다. 여기서, 각 행렬은 다음과 같은 특성을 나타낸다.

$$\mathbf{Z}^T\mathbf{Z} = \mathbf{I}_{n+2}, \mathbf{V}\mathbf{V}^T = \mathbf{I}_{n+2}, \mathbf{\Omega} = \text{diag}(\omega_j) \quad (2.11)$$

여기서  $\omega_j$  는  $\omega_1 = \omega_{\max} \geq \dots \geq \omega_r \geq \varepsilon_r \geq \omega_{r+1} \geq \dots \geq \omega_{n+2} = \omega_{\min} \geq 0$  과 같이 내림 차순으로 정렬된 이차미분연산행렬의 특이치를 나타낸다. 그리고  $\mathbf{I}_{n+2}$  은  $n+2$  차의 단위행렬을 나타낸다. 여기서  $\varepsilon_r$  과  $r$  은 각각 rank 의 결정을 위한 한계치와 이차미분연산행렬  $\mathbf{L}$  의 rank 를 나타낸다.

수학적 관점에서 이 한계치  $\varepsilon_r$  은 정확히 0 이 되어야 한다. 하지만 수치적 계산과정에서의 유효자리의 한계로 인하여 정확히 0 이 될 수 없다. 이차미분연산행렬의 특이치는 수치적 계산에 의해 얻어지기 때문에 이 한계치는 다음의 식에 따라서 계산기계의 유효자리를 고려하여 결정된 값을 사용한다.

$$\varepsilon_r = \delta_m \|\mathbf{L}\|_{\infty} \quad (2.12)$$

여기서,  $\delta_m$  은 계산기기의 유효자리를 고려한 허용오차 값이다.  $\|\cdot\|_\infty$  은 행렬의  $L_\infty$ -norm 을 나타낸다.  $L_\infty$ -norm 의 정의는 다음과 같다.

$$\|\mathbf{A}\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq m} \sum_{j=1}^m |a_{ij}| \quad (2.13)$$

$r = n$  이면 민감도행렬은 rank-sufficiency 라고 부르고,  $r < n$  인 경우에는 rank deficiency 라고 부른다. 측정가속도를 이용해서 변위를 재구성하는 문제는 이러한 rank deficiency 로 인해 해가 불안정(ill-posed)해지는 특징을 보여준다.

### 2.3.3. 정규조건

최적화기법을 이용한 변위재구성 문제는 랭크부족으로 인하여 ill-posed 역해석 문제의 일종이고 해의 비유일성에 해당하는 불안정성을 지니고 있다. 불안정성 때문에 최적화 문제의 해가 물리적으로 의미 없는 해가 된다. 해의 비유일성은 추정하려는 시스템변수의 개수에 비해 측정치의 개수가 적을 때 나타난다.

rank deficiency 로 인한 이러한 해의 비유일성을 해소하기 위해서 적절한 정규화가 필요하다. 정규조건은 해가 존재하는 적절한 함수공간을 정의하는 것이다. 적절한 함수공간을 정의함으로써 불안정성을 해소하고 보다 의미 있는 해를 찾을 수 있다. 따라서 해의 특징에 따라 적절한 함수공간

을 정의하고, 적절한 정규화 함수를 이용하는 것이 매우 중요하다.

잔존변형이 발생하지 않은 구조물에서 구조물의 동적 응답은 차량이동 하중 과 같이 정적변형 효과가 지배적인 경우를 제외하고는 가진의 영향이 구조물의 **damping** 등 에너지 소산에 의해 점차적으로 줄어들어 시간이력의 증가에 따라 응답의 크기가 '0'에 수렴하게 된다. 케이블의 상시 진동이나 지진상황에서 구조물의 횡방향운동 등 다양한 구조물동적응답이 이러한 **base line** 운동의 성격을 갖는다. 따라서 변위재구성 문제의 범위를 동적효과에 의한 변위가 지배적인 잔존변형이 발생하지 않는 문제로 정의할 때 정규화 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Min}_{\tilde{\mathbf{u}}} \Pi_R = \frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{u}}\|_2^2 \quad (2.14)$$

정규화 기법은 크게 두 가지로 나누어진다. 일반적으로 해의 불연속성을 해소하고 수렴성을 높여주는 방향으로 정규화가 이루어지는 Tikhonov 정규화 기법이 있고, 해의 비유일성을 해소하는 방향으로 정규화가 이루어지는 TSVD (Truncated Singular Value Decomposition) 정규화 기법이 있다. 하지만 이 연구는 특정한 모델을 기반으로 하지 않기 때문에 Truncation number 를 결정하기 어렵기 때문에 Tikhonov 정규화 기법을 사용하였다.

#### 2.3.4. Tikhonov 정규화 기법

Tikhonov 정규화 기법의 개념은 역해석 문제의 불안정성을 극복하기 위해서 사용되어 왔고, 다양한 종류의 역해석 문제에 성공적으로 적용되어 왔다. 식 (2.9)의 오차함수에 positive definite 한 정규화 함수를 더해 주어 새로운 오차함수를 최소화함으로써 불안정성을 해결하는 방법이다.

$$\text{Min}_{\tilde{\mathbf{u}}} \Pi(\tilde{\mathbf{u}}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{L}\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{a}\|_2^2 + \Pi_R \quad (2.15)$$

여기서  $\Pi_R$ 은 식 (2.14)에 제시된 정규화 함수를 나타낸다. 정규화란 측정치에 의해 계산된 해와 사전에 알고 있는 해를 섞어주는 역할을 한다. 이는 계산치에 대한 기존 정보가 반영된 정규화 함수를 오차함수에 더해줌으로써 이루어진다.

$$\text{Min}_{\tilde{\mathbf{u}}} \Pi(\tilde{\mathbf{u}}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{L}\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{a}\|_2^2 + \frac{\lambda^2}{2} \|\tilde{\mathbf{u}}\|_2^2 \quad (2.16)$$

정규화 기법을 적용했을 때, 전체의 목적함수에 정규화의 영향이 커지면 해는 안정되는 효과를 보이지만 그 영향이 너무 클 경우 정확한 해를 찾는 것이 어려워진다. 따라서 정규화의 영향을 적절히 조절하는 것이 정확한 해를 찾고 해를 안정화 시키는데 매우 중요하다. 이 기법에는 정규화의 효과는 정규화 계수( $\lambda$ )에 따라서 결정하게 되는데, 정규화 계수를 결정하는

방법은 4 장에서 제시한다.

정규화 계수가 결정되면 추정변위는 식 (2.16)의 1 차 필요조건을 이용하여 구할 수 있다. 목적함수를 추정될 변위로 편미분하여 1 차 필요조건을 구하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \tilde{\mathbf{u}}} = 0 \Rightarrow \tilde{\mathbf{u}} = (\mathbf{L}^T \mathbf{L} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \mathbf{L}^T \tilde{\mathbf{a}} \quad (2.17)$$

#### 2.4. 시간창 기법

시간창기법(Time Window Technique) 2 장에서 제안한 변위추정기법은 주어진 전체 가속도 이력을 가지고 변위를 추정하는 기법이고 이러한 기법을 사용할 때 시간이력이 증가함에 따라 이차미분행렬의 크기가 커지고 계산량이 늘어난다. 실시간 구조물 감시와 같이 측정시간이 무한에 가까울 경우 실제적으로 계산기기를 이용하여 변위를 추정하는 것이 불가능해진다. 따라서 계산의 효율성과 실시간 변위 추정을 위해서 측정된 가속도 이력을 일정한 간격으로 나누어 각 시간창에서 변위를 추정하는 시간창기법을 제안한다.

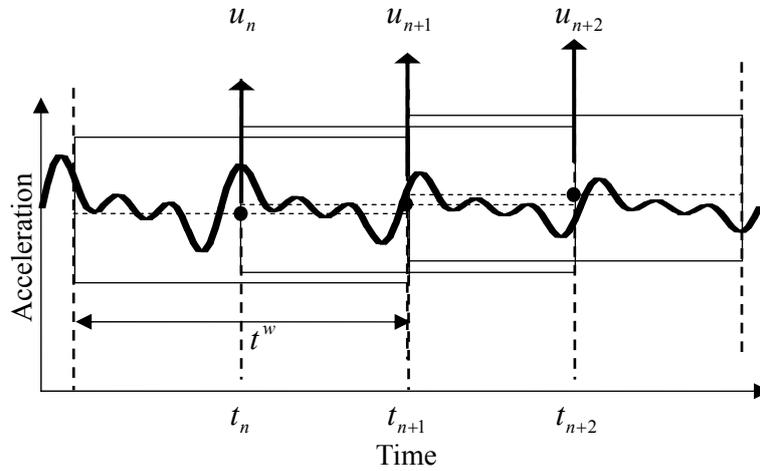


그림 2.8 시간창기법

시간창기법은 측정된 가속도이력을 <그림 2.8>과 같이 일정한 시간간격 ( $t^w$ )으로 나누어 각 시간창에서 변위를 재구성하는 방법이다. 이러한 기법을 통해 변위추정 시간을 줄이고 실시간 변위추정이 가능하다.

#### 2.4.1. 최적 시간창 크기

시간창기법을 사용할 때 어떠한 크기의 창을 선택해야하는가의 문제는 계산시간과 추정된변위의 정확성에 밀접한 관계를 갖고 있다. 측정가속도를 이용한 변위 재구성 문제에서 시간창의 크기가 증가할수록 계산에 사용되는 측정 데이터의 량이 증가하기 때문에 보다 정확한 추정 변위를 구할 수 있다. 하지만 계산과 효율성 측면에서 시간창의 크기가 작을수록 유리하기 때문에 이러한 두 가지 측면을 적절하게 고려하여 시간창의 크기를

결정할 필요가 있다.

제안된 방법이 특정한 시스템이나 모델을 기반으로 하지 않는 문제이기 때문에 조화운동의 주파수와 주기 등을 변화 시켜 추정된 변위를 바탕으로 시간 창 크기 결정에 이용하였다.

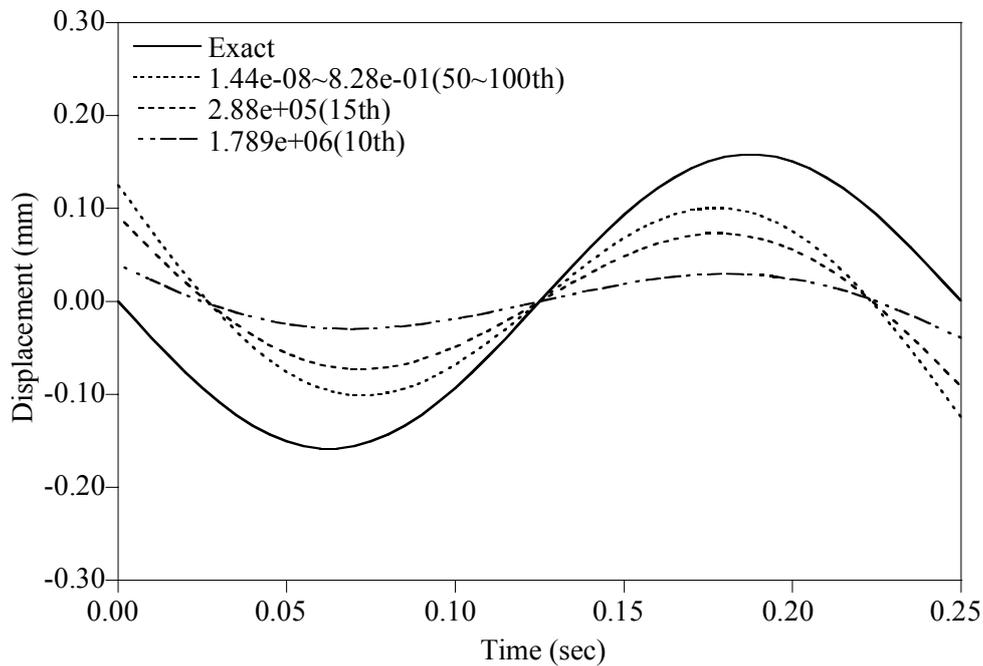


그림 2.9 한 주기에서 추정변위

4 Hz, 1 T의 조화운동에 대한 실제변위와 추정변위를 <그림 2.9>에서 비교하였다. 식 (2.16)에 의해 정규화계수가 작으면 정규효과가 작아서 해의 불안정성을 적절히 제어할 수 없고 정규화계수가 크면 정규화효과가 커서 정확한 해를 찾는 것이 어려워진다. 하지만 한 주기의 조화운동이 사용된 경우 측정치의 부족으로 인해 어떠한 정규화 계수로도 적절한 변위를 추정할 수 없다. 동일한 4 Hz 조화운동에서 측정치를 늘려가며 추정변위와 실제 변

위를 비교해 보면 <그림 2.10>에서와 같이 측정치가 늘어나도 시간창 양 끝단에 한 주기씩은 추정된 변위의 경계조건과 실제변위의 경계조건과의 차이의 영향을 받게 된다.

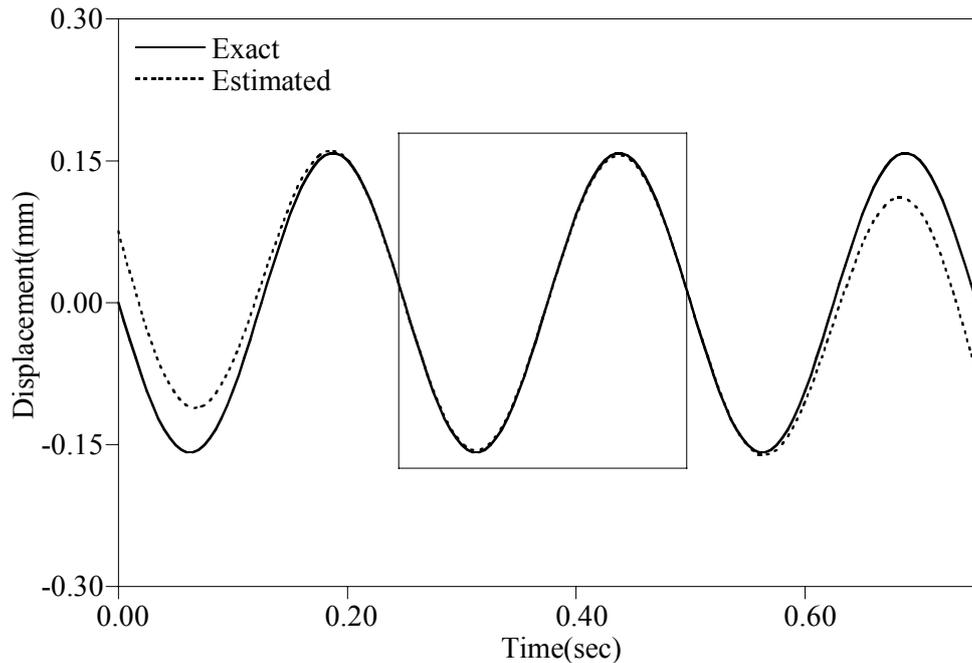


그림 2.10 세주기에서 추정변위

Saint-Venant 원리에 의하면 경계조건 차이로 인한 영향이 경계에서 멀어질수록 줄어든다. <그림 2.10>에서 경계조건차이의 영향이 양단 한 주기에 는 영향을 주게 되어 추정변위와 실제변위 사이에 오차가 발생하지만 이러한 영향이 경계에서 일정거리 이상 떨어진 내부주기에 도달하면 경계조건 추정된경계조건 오차로 인한 영향이 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 따라서 변위추정에 시간창 기법을 도입할 때, 윈도우의 크기는 경계조건차이로 인한 영향을 받는 양쪽 한 주기씩을 제외하고 내부에 한 주기가 확보되는

3 주기 이상으로 해야 한다. 이 논문에서는 앞서 제시한 이러한 사항과 계산상의 효율성을 고려하여 예상되는 변위의 최저주파 성분이 3 주기 확보 되도록 시간창의 크기를 결정하였다.

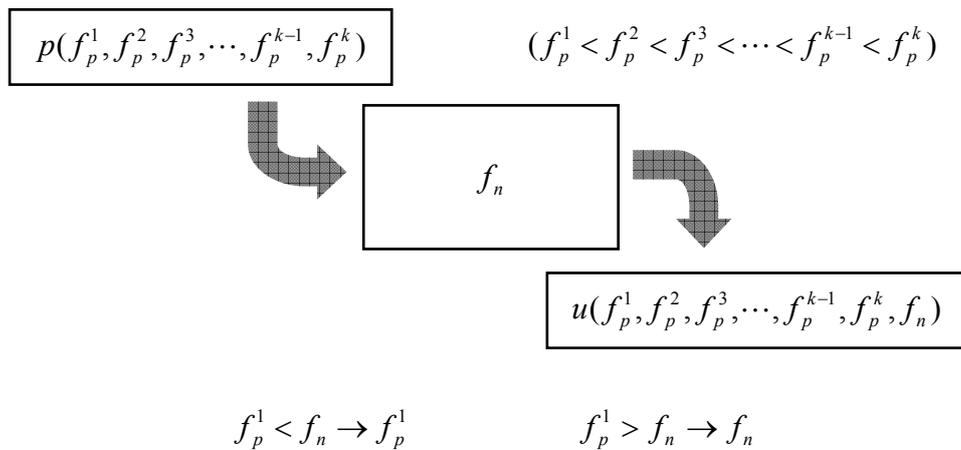


그림 2.11 최소주파수 성분 결정

이러한 시간창 크기 결정은 예상될 변위에 대한 최저주파수 성분에 대한 정보가 있을 때 가능하다. 일반적으로 구조물 동적응답의 최저주파는 구조물의 1 차모드 고유진동수( $f_n$ )이다. 하지만 지진하중시와 같이 가진성분이 구조물의 동적응답에 크게 영향을 주는 경우 가진성분의 최저주파 성분을 시간창 크기 결정에 고려해 주어야 한다. 따라서 <그림 2.11> 에서와 같이 가진성분과 구조물의 1 차모드 고유진동수중 저주파성분에 해당하는 성분을 시간창 크기 결정에 이용한다.

#### 2.4.2. 변위 추정치 선택

시간창기법을 이용할 경우 창이 이동하며 추정변위가 중첩되며 계산된다. 이 때 <그림 2.8>에서와 같이 각 단계에서 계산된 변위 중 시간창의 중앙에 있는 변위 값을 받으며 시간창을 이용시켜 간다. 이는 2.4.1 절에서와 같이 Saint-Venant 원리에 의해 경계조건의 차이로 인한 영향이 양 경계부로부터 거리가 가장 먼 시간창 가운데에서 최소화 되기 때문이다.

### 3. 정규화계수 결정

Tikhonov 정규화 기법을 적용했을 때, 전체 목적함수에 대한 정규화의 영향이 커지면 해는 안정화 되는 효과를 보이지만 그 영향이 너무 클 경우 정확한 해를 찾는 것이 어려워진다. 따라서 정규화의 영향을 적절히 조절하는 것이 정확한 해를 찾고 해를 안정화 시키는데 매우 중요하다. Tikhonov 정규화기법에서 정규화의 효과는 정규화 계수에 따라서 결정하게 되는데, 정규화 계수를 결정하는 방법으로는 선형문제에서는 LCM(L-Curve Method), GCV(Generalized Cross Validation)등이 있으며 비선형 문제에서는 GMS(Geometric Mean Scheme), VRFS(Variable Regularization Factor Scheme)등이 제안되어 있다.

식(2.16)에서 첫 번째 항은 가속도에 대한 항이고 두 번째 항은 변위에 대한 항이므로 적절한 표준화(normalization)가 필요하나 주파수에 따라 가속도영역과 변위영역에서의 표준화 수준이 달라져야 하므로 시간영역에서 일반화는 적용하기 힘들다. 또한, 오차수준의 변화에 따라 적절한 정규화 수준이 결정되어야 한다.

이와 같이 일반화와 오차수준을 적절하게 고려해서 정규화 계수를 결정하기 위해 이 논문에서는 GCV 기법을 정규화 계수 결정에 이용하였다. 그리고 복잡한 문제에서 GCV 로 인해 발생하는 문제점들을 제시하고 이를 해결하기 위한 새로운 정규화 계수 결정기법을 제안한다.

### 3.1. GCV

Generalized cross validation(GCV)기법은 정규화 계수 측정오차에 대한 평가에 있어서 활용되는 방법이다. GCV는 적절한 정규화 계수가 측정데이터의 손실을 잘 예상할 수 있어야 한다는 통계적 이론에 근거하고 있다. 즉, 측정 데이터에서 임의의 측정성분이 빠져나가면, 대응하는 정규화 계수는 이러한 성분을 적절히 예상할 수 있어야 한다는 것이다. GCV에 의한 최적정규화 계수는 정규화 계수에 대한 함수식인 다음과 같은 GCV 함수를 최소화 하는 값으로 결정된다.

$$\text{Min}_{\lambda} G(\lambda) = \frac{\|\mathbf{L}\tilde{\mathbf{u}}_{\lambda} - \bar{\mathbf{a}}\|_2^2}{\text{trace}(\mathbf{I}_m - \mathbf{L}\mathbf{L}^{\#})^2} \quad (3.1)$$

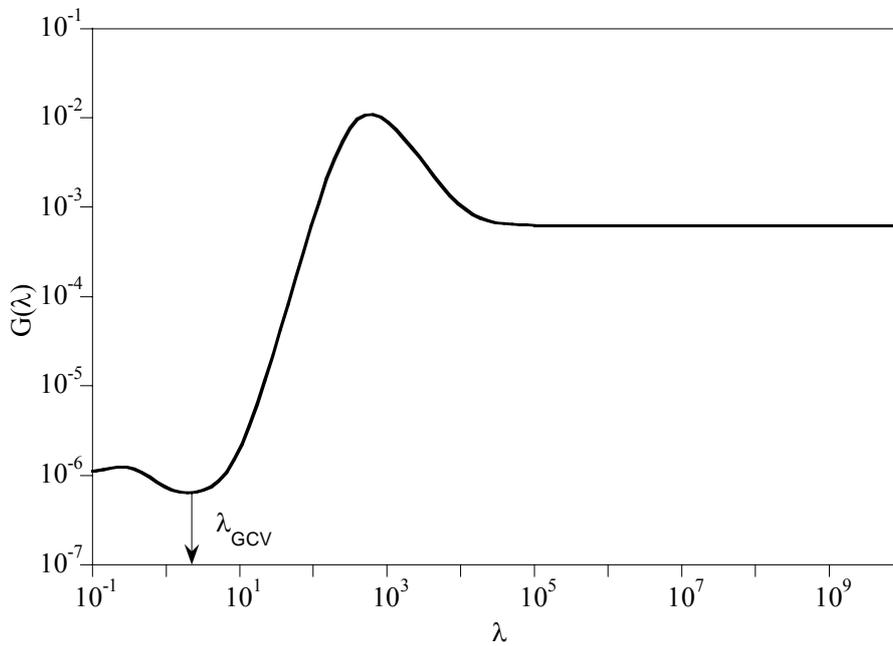


그림 3.1 일반적인 GCV 함수

조화운동 등 일반적인 단순한 동적응답에서 GCV 함수의 형태는 <그림 3.1>와 같고 GCV 함수가 최소로 만드는 값이 최적정규화 계수로 결정된다.

	<b>1Hz</b>	<b>3Hz</b>	<b>5Hz</b>	<b>7 Hz</b>	<b>10 Hz</b>
1%	Good	Good	Good	Good	Good
5%	Good	Good	Good	Good	Good
10%	Good	Good	Good	Good	Good
30%	<b>Bad</b>	Good	Good	Good	Good

주파수 대역과 오차수준을 조절하며 조화운동에서 GCV 기법을 적용성을 확인해 보았다. 주파수 대역은 일반적인 대형 토목구조물의 1 차모드 고유진동수 대역을 포함하도록 1~10Hz 로 하였고, 오차성분은 균등분포된 (uniform distributed) 비례오차를 사용하였다. GCV 기법을 이용한 조화운동에서의 변위재구성 결과에서 위의 표와같이 전체적으로 변위를 적절히 재구성함을 알 수 있었다. 하지만 1Hz 대역에서 오차수준이 높을 경우 <표 3.1>과 같이 추정변위가 '0'에 가까워지는 과도한 정규화현상(over fitting)이 있었다. 정규화효과가 과도하게 커져서 추정변위가 '0'에 가까워지는 현상이 있었다. 이러한 이유는 GCV 함수의 형태가 일반적인 경우인 <그림 3.1>과 달리 <그림 3.3>처럼 앞부분에 극소값이 존재함에도 불구하고 정규화 계수가 커짐에 따라 GCV 함수 값이 더 작은 부분이 존재하여 상당히 큰 정규화 효과를 갖는 값이 정규화 계수로 결정되기 때문이다.

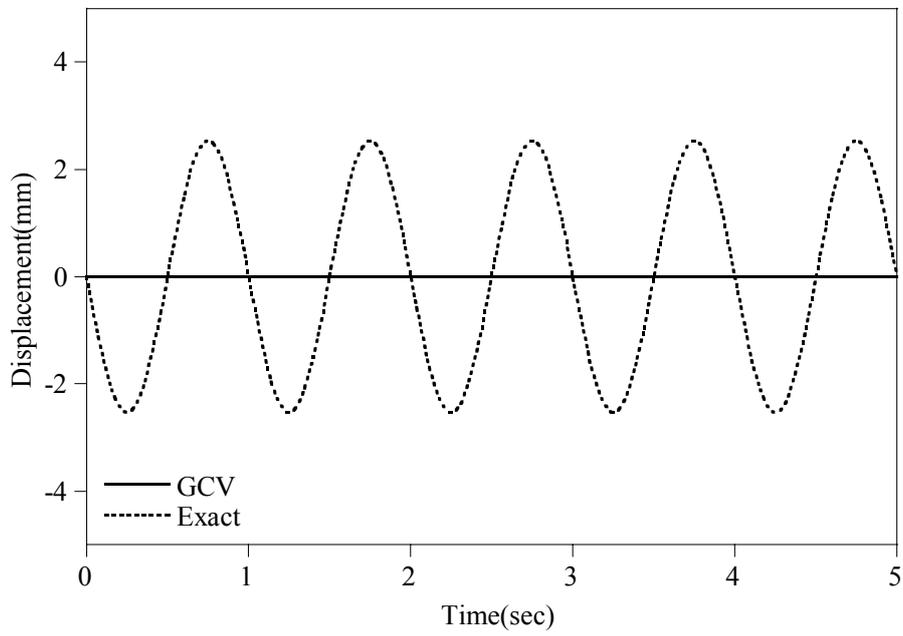


그림 3.2 과도한 정규화로 인한 추정변위

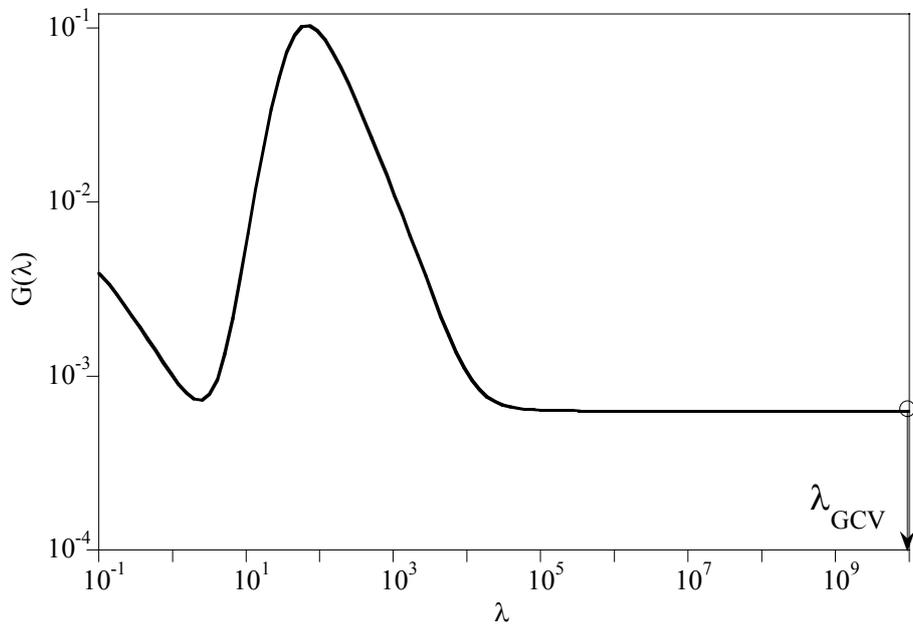


그림 3.3 과도한 정규화 시 GCV 함수

조화운동과 같이 단순한 동적응답에서는 이러한 과도한정규화 현상이 오차 수준 30%와 같은 과도한 오차수준에서만 발생하지만 일반적인 토목구조물에서 나오는 응답은 조화운동에 비해 상당히 복잡한 응답특성을 갖기 때문에 GCV 기법을 이용할 때 과도한 정규화의 효과로 변위가 “0”이 되는 경우가 발생하기 쉽다. 이러한 이유 때문에 다음절에서는 변위의 최저주파수 성분을 예상할 수 있을 때 사용할 수 있는 다소 안정적인 계수결정 기법을 제안한다.

GCV 기법을 이용하여 조화운동의 정규화계수를 결정하는 과정에서 최적정규화 계수가 조화운동의 주파수준과 비례오차의 수준에 따라서 변화함을 확인 하였다. 측정가속도를 이용하여 변위를 추정하는 문제는 특정한 구조물이나 모델을 기반으로 하지 않는 문제이기 때문에 조화운동으로부터 결정된 최적정규화 계수를 주파수와 오차수준에 대한 함수로 표현하여 토목구조물로부터 측정된 가속도를 변위 재구성하는데 이용한다.

### 3.2. 조화운동을 이용한 고정 정규화계수

앞에서 언급한 GCV 기법의 경우 과도한 정규화 효과가 발생하는 문제점이 발생한다. 이러한 이유로 이 절에서는 조화진동의 주파수와 오차수준을 변화시키며 실제변위와 추정변위 사이의 차를 최소화하는 정규화 계수를 이용하여 토목구조물의 변위추정에 이용하는 기법을 제안한다.

$$\lambda_{\text{opt}}(\text{frequency, noise amplitude}) = \underset{\lambda}{\text{Min}} \frac{\|\mathbf{u} - \mathbf{u}_{\text{exact}}\|_2^2}{\|\mathbf{u}_{\text{exact}}\|_2^2} \quad (3.2)$$

조화운동은 실제변위에 대해서 알 수 있으므로 실제변위와 추정변위 사이에 차를 최소화하는 값을 최적정규화계수로 선택하고 식 (3.2)를 이용한다. 이 때 <그림 3.4>과 같이 추정된 경계조건 오차의 영향이 큰 양 끝 한 주기씩을 제외하고 내부주기만을 이용하고 2.4.1 절에서 결정된 시간창 크기인 3 주기의 조화운동을 이용하여 최적정규화계수를 결정하였다.

조화운동으로부터 결정된 최적정규화 계수는 <그림 3.5>과 같다. 최적정규화 계수는 오차수준에 대해서 큰 차이를 나타내지 않고, 조화운동은 주파수에 지배적인 함수로 결정된다.

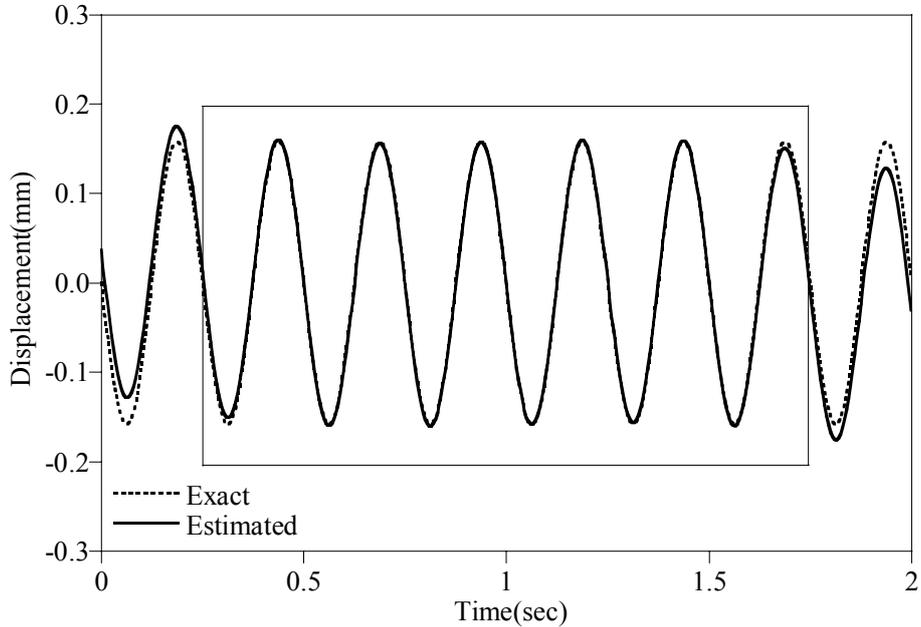


그림 3.4 8 주기에서 추정변위

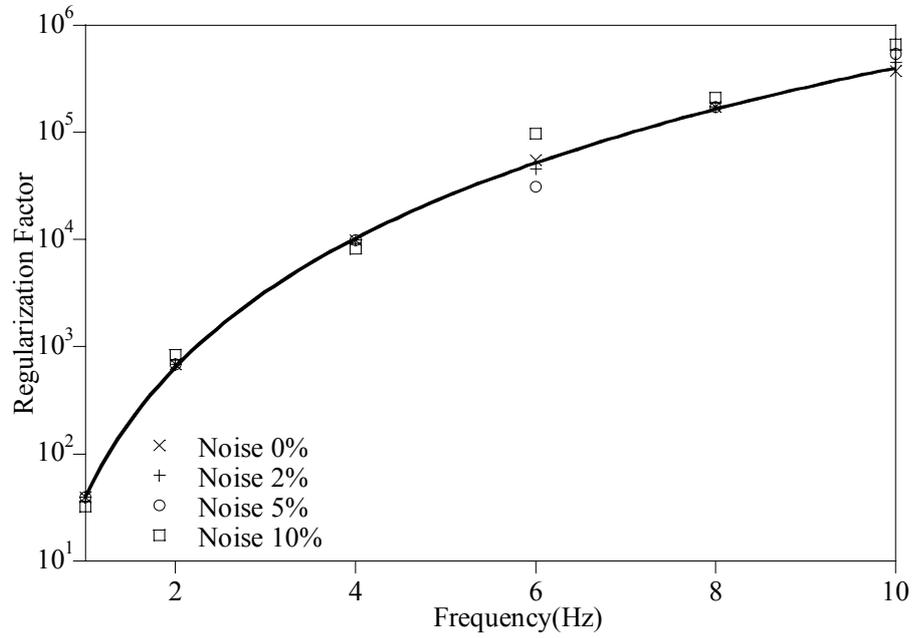


그림 3.5 주파수와 오차수준에 따른 정규화 계수의 변화

주파수에 대한 최적정규화 계수의 변화를 함수형태로 표현하면 5 가지 오차 셋에 대해서 식 (3.3)과 같이 표현된다.

$$\lambda_{\text{opt}} = 40 \times f^4 \quad (3.3)$$

이렇게 결정된 정규화 계수를 이용하여 변위의 최저주파 성분을 알 수 있는 경우에 한하여 보다 안정적인 방법으로 제안한다.

## 4. 예제

이 장에서는 2,3 장에서 제안된 변위추정기법, 시간창기법, 정규화계수결정 기법에 대하여 간단한 수치해석 예제와 실제케이블의 자유진동 실험을 통하여 그 정당성을 보인다.

### 4.1. 수치해석예제

변위재구성 기법의 실제 적용에 앞서 수치해석 예제에 제안된 기법을 적용해 본다. 먼저 가장 간단한 토목구조물에 해당하는 전단빌딩에 대하여 지진하중 상황에서 변위재구성 기법을 적용해 보고, 좀 더 복잡한 트러스 구조물과 이동하중실험에 대하여 제안된 기법을 사용하여 측정가속도로부터 변위를 재구성해 본다.

#### 4.1.1. 전단빌딩

전단빌딩 수치해석 모델은 <그림 >에 제시하였다. 전단빌딩은 5 층으로 구성하였고 <그림 4.2>와 같이 엘센트로지진(EL Centro #9)을 반으로 스케일링 하여 사용하였고 데이터는 100Hz 로 측정하였다.

가속도는 전단빌딩의 5 층 꼭대기에서 횡 방향에 대한 값을 이용했고 균등분포된(uniform distributed) 비례오차를 더하여 측정가속도로 이용하고

변위를 추정하여 그 결과를 해석변위와 비교하였다. GCV 사용시 시간창의 크기는 커질수록 데이터의 양이 많아지므로 클수록 유리하지만 제안된 조화운동을 이용한 정규화 계수 결정기법과의 비교를 위해 최저주파수 성분의 3 주기에 해당하는 크기를 시간창의 크기로 선택하였다. 구조물의 1 차 모드 고유진동수가 2.2Hz 이고 엘센트로지진을 FFT(fast Fourier transform)한 결과 0.4Hz 대역에서부터 주파수 성분이 존재하였으므로 저주파 성분에 해당하는 0.4Hz 성분을 추정변위의 최저주파 성분으로 하여 시간창의 크기 및 조화운동을 이용한 최적정규화 계수결정에 이용한다. 따라서 시간창의 크기는 0.4Hz 의 3 주기에 해당하는 7.5 초로 결정하여 측정가속도로부터 변위를 추정하였다.

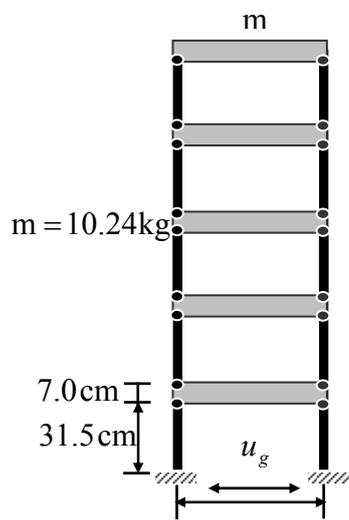


그림 4.1 5 층 전단빌딩

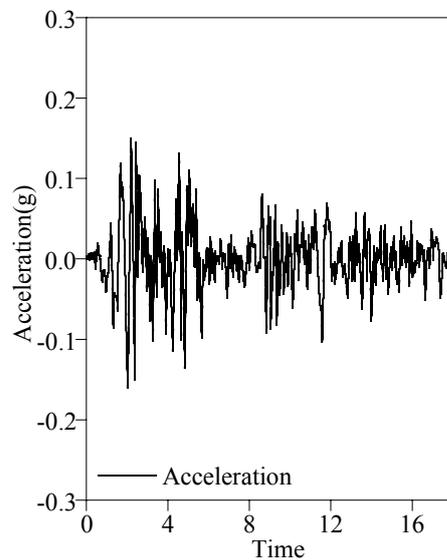


그림 4.2 엘센트로 지진가속도

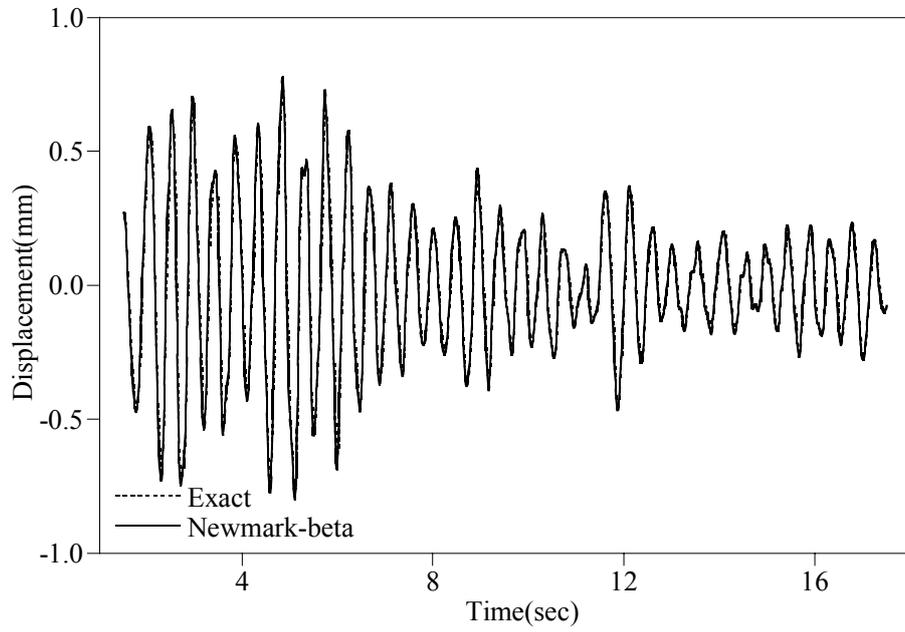


그림 4.3 전단빌딩 오차수준 0%에서 뉴마크방법

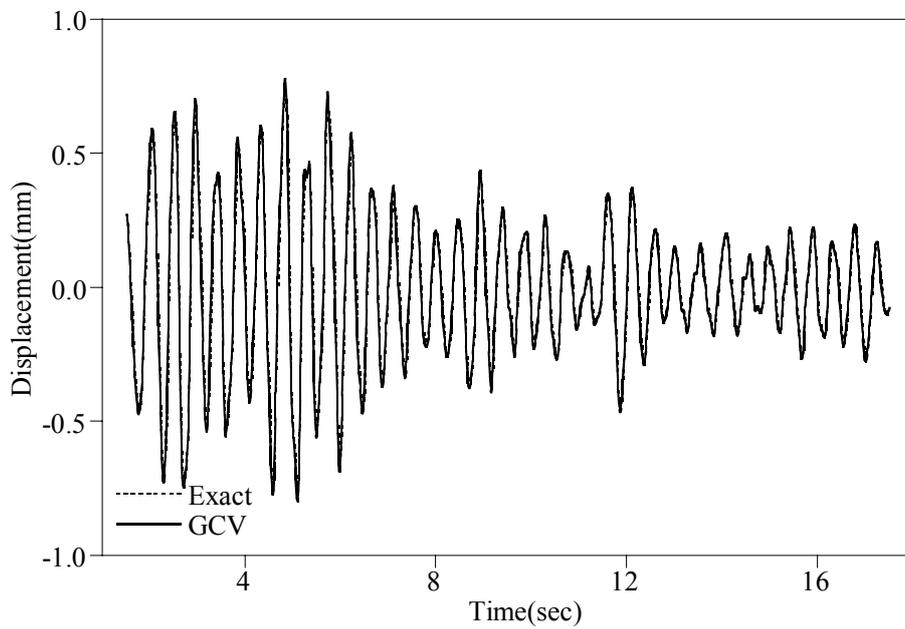


그림 4.4 전단빌딩 오차수준 0%에서 GCV 방법

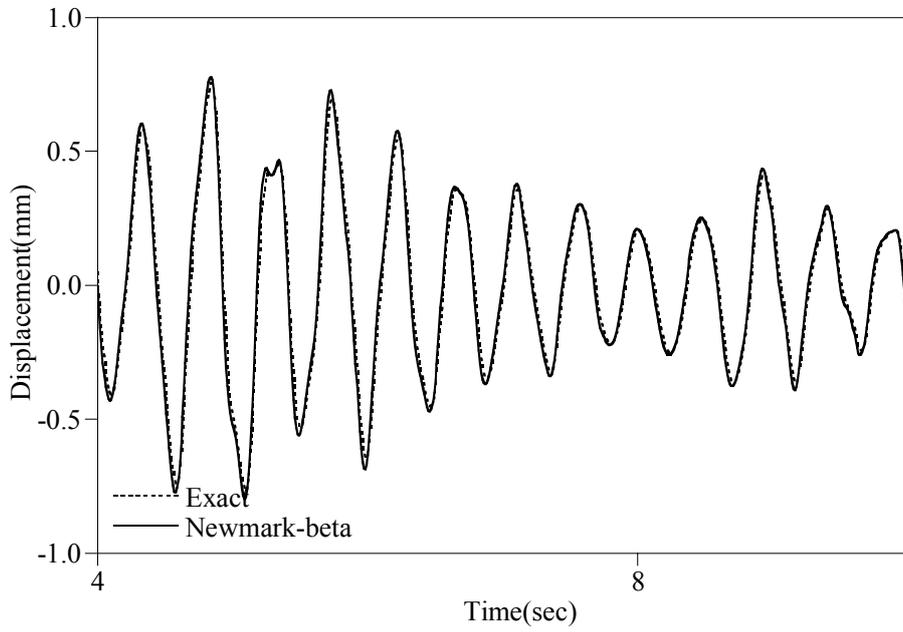


그림 4.5 전단빌딩 오차수준 0%에서 뉴마크방법 확대

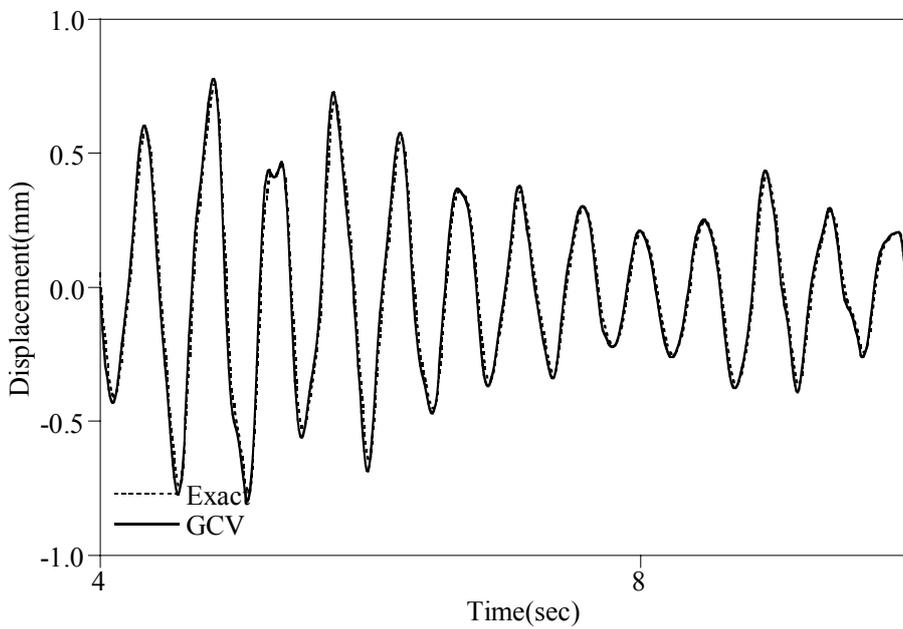


그림 4.6 전단빌딩 오차수준 0%에서 GCV 방법 확대

<그림 4.3>과 <그림 4.4>는 각각 측정오차가 없을 때 정확한 초기조건을 주고 뉴마크방법을 이용하여 변위를 추정한 결과와 GCV 기법을 이용하여 변위를 추정한 결과를 실제변위와 비교한 그래프이고 <그림 4.5>와 <그림 4.6>는 4~10 초까지를 확대한 그래프이다. 속도와 변위의 초기상태가 '0'이 아닌 데이터에 대해서 변위를 추정해 보기 위해 가진이 시작되고 1 초 후의 가속도부터 이용해서 변위를 재구성 하였고 시간창기법 적용시 각 스텝에서 추정된 변위 중 경계조건에 영향을 최소화 되는 시간창 가운데 추정 변위를 선택하며 시간창을 진행하지만, 이러한 경우 시간창크기( 7.5 초)의 반에 해당하는 3.75 초의 추정변위가 전체 가속도의 양 끝에서 없어지게되므로 뉴마크방법과의 비교를 위해서 첫 스텝에서 추정된 변위의 앞부분과 끝 스텝에서 추정된 변위의 뒷부분을 전체 추정된 변위의 양 끝단에 표현하였다.

측정잡음이 없을 경우 주어진 그래프들에서 나타나 듯 정확한 초기조건을 준 뉴마크방법과 제안된 변위추정기법은 모두 실제변위에 가까운 추정변위를 예측했다.

하지만 10%의 비례오차를 측정가속도에 추가한 경우 뉴마크방법은 초기조건을 정확하게 주어도 <그림 4.7>와 같이 Nonlinear Drift 형태의 저주파 오차 증폭이 발생한다. 이에 반해 GC 기법과 조화운동으로부터 결정된 최적정규화 계수를 이용할 경우 뉴마크방법과 달리 시간에 따른 오차로 인한 drift가 발생하지 않고 전체적인 변위의 위상과 크기를 적절하게 추정한다.

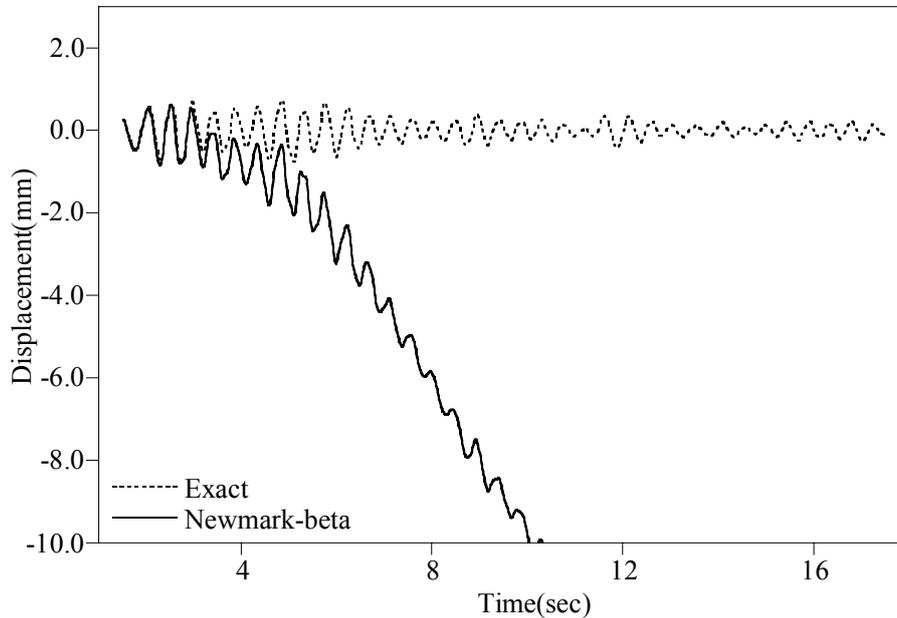


그림 4.7 전단빌딩 오차수준 10%에서 뉴마크방법

<그림 4.8>과 <그림 4.9>는 각각 GCV 기법을 통해 결정된 정규화 계수를 이용하여 변위를 추정한 결과와 조화운동으로부터 결정된 최적정규화 계수를 이용하여 변위를 추정한 결과이고 <그림 4.10>과 <그림 4.11>는 4~10 초까지를 확대한 결과이다. 전단빌딩 수치해석예제로부터 가속도에 측정잡음이 있을 경우 초기경계조건문제의 특성상 뉴마크방법은 오차를 시간에 대하여 누적시켜 적절하지 못한 변위계산 결과를 만든다. 하지만 GCV 기법을 통해 결정된 정규화 계수를 이용하여 변위를 추정한 결과와 조화운동으로부터 결정된 최적정규화 계수를 이용하여 변위를 추정한 결과는 시간영역에서 측정잡음에 대한 영향을 적절하게 걸러내어 실제변위에 가까운 변위추정 결과를 나타낸다.

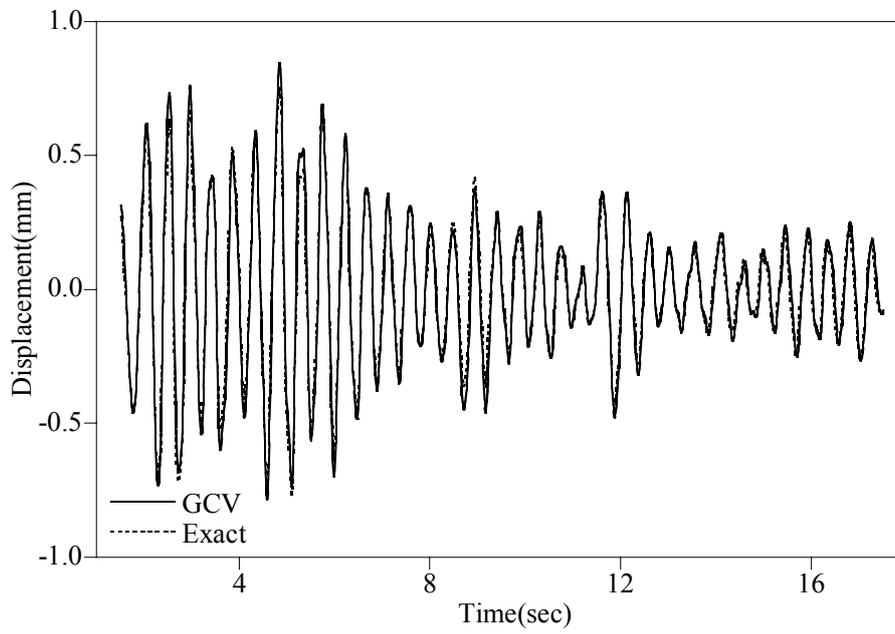


그림 4.8 전단빌딩 오차수준 10%에서 GCV 방법

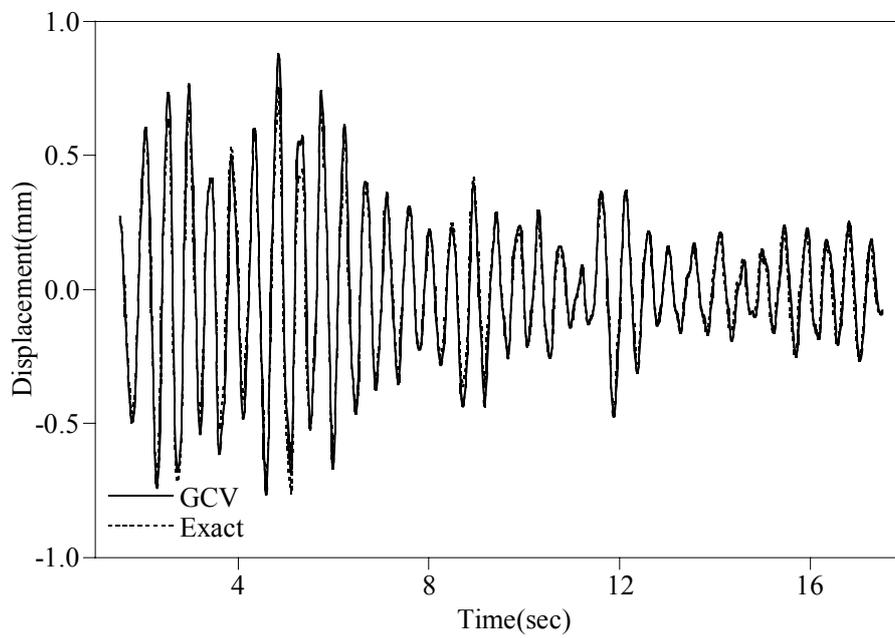


그림 4.9 전단빌딩 오차수준 10%에서 고정정규화계수방법

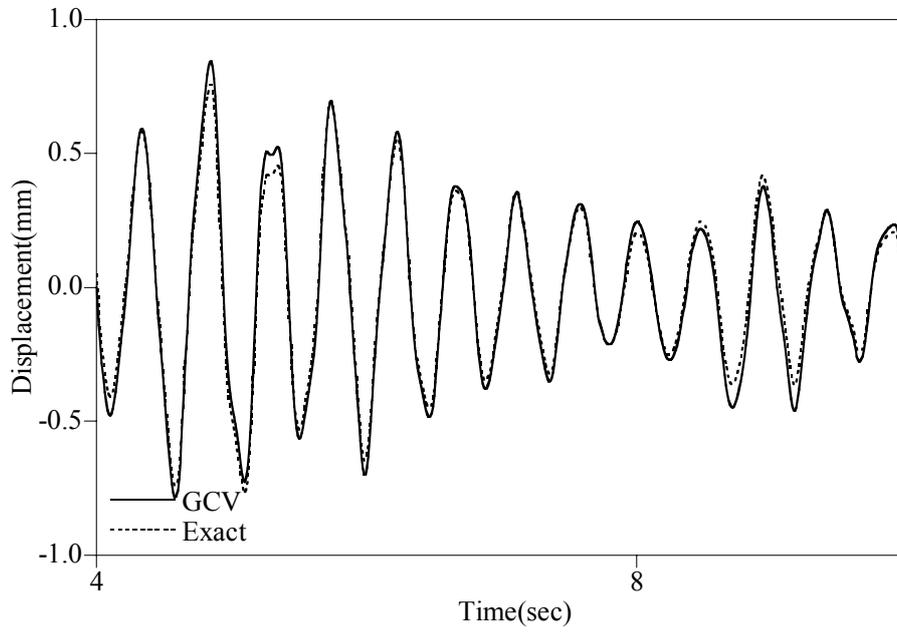


그림 4.10 전단빌딩 오차수준 10%에서 GCV 방법 확대

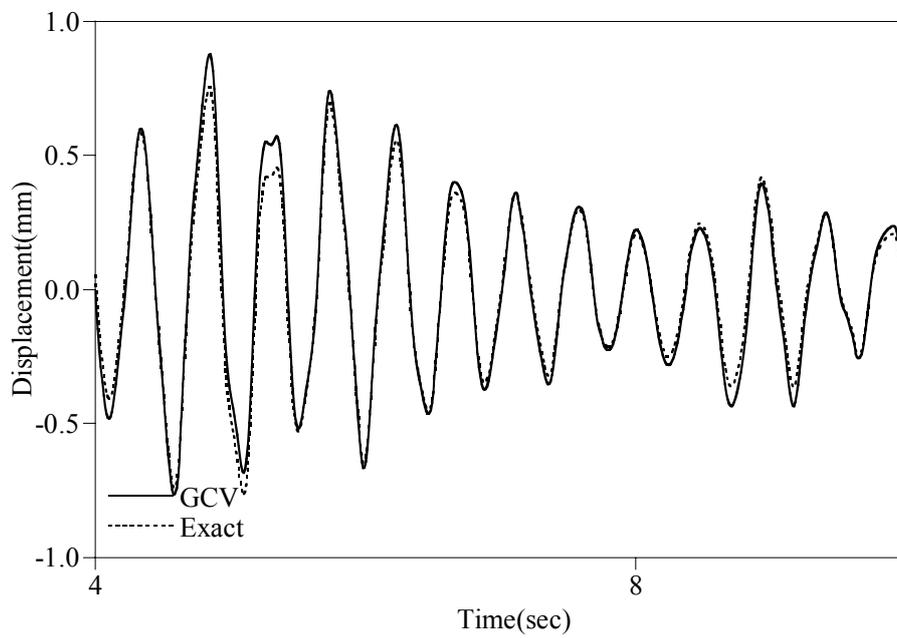


그림 4.11 전단빌딩 오차수준 10%에서 고정정규화계수방법 확대

#### 4.1.2. 트러스 교량

앞 절에서 전단빌딩에 대한 수치해석예제에서 간단한 구조물에 대하여 제안된 방법의 타당성을 검토해 보았다. 이 절에서는 트러스 교량과 같이 좀 더 복잡한 동적응답 특성을 갖는 구조물에 대하여 제안된 방법을 적용해 본다.

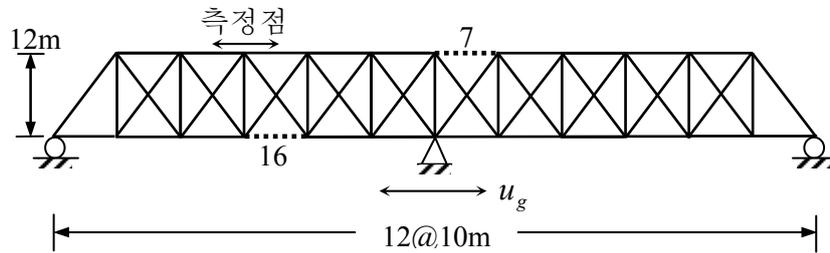


그림 4.12 트러스 교량

2 경간트러스 교량 수치해석예제에 사용한 트러스의 물성치 및 구조는 <그림 4.12>과 같다. 구조물의 1 차모드 고유진동수는 6Hz 이고 좀 더 복잡한 상황에서 발생한 측정가속도를 모사하기 위해 4.545 초에 7 번부재와 16 번부재에 각각 40%,50%의 강성감소를 주었다. 가진원으로는 고베지진을 사용하고 좌측경간중앙의 상부에서 측정된 가속도를 이용하여 변위를 추정한다. 고베지진의 주파수대역이 0.8Hz 부터 이고 구조물의 1 차 모드 고유주파수가 6Hz 이기 때문에 저주파에 해당하는 0.8Hz 를 기준으로 시간창의 크기와 조화운동을 이용한 최적정규화계수를 결정한다.

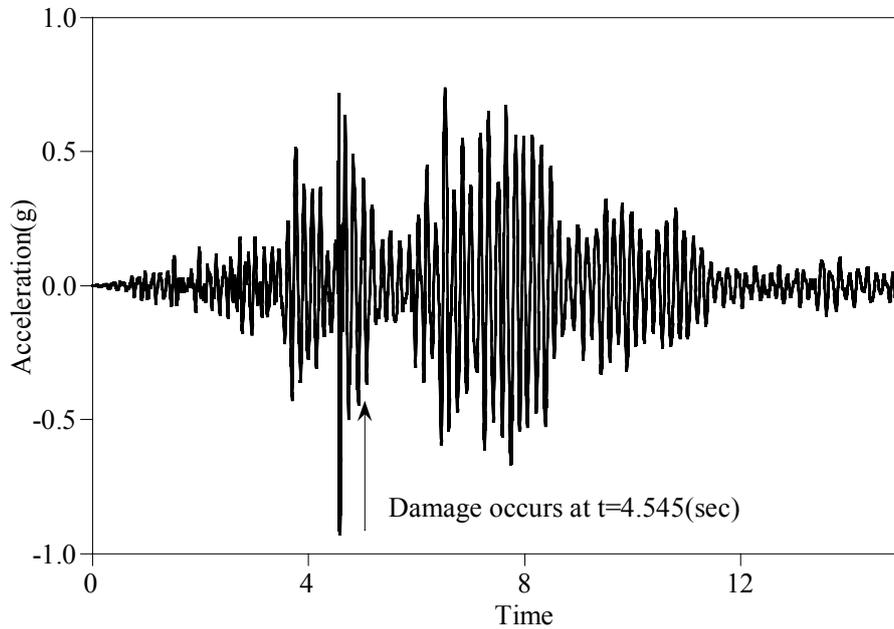


그림 4.13 고베지진가속도

측정잡음은 5%와 15% 비례오차를 적용하여 일반적인 상황과 측정잡음이 극심한 상황을 모사하였고 200Hz 간격으로 측정하였다. 시간창의 크기와 조화운동을 이용한 최적정규화계수의 결정은 0.8Hz 에 의해 결정되어야 하나 변위계산과 해석의 편의상 1Hz 를 기준으로 시간창의 크기와 정규화계수를 결정하였다.

<그림 4.14>과 <그림 4.15>는 각각 오차수준 5%에서 GCV 방법을 이용한 추정변위와 조화운동으로부터 결정한 최적정규화계수를 이용한 추정결과이고, <그림 4.16>과 <그림 4.17>는 5~10 초 사이를 확대한 그래프이다. 또한 <그림 4.18>부터 <그림 4.21>까지는 오차수준 15%에서 결과이다.

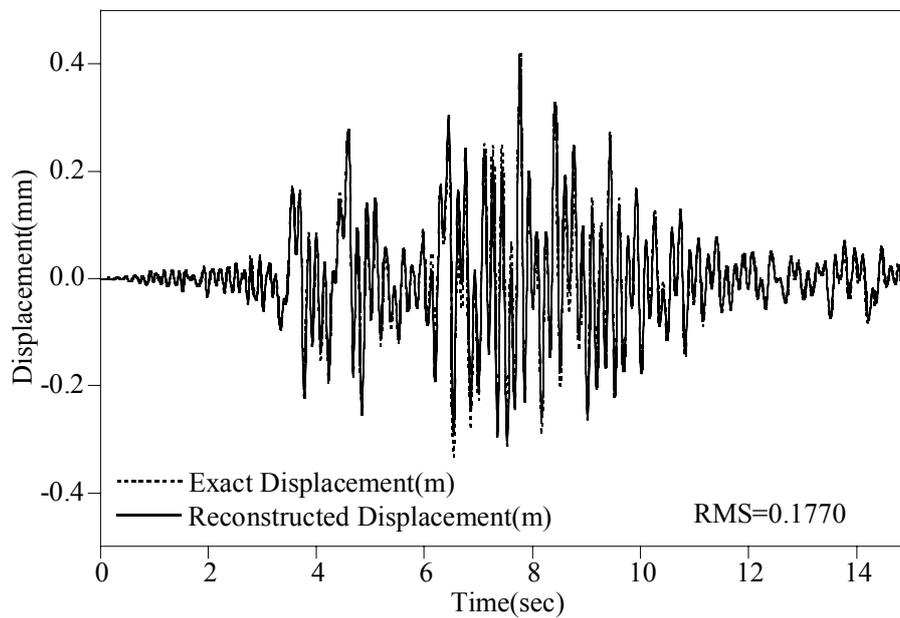


그림 4.14 트러스 오차수준 5%에서 GCV 방법

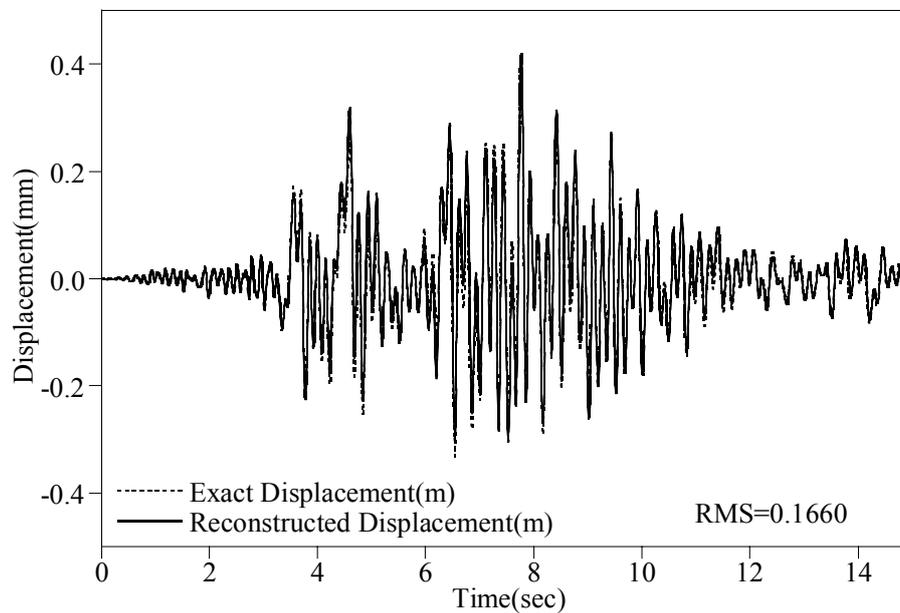


그림 4.15 트러스 오차수준 5%에서 고정정규화계수방법

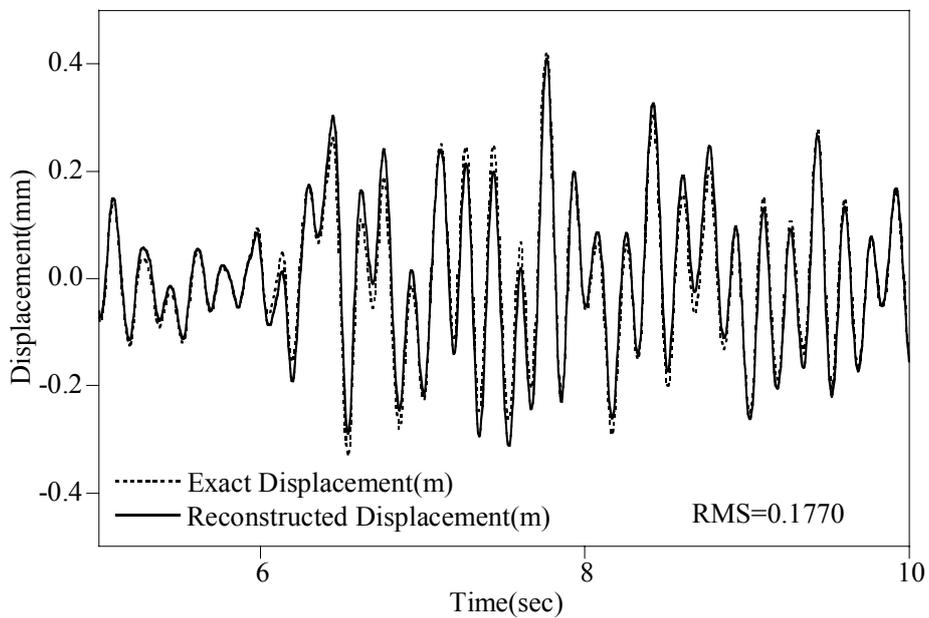


그림 4.16 트리스 오차수준 5%에서 GCV 방법 확대

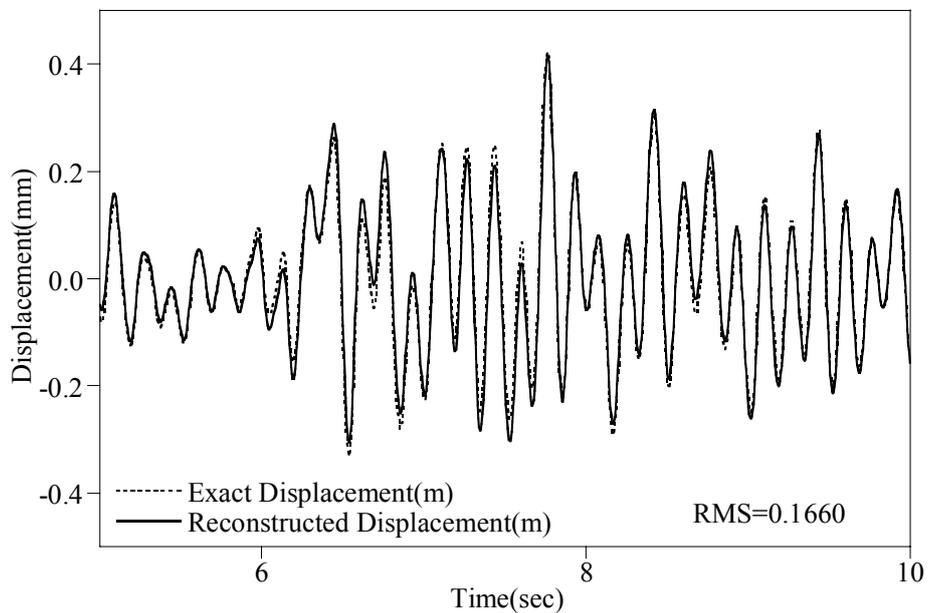


그림 4.17 트리스 오차수준 5%에서 고정정규화계수방법 확대

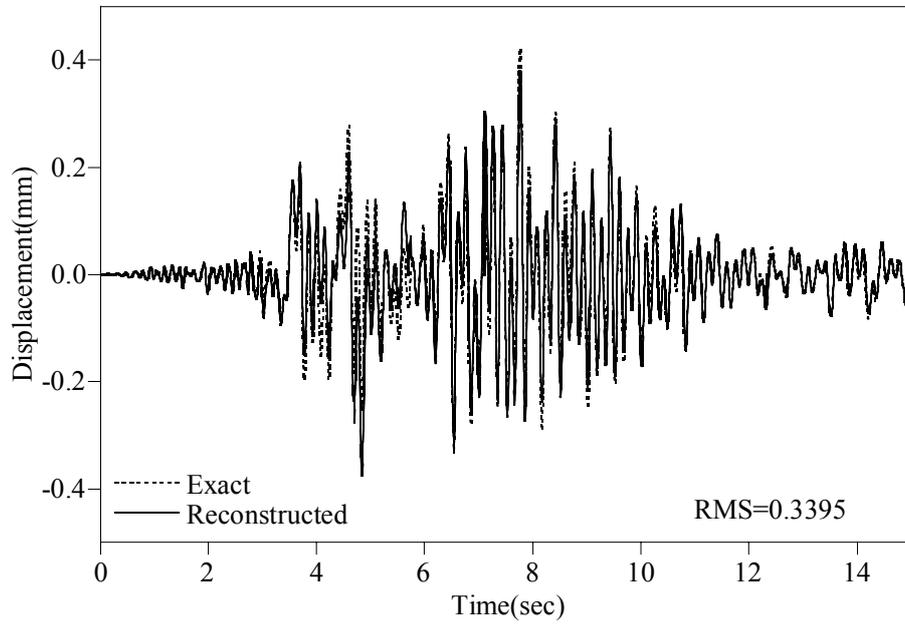


그림 4.18 트러스 오차수준 15%에서 GCV 방법

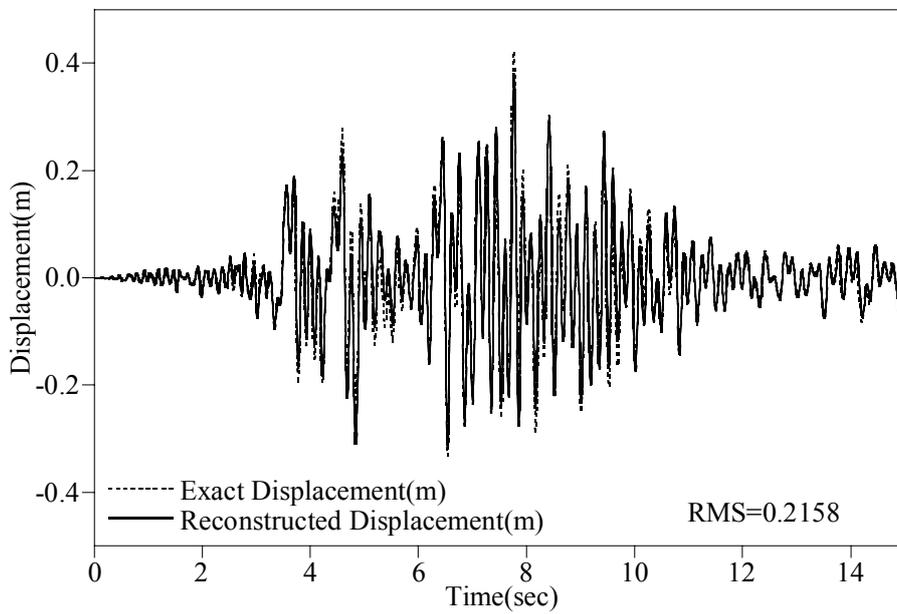


그림 4.19 트러스 오차수준 15%에서 고정정규화계수방법

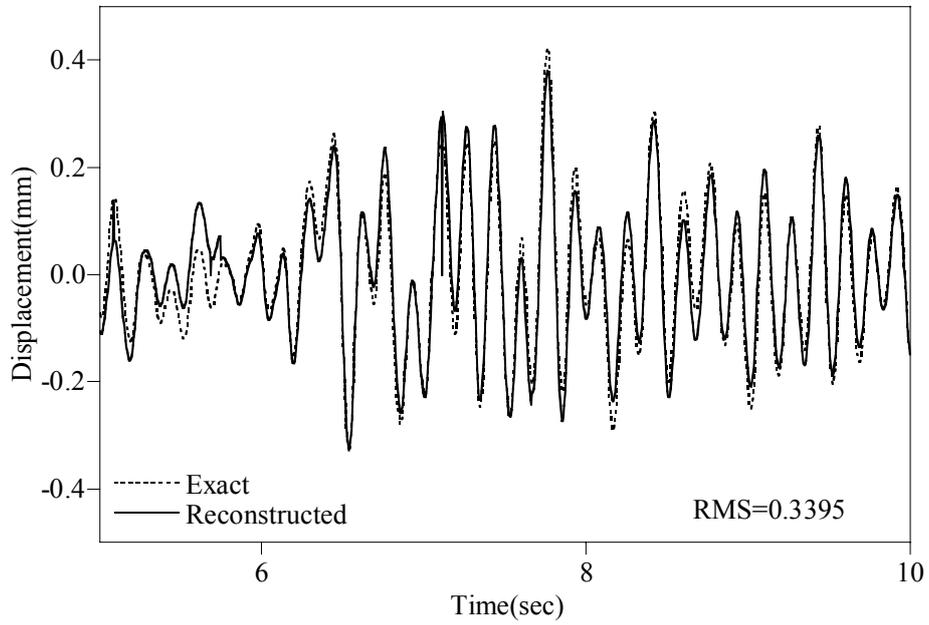


그림 4.20 트러스 오차수준 15%에서 GCV 방법 확대

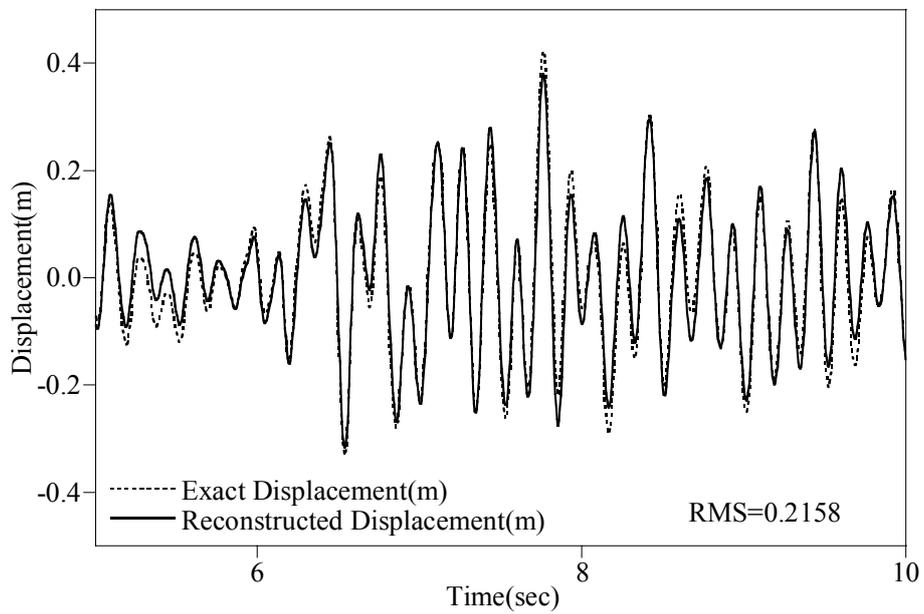


그림 4.21 트러스 오차수준 15%에서 고정정규화계수방법 확대

뉴마크방법을 이용하여 변위를 추정하는 경우 전단빌딩의 경우와 마찬가지로 측정잡음에 의해 nonlinear drift 가 발생한다. 이에 반해 GCV 를 이용한 방법과 조화운동에서 결정된 정규화계수를 이용하는 방법으로 변위를 추정한 경우 오차수준 5%에서 전체적인 변위 이력을 적절하게 추정할 수 있다. 좀 더 심각한 환경에서 측정된 가속도를 모사한 15% 비례오차에서도 제안된 방법으로 추정한 변위이력은 심각한 오차로 인해 부분적으로 실제변위와 불일치하는 부분이 발생하기도 하지만 전체적인 변위의 위상과 크기가 실제변위와 적절하게 일치함을 볼 수 있다.

#### 4.2. 케이블실험

제안된 기법이 실제 구조물 변위추정에 적용가능성을 실제 케이블 실험을 통해서 확인해 본다. 케이블의 구조형상은 <그림 4.22>과 같다. 가속도계는 총 3 개를 사용하고, 1/8 지점, 1/4 지점, 1/2 지점에 가속도계를 설치하였다. 케이블의 장력은 30 톤 이고 200Hz 로 가속도를 측정하였다. 케이블의 자유진동을 만들기 위해서 케이블의 1/4 지점에 200Kg 의 추를 와이어에 매달았다가 와이어를 끊는 것으로 자유진동을 모사했다. 추가 끊어지며 발생하는 불규칙 운동에 의한 측정 잡음을 줄이기 위해서 이 논문에서는 케이블중앙 (1/2) 지점에서의 측정가속도와 LVDT 를 이용하여 측정한 변위를 이용하여 추정된 변위와 실제변위를 비교해 보았다.

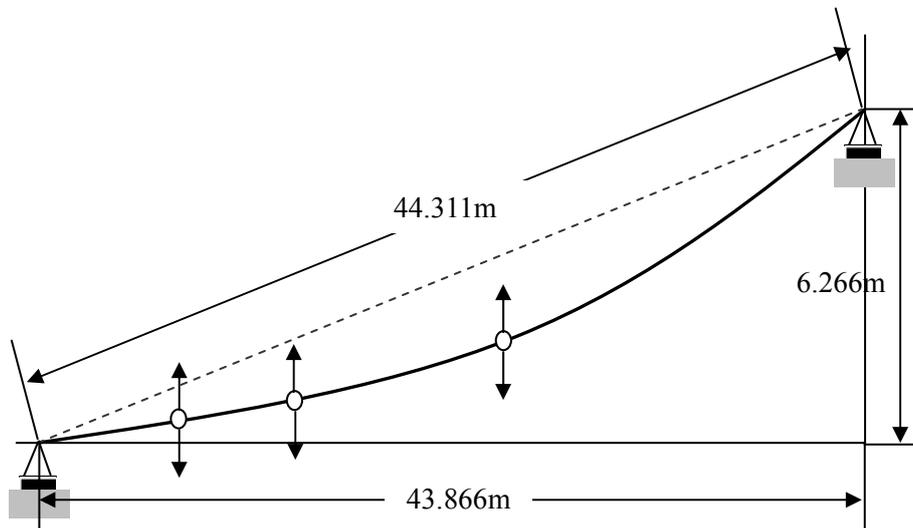


그림 4.22 케이블 형상 및 계측기기 위치

가속도계는 총 3 개를 사용하고, 1/8 지점, 1/4 지점, 1/2 지점에 가속도계를 설치하였다. 케이블의 장력은 30 톤 이고 200Hz 로 가속도를 측정하였다. 케이블의 자유진동을 만들기 위해서 케이블의 1/4 지점에 200Kg 의 추를 와이어에 매달았다가 와이어를 끊는 것으로 자유진동을 모사했다. 추가 끊어지며 발생하는 불규칙 운동에 의한 측정 잡음을 줄이기 위해서 이 논문에서는 케이블중앙(1/2) 지점에서의 측정가속도와 LVDT 를 이용하여 측정한 변위를 이용하여 추정된 변위와 실제변위를 비교해 보았다.



그림 4.23 케이블 사진



그림 4.24 LVDT 배치



그림 4.25 가속도계 배치

케이블이 설치된 실제 모습은 <그림 4.23>과 같고, 가속도계는 <그림 4.24>과 같이 케이블 위쪽에 설치하여 케이블의 연직방향 가속도를 측정하였다. LVDT 는 강제 프레임에 고정하여 가속도계와 20cm 정도 거리를 두고 배치하였다. 시간창의 크기와 조화운동을 이용한 고정 정규화계수 결정에는 1 차모드 고유진동수인 1.5Hz 를 사용하였다. 가속도와 실제변위의 측정지점이 20cm 차이가 있기 때문에 추정된변위와 실제측정변위 사이에 위상차가 있지만 거리가 크지 않으므로 그 차가 미미할 것으로 예상하고 실험을 수행했다.

뉴마크방법으로 변위를 재구성 할 경우 측정오차의 누적으로 인하여 <그림 > 과 같이 저주파 drift 가 발생한다. 뉴마크방법의 경우 정확한 초기 조건을 주어야 하지만, 케이블실험에서는 수치모사 실험과 달리 정확한 초기 조건을 주기 어렵고 측정잡음이 있기 때문에 이러한 문제가 발생한다.

뉴마크 방법을 이용하여 추정된 drift 의 형태가 nonlinear drift 형태로 나타나므로 가속도의 측정잡음에 의해서 추정된 변위가 영향을 받았음을 알 수 있다.

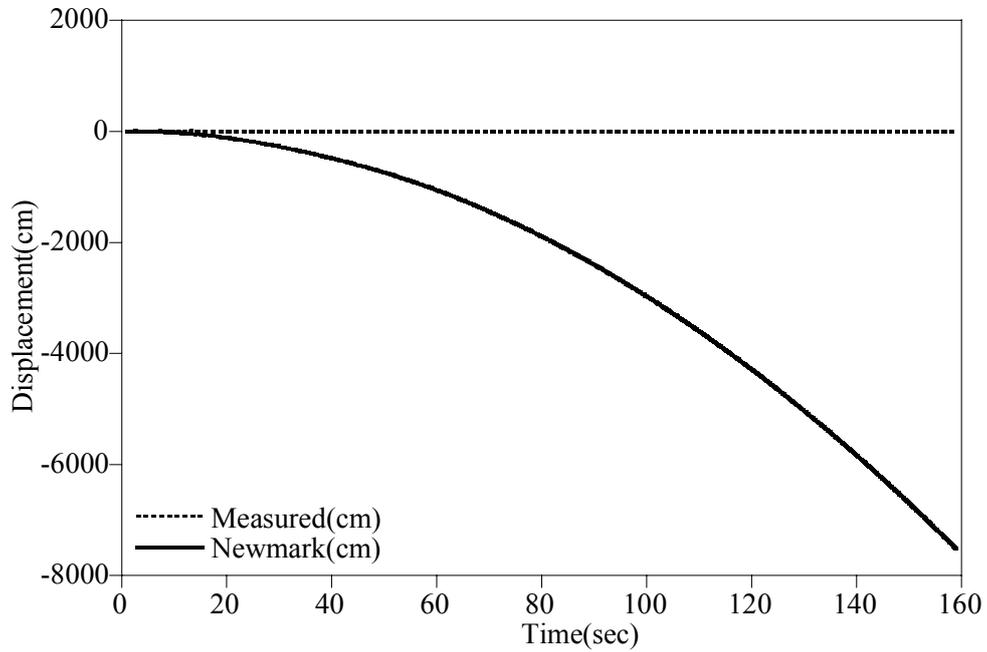


그림 4.26 뉴마크 방법을 이용한 케이블 변위추정

GCV 를 이용할 경우 3 장에서 언급한 과도한 정규화 효과로 인해 추정된 변위가 '0'에 가까워지는 현상이 추정된 변위이력의 중간 중간 발생했다. 따라서, 조화운동에서 결정된 고정 정규화계수방법을 이용하여 측정가속도에서 변위를 추정해 본다. 1 차 고유진동수가 1.5Hz 이므로 3 주기에 해당하는 2 초를 시간창 크기로 하고 1.5Hz 를 이용하여 고정정규화 계수를 선택하였다. <그림 4.27>과 <그림 4.28>는 측정변위와 추정변위의 그래프이고, <그림 4.29>과 <그림 4.30>는 일정부분을 확대해서 함께 그린 그래프이다.

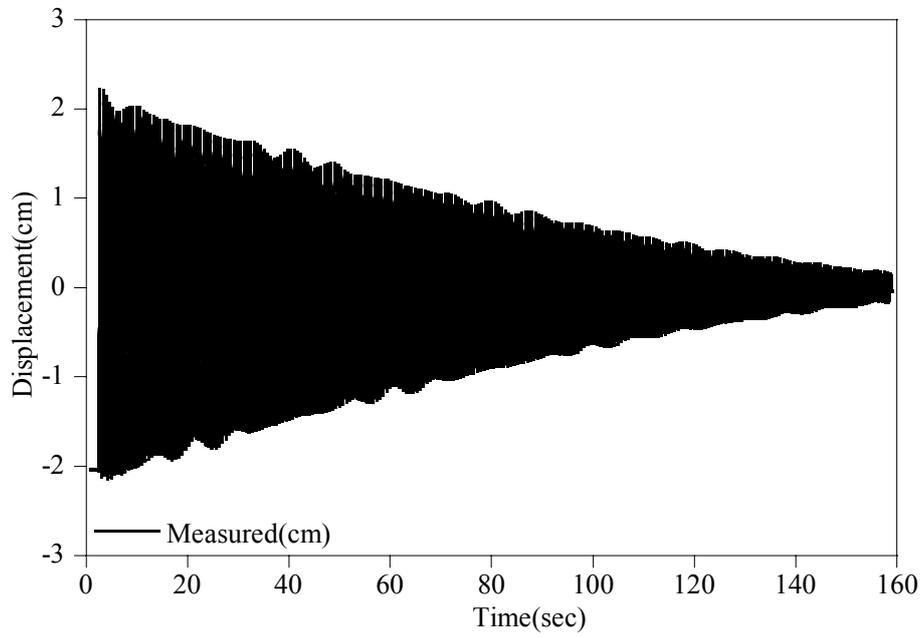


그림 4.27 케이블 측정변위

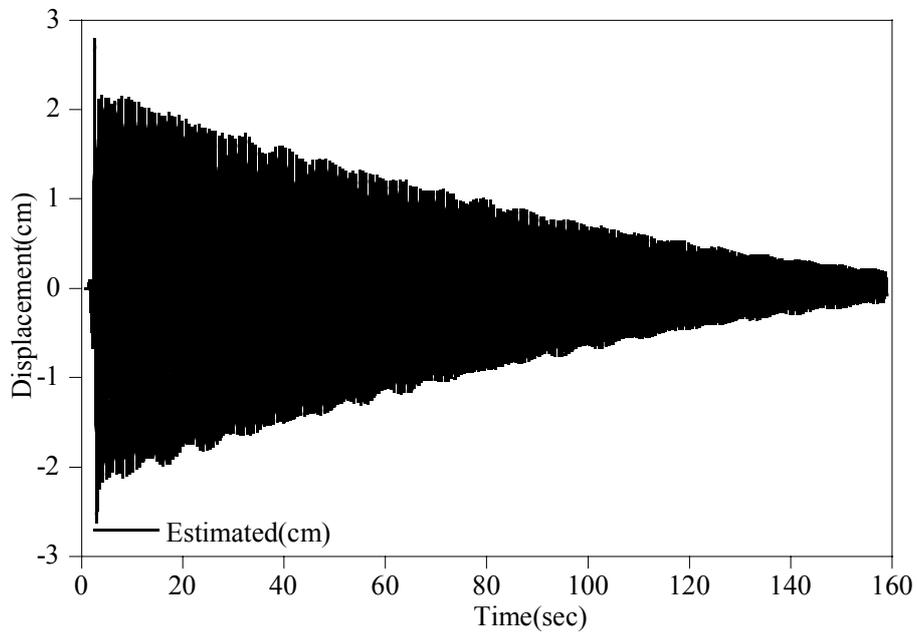


그림 4.28 고정정규화계수 기법을 이용한 변위추정

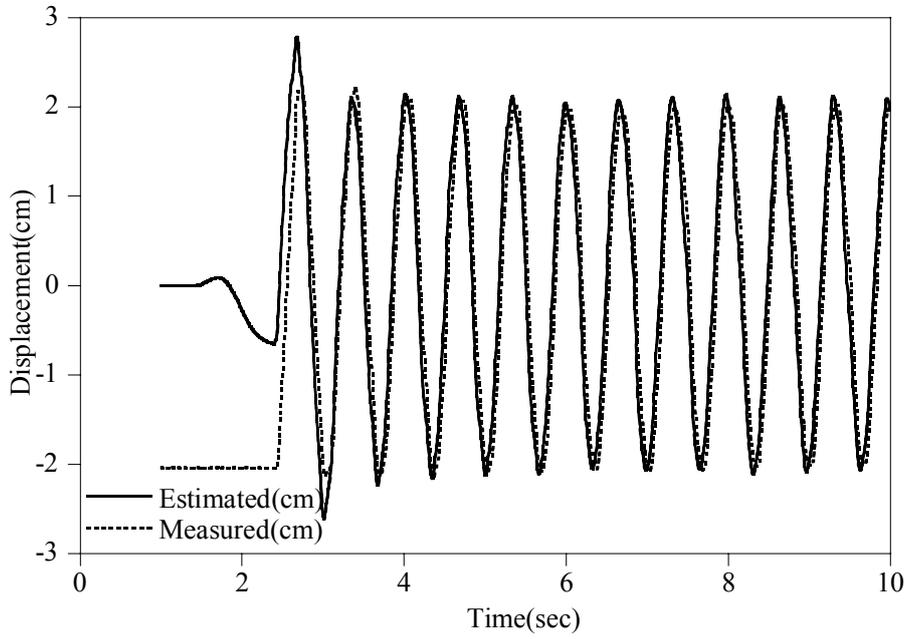


그림 4.29 고정정규화계수 기법 확대 (1)

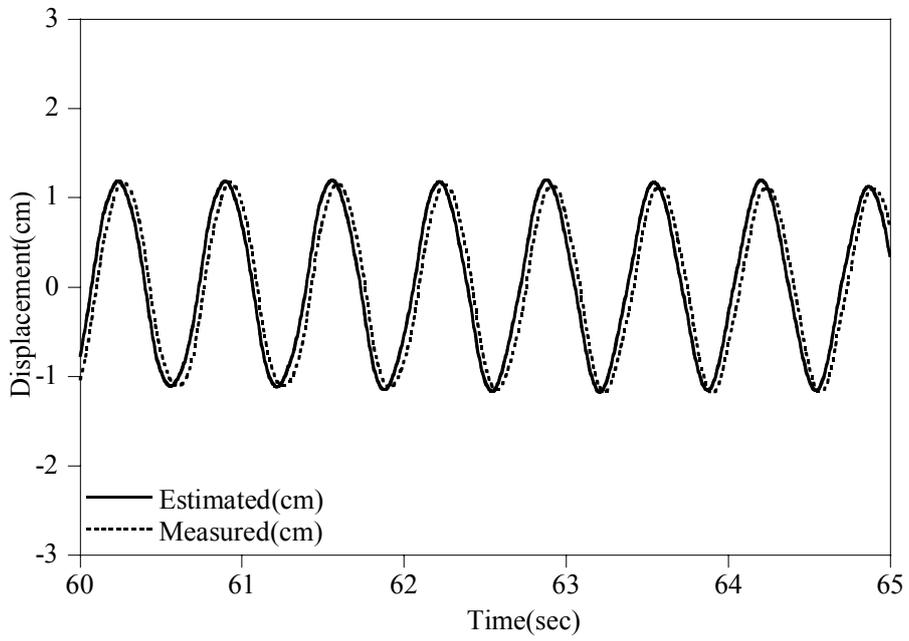


그림 4.30 고정정규화계수 기법 확대 (2)

고정 정규화계수기법으로 변위를 재구성한 경우 시간창의 크기가 2 초 이므로 시간창 크기의 1/2 인 1 초 에 해당하는 변위이력이 전체 추정변위의 양 끝에서 소실되게 되어 <그림 4.29>과 같이 1 초 이후부터 추정변위가 존재하게 된다.

제안된 방법을 이용하여 추정한 변위이력은 위의 그래프들에 나타나듯 자유진동이 시작되는 초기부분과 가속도와 변위의 측정지점 차이에서 발생하는 위상차이를 제외하고 실제변위의 시간이력을 적절히 추정했다.

제안된 방법을 통해서 케이블 측정가속도를 이용하여 변위를 추정하고 그결과를 변위측정장치를 통해서 측정한 실제변위와 비교해 보았다. 케이블의 진동과 같이 정적처짐을 기준으로 baseline 운동을 하는 동적응답의 경우 제안된 방법으로 변위를 적절히 추정할 수 있음을 확인하였다.

## 5. 결론

구조물의 크기와 건설비용의 증가에 따라 구조물의 이상 여부를 실시간으로 감시할 수 있는 구조물 건전성 감시기법의 연구가 활발히 진행되고 있다. 구조물 건전성 감시기법에서 사용되는 구조물의 동적 응답들 중에서 변위 이력은 지진과 같은 극한 하중시 구조물의 경험하는 손상의 크기와 밀접하게 관련되어 있어 구조물의 변위이력을 아는 것은 매우 중요하다.

하지만 변위를 직접 측정하는 데에는 지지조건 문제와 해상도 문제 비용 문제 등 실제적인 구조물 적용에 한계를 갖고 있다. 이러한 이유 때문에 측정가속도를 이용하여 변위를 계산하는 기법에 대하여 많은 연구들이 수행되었다.

측정가속도를 이용하여 변위를 계산할 때 뉴마크 방법 등 초기경계조건 문제(hyperbolic problem)로서 변위추정 문제를 정의할 경우 미지의 초기조건과 가속도 측정잡음으로 인하여 constant drift, linear drift, nonlinear drift 가 발생하고 이러한 drift 들로 인해 추정된 변위는 실제변위와 상당한 차이를 갖고 물리적으로 의미 없는 추정결과를 낳게 된다.

초기조건과 가속도 측정 잡음으로 인한 drift 를 해소하기 위해 문제를 초기경계조건문제가 아닌 축방향 문제와 같이 양 끝에 경계조건을 갖는 경계조건문제(elliptic problem)로서 재정의 한다.

경계조건문제로서 변위추정문제를 정의할 경우 양 단에 변위경계조건을

알 수 없기 때문에 랭크의 부족으로 인해 직접 변위 계산을 하지 못한다. 따라서 변위추정문제를 측정가속도와 추정가속도 사이의 차이를 최소화하는 최적화 문제로서 해결하게 된다. 또한 역해석 문제가 갖는 해의 불안정성(ill-posedness)를 해결하기 위해 Tikhonov 정규화 기법을 이용한다. 일반적으로 이동하중 문제 등 특별한 상황을 제외하면 지진하중, 풍 하중, 케이블의 상시 진동 등 일반적인 구조물의 동적 응답은 구조물의 정적 처짐 상태를 기준으로 움직이기(baseline motion)이고 시간이력의 지속에 따라 구조물의 감쇠성분으로 인해 변위가 감쇠되어 다시 정적 처짐 상태로 돌아가게 되므로 문제의 범위를 지진 하중시와 같이 정적 하중효과로 인한 영향이 작고 구조물의 동적 응답이 지배적인 문제로 가정하고 정규화 함수를 정의하였다.

실시간 변위추정을 가능하게 하기 위해 시간창 기법을 도입하여 계산의 효율성을 확보하였고 시간창 기법을 적용하기 위해 정의되어야 할 시간창의 크기는 조화운동을 이용하여 최저주파수 성분의 3 주기 크기로 결정하였다.

정규화의 적절한 수준을 결정하기 위하여 Tikhonov 정규화에서는 정규화 계수를 이용하고 정규화계수를 적절하게 결정해 주어야 한다. 정규화 계수를 결정하기 위한 여러 가지 기법 중 GCV 방법은 오차수준을 평가할 수 있으므로 GCV 방법을 이용하여 정규화 계수를 결정하였다. 하지만 동적 응답이 복잡하고 오차수준이 심각할 때 GCV 를 이용한 정규화계수 결

정시 과도한 정규화 효과가 발생했다.

GCV 의 이러한 불안정성을 해소하기 위해 변위의 최저주파 성분에 대해서 예상할 수 있을 때 사용할 수 있는 보다 안정적인 기법을 제안했다. 조화진동의 주파수, 크기, 오차수준 등을 변화시켜가며 실제변위와 추정변위 사이의 차를 최소화하는 값을 고정된 정규화 계수로 결정했다. 제안된 변위추정 기법이 특정한 구조물이나 모델을 기반으로 하지 않는 기법이기에 때문에 이러한 고정 정규화 계수기법을 적용할 수 있다. 이렇게 결정된 정규화 계수는 조화운동의 주파수에 지배적인 함수형태로 표현되었고 이를 구조물로부터 측정한 측정가속도에 적용하였다.

제안된 방법을 전단빌딩, 2 경간 트러스 교량과 같은 수치모사 예제에 적용하였고 최종적으로 케이블의 자유진동 측정 가속도에 제안된 기법을 적용하여 실제적인 적용 가능성을 확인 하였다.

## 참고문헌

- [1] K.D. Hjelmstad, S. Shin Damage Detection and Assessment of Structures from static response, Journal of Engineering Mechanics, ASCE 123(6) 568-576
- [2] H.W. Park, S. shin, H.S. Lee, S.P. Chang, Statistical damage assessment of framed structures from static responses, journal of Engineering Mechanics, ASCE 126(4) (2000) 414-421
- [3] H.S. Lee, Y.H. Kim, C.J. Park, S. Shin, H.S. Lee, Determination of optimal regularization factor for system identification of linear elastic continua with the Tihkonov function, International Journal for Numerical Methods in Engineering 51(10) (2001) 1211-1230
- [4] David M. Boore, On Pads and Filters : Processing Strong-Motion Data, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol 95, No. 2 (2005) 745-750
- [5] David M. Boore, Effect of Baseline Corrections on Displacements and Response Spectra for Several Recordings of the 1999 Chi-Chi, Taiwan, Earthquake , Bulletin of the Seismological Society of America, 91,5 (2001) 1199-1211
- [6] Andrew Smyth, Meiliang Wu, Multi-rate Kalman filtering for the data fusion of displacement and acceleration response measurements in dynamic system monitoring, Mechanical System and Signal Processing 12 (2007) 706-723
- [7] P.C. Hansen, Rank-deficient and discrete ill-posed problems : Numerical aspects of linear inverse, SIAM, Philadelphia, 1998
- [8] 박승근 (2004). 구조물 손상탐지를 위한  $L_1$  - **Regularization** 과 **Time Windowing Technique**을 이용한 시간영역에서의 SI기법, 석사학위 논문, 서울대학교.
- [9] R.W. Hamming, Digital Filters, 3<sup>rd</sup> ed., Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ,1989
- [10] A. K. Chopra, Dynamics of structures : Theory and Applications to Earthquake Engineering, Second Edition, Prentice Hall, New Jersey, 2001

## ABSTRACT

This paper presents a regularization scheme in time domain to estimate displacement history using measured acceleration from structures. Displacement estimation is redefined as an elliptic problem with boundary conditions to alleviate a constant drift, linear drift and nonlinear noise drift. Because of unknown boundary condition, this problem is a rank deficient problem. To solve this problem an optimization scheme is needed. An error function is defined as the least-squared error between measured accelerations and estimated accelerations. To alleviate the ill-posedness of an inverse problem the Tikhonov regularization technique are employed. The time window concept is proposed for real time system monitoring and real time displacement estimation. Generally, in Tikhonov regularization scheme, the regularization factor is determined by LCM(L-Curve Method), GCV (Generalized Cross Validation), GMS (Geometric Mean Scheme), VRFS (Variable Regularization Factor Scheme). In this paper, we select GCV method to determine the regularization factor because this method has been a popular method not only for determining the regularization factor but for estimating the noise amplitude of measurements. From parametric study using simple harmonic motions, GCV method can properly estimated the regularization factor. However, under severe noise condition, it has drawbacks such as over-fitting. To overcome the drawbacks, the fixed regularization technique is proposed. The validity of the proposed method is demonstrated by a numerical simulation study on five-story shear building and two-span bridge and presented by displacement estimation of a real cable free vibration.

**Key Word**

Double Integration, Displacement Estimation, Regularization, Time Windowing  
Technique

**Student Number: 2005-21195**

